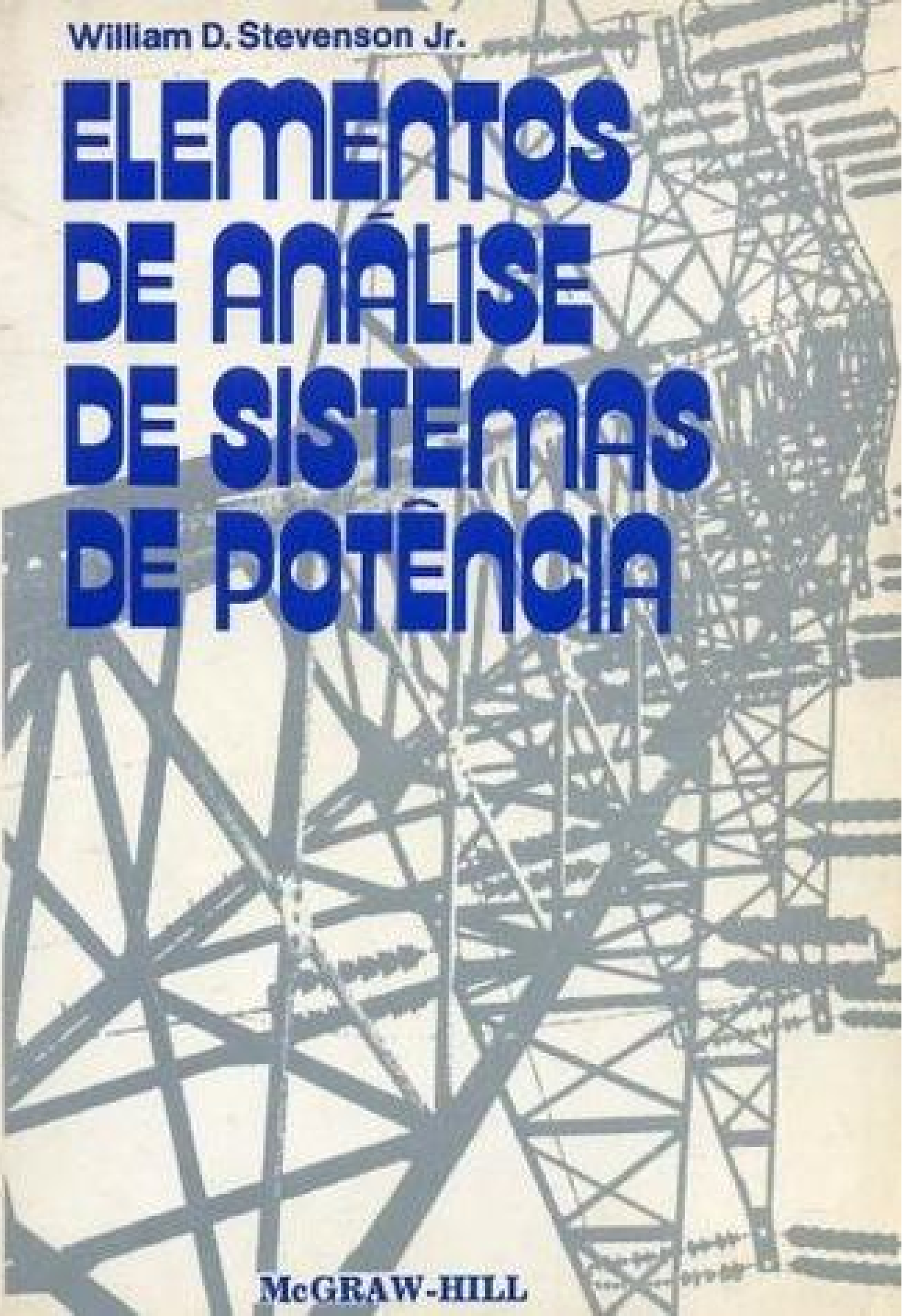
William D. Stevenson Jr.

ELEMENTOS DE ANÁLISE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA



McGRAW-HILL

ELEMENTOS DE ANÁLISE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

William D. Stevenson Jr.

ELEMENTOS DE ANÁLISE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

4ª Edição americana

2ª Edição em português

William D. Stevenson, Jr.
Professor Emérito de Eng.ª Elétrica - North Carolina State University

Tradução e Revisão Técnica
Arlindo Rodrigues Mayer
Diretor do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria

João Paulo Minussi
Coordenador do Curso de Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria

Somchai Ansuj
Chefe do Departamento de Eletromecânica e Sistemas de Potência do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria

McGraw-Hill
São Paulo
Rua Tabapuã, 1.105, Itaim-Bibi
CEP 04533
(011) 881-8604 e (011) 881-8528

Rio de Janeiro • Lisboa • Porto • Bogotá • Buenos Aires • Guatemala • Madrid • México • Milan
New York • Panamá • San Juan • Santiago

Auckland • Hamburg • Johannesburg • Kuala Lumpur • London • Montreal • New Delhi
Paris • Singapore • Sydney • Tokyo • Toronto

Do original

Elements of power system analysis

Copyright © 1982, 1975, 1962, 1955 by McGraw-Hill, Inc.
Copyright © 1986, 1974 da Editora McGraw-Hill, Ltda.

Todos os direitos para a língua portuguesa reservados pela Editora McGraw-Hill, Ltda.

Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, guardada pelo sistema "retrieval" ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, seja este eletrônico, mecânico, de fotocópia, de gravação, ou outros, sem prévia autorização, por escrito, da Editora.

Editor: Alberto da Silveira Nogueira Jr.
Coordenadora de Revisão: Daisy Pereira Daniel
Supervisor de Produção: Edson Sant'Anna
Capa: Layout: Cyro Giordano
Arte final: Ademir Aparecido Alves

Dados de Catalogação na Publicação (CIP) Internacional
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

S868e. 2. ed.	Stevenson, William D. Elementos de análise de sistemas de potência / William D. Stevenson, Jr. ; tradução e revisão técnica Arlindo Rodrigues Mayer, João Paulo Minussi, Somchai Ansuj. – 2. ed. – São Paulo : McGraw-Hill, 1986. 1. Energia elétrica – Distribuição. 2. Energia elétrica – Sistemas I. Título.
86-0551	CDD-621.319 -621.3191

Índices para catálogo sistemático:

1. Distribuição : Energia Elétrica : Engenharia elétrica 621.319.
2. Energia elétrica : Distribuição : Engenharia elétrica 621.319.
3. Energia elétrica : Transmissão : Engenharia elétrica 621.319.
4. Potência : Sistemas elétricos : Engenharia elétrica 621.3191.
5. Sistemas de energia elétrica : Engenharia elétrica 621.3191.
6. Transmissão de energia elétrica : Engenharia elétrica 621.319.

SUMÁRIO

	Prefácio	XI
Capítulo 1	Fundamentos Gerais	1
1.1	O Crescimento dos Sistemas Elétricos de Potência	1
1.2	Produção de Energia	3
1.3	Transmissão e Distribuição	4
1.4	Estudos de Carga	5
1.5	Despacho Econômico de Carga	6
1.6	Cálculos de Falhas	6
1.7	Proteção de Sistemas	7
1.8	Estudos de Estabilidade	8
1.9	O Engenheiro de Sistemas de Potência	9
1.10	Leitura Complementar	9
Capítulo 2	Conceitos Básicos	10
2.1	Introdução	10
2.2	Notação com Subscrito Único	11
2.3	Notação com Subscrito Duplo	12
2.4	Potência em Circuitos Monofásicos CA	14
2.5	Potência Complexa	19
2.6	Triângulo de Potência	19
2.7	Sentido do Fluxo de Potência	20
2.8	Tensão e Corrente em Circuitos Trifásicos Equilibrados	23
2.9	Potência em Circuitos Trifásicos Equilibrados	30
2.10	Grandezas em por-unidade	31
2.11	Mudança de Base de Grandezas em por-unidade	35
	Problemas	36

Capítulo 3 Impedância em Série de Linhas de Transmissão 39
3.1 Tipos de Condutores 40
3.2 Resistência 42
3.3 Valores Tabelados de Resistência 44
3.4 Definição de Indutância 45
3.5 Indutância de um Condutor devida ao Fluxo Interno 47
3.6 Fluxo Concatenado entre Dois Pontos Externos de um Condutor Isolado 49
3.7 Indutância de uma Linha Monofásica a Dois Fios 51
3.8 Fluxo Concatenado com um Condutor em um Grupo de Condutores 53
3.9 Indutância de Linhas com Condutores Compostos 55
3.10 Uso de Tabelas 59
3.11 Indutância de Linhas Trifásicas com Espaçamento Eqüilátero 60
3.12 Indutância de Linhas Trifásicas com Espaçamento Assimétrico 61
3.13 Cabos Múltiplos 64
3.14 Linhas Trifásicas de Circuitos em Paralelo 65
3.15 Sumário dos Cálculos de Indutâncias de Linhas Trifásicas 67
Problemas 68

Capítulo 4 Capacitância de Linhas de Transmissão 72
4.1 Campo Elétrico de um Condutor Reto e Longo 73
4.2 Diferença de Potencial entre Dois Pontos devido a uma Carga 74
4.3 Capacitância de uma Linha a Dois Fios 75
4.4 Capacitância de uma Linha Trifásica com Espaçamento Eqüilátero 80
4.5 Capacitância de uma Linha Trifásica com Espaçamento Assimétrico 82
4.6 Efeito da Terra sobre a Capacitância de Linhas de Transmissão Trifásicas 85
4.7 Cabos Múltiplos 88
4.8 Linhas Trifásicas de Circuitos em Paralelo 90
4.9 Sumário 90
Problemas 91

Capítulo 5 Relações de Tensão e de Corrente em Linhas de Transmissão 93
5.1 Representação de Linhas 95
5.2 Linha de Transmissão Curta 96
5.3 Linha de Transmissão Média 98
5.4 Linha de Transmissão Longa: Solução das Equações Diferenciais 99
5.5 Linha de Transmissão Longa: Interpretação das Equações 102
5.6 Linha de Transmissão Longa: Forma Hiperbólica das Equações 105
5.7 Circuito Equivalente de uma Linha Longa 110
5.8 Fluxo de Potência em uma Linha de Transmissão 113
5.9 Compensação Reativa de Linhas de Transmissão 116
5.10 Transitórios em Linhas de Transmissão 120
5.11 Análise de Transitórios: Ondas Viajantes 120
5.12 Análise de Transitórios: Reflexões 125

5.13 Transmissão em Corrente Contínua 130
5.14 Sumário 131
Problemas 132

Capítulo 6 Simulação de Sistemas 136
6.1 Construção da Máquina Síncrona 137
6.2 Reação da Armadura na Máquina Síncrona 140
6.3 Modelo de Circuito de uma Máquina Síncrona 142
6.4 Efeito da Excitação da Máquina Síncrona 146
6.5 Transformador Ideal 147
6.6 Circuito Equivalente de um Transformador Real 152
6.7 Autotransformador 155
6.8 Impedância por Unidade em Circuitos com Transformadores Monofásicos 156
6.9 Transformadores Trifásicos 159
6.10 Impedância por Unidade de Transformadores de Três Enrolamentos 163
6.11 Diagrama Unifilar 165
6.12 Diagramas de Impedância e Reatância 167
6.13 Vantagens dos Cálculos em por-unidade 172
6.14 Sumário 172
Problemas 173

Capítulo 7 Cálculo de Rede 177
7.1 Equivalência de Fontes 177
7.2 Equação de Nós 179
7.3 Partição de Matriz 184
7.4 Eliminação de Nós por Álgebra Matricial 185
7.5 Matrizes Admitâncias e Impedância de Barra 190
7.6 Modificação de uma Matriz de Impedância de Barra já Existente 195
7.7 Determinação Direta da Matriz Impedância de Barra 200
7.8 Sumário 203
Problemas 204

Capítulo 8 Soluções e Controle de Fluxo de Carga 206
8.1 Dados para Estudos de Fluxo de Carga 206
8.2 Método de Gauss-Seidel 207
8.3 Método de Newton-Raphson 209
8.4 Estudos de Fluxo de Carga em Computador Digital 216
8.5 Informações Obtidas em um Estudo de Fluxo de Carga 217
8.6 Resultados Numéricos 219
8.7 Controle de Potência numa Rede 220
8.8 Especificação das Tensões de Barra 222
8.9 Bancos de Capacitores 225

8.10 Controle por Transformadores 228
8.11 Sumário 238
Problemas 239

Capítulo 9 Operação Econômica de Sistemas de Potência 242
9.1 Distribuição da Carga entre as Unidades de uma mesma Usina 243
9.2 Perdas de Transmissão em Função da Geração da Usina 250
9.3 Distribuição de Carga entre Usinas 254
9.4 Método de Cálculo de Fatores de Penalidade e Coeficientes de Perda 258
9.5 Controle Automático de Geração 260
Problemas 262

Capítulo 10 Faltas Trifásicas Simétricas 265
10.1 Transitórios em Circuitos-Série *RL* 265
10.2 Correntes de Curto-Circuito e Reatâncias das Máquinas Síncronas 268
10.3 Tensões Internas de Máquinas com Carga sob Condições Transitórias 273
10.4 Matriz Impedância de Barra para Cálculo de Faltas 279
10.5 Rede Equivalente da Matriz de Impedância de Barra 283
10.6 Seleção de Disjuntores 286
Problemas 291

Capítulo 11 Componentes Simétricos 295
11.1 Síntese de Fasores Assimétricos a partir de seus Componentes Simétricos 295
11.2 Operadores 297
11.3 Componentes Simétricos de Fasores Assimétricos 298
11.4 Defasagem dos Componentes Simétricos em Bancos de Transformadores ligados em Y-Δ 301
11.5 Potência em Função dos Componentes Simétricos 308
11.6 Impedâncias-Série Assimétricas 310
11.7 Impedâncias de Seqüência e Redes de Seqüência 311
11.8 Redes de Seqüência de Geradores em Vazio 312
11.9 Impedâncias de Seqüência de Elementos de Circuito 314
11.10 Redes de Seqüências Positiva e Negativa 316
11.11 Redes de Seqüência Zero 317
11.12 Conclusões 323
Problemas 323

Capítulo 12 Faltas Assimétricas 326
12.1 Falta entre Fase e Terra em um Gerador em Vazio 327
12.2 Falta Linha-Linha em um Gerador em Vazio 331
12.3 Falta entre Duas Fases e Terra em um Gerador em Vazio 334
12.4 Faltas Assimétricas em Sistemas de Potência 337
12.5 Falta Fase-Terra em um Sistema de Potência 340
12.6 Falta Linha-Linha em um Sistema de Potência 340
12.7 Falta entre Duas Fases e Terra em um Sistema de Potência 341
12.8 Interpretação das Redes de Seqüência Interconectadas 342

12.9 Análise de Faltas Assimétricas usando a Matriz de Impedância de Barras . . 350
12.10 Faltas Através de uma Impedância 353
12.11 Cálculo de Correntes de Falta por Computador 356
Problemas 356

Capítulo 13 Proteção de Sistemas 360
13.1 Atributos dos Sistemas de Proteção 361
13.2 Zonas de Proteção 363
13.3 Transdutores 365
13.4 Projeto Lógico de Relés 368
13.5 Proteção Primária e de Retaguarda 375
13.6 Proteção de Linhas de Transmissão 377
13.7 Proteção de Transformadores de Potência 389
13.8 Dispositivos do Relé 393
13.9 Sumário 393
Problemas 394

Capítulo 14 Estabilidade do Sistema de Potência 396
14.1 O Problema da Estabilidade 396
14.2 Dinâmica do Rotor e Equação de Oscilação 398
14.3 Outras Considerações sobre a Equação de Oscilação 402
14.4 Equação do Ângulo-de-Potência 406
14.5 Coeficientes de Potência Sincronizante 413
14.6 Critério da Igualdade de Área para Estabilidade 417
14.7 Aplicações Adicionais ao Critério de Igualdade de Áreas 423
14.8 Estudos de Estabilidade de Multimáquinas: Representação Clássica 425
14.9 Solução Passo a Passo da Curva de Oscilação 433
14.10 Programas Computacionais para Estudos de Estabilidade Transitória 439
14.11 Fatores que Afetam a Estabilidade Transitória 441
Problemas 444

Apêndice 446
Índice Analítico 452

PREFÁCIO

Cada revisão deste livro tem incorporado muitas mudanças, sendo que nesta, mais do que o usual. Ao longo dos anos, entretanto, o objetivo permaneceu o mesmo. O caminho tem sido sempre o de desenvolver o raciocínio do estudante para alcançar o entendimento a respeito de muitos tópicos da área de sistemas elétricos de potência. Ao mesmo tempo, outro alvo foi o de estimular o interesse do estudante em aprender mais sobre a indústria de energia elétrica. O objetivo não é atingir grande profundidade no assunto, mas o tratamento é suficiente para dar ao estudante a teoria básica em um nível que pode ser compreendido pelo aluno de graduação. Com essa iniciação, o estudante terá a base para continuar seus estudos, por ocasião de sua atividade profissional, ou em um curso de pós-graduação. Notas de rodapé ao longo do livro sugerem fontes de consulta para posteriores informações na maioria dos tópicos apresentados.

Como na preparação de revisões anteriores, enviei um questionário a vários professores de todo o país, e apreciei muito a imediata e, em muitos casos, detalhada resposta a questões específicas, como também os valiosos comentários adicionais. A sugestão mais constante foi a de acrescentar um capítulo sobre proteção de sistemas de potência e, dessa maneira, esse assunto foi incluído aos outros quatro tópicos principais sobre fluxo de carga, despacho econômico, cálculo de faltas, e estabilidade. Surpreendentemente, houve muitas solicitações para conservar o material sobre parâmetros de linhas de transmissão. O sistema por-unidade é introduzido no Capítulo 2 e desenvolvido, gradualmente, para propiciar ao estudante familiaridade com grandezas normalizadas. A necessidade em revisar circuitos de corrente alternada em regime permanente ainda existe e, portanto, não foi alterado o capítulo sobre conceitos básicos. Foi adicionada uma formulação direta da matriz impedância de barra. E, ainda, foi desenvolvido, de uma maneira mais completa, o método de Newton-Raphson para o cálculo de fluxo de carga. Deu-se uma atenção especial ao desenvolvimento de circuitos equivalentes de transformadores e máquinas síncronas com a finalidade de ajudar os alunos que precisam estudar sistemas de potência antes de terem cursado disciplinas de máquinas elétricas. Foram desenvolvidos estudos

de equações de transitórios em linhas sem perdas para conduzir ao estudo de pára-raios. Outros tópicos discutidos, brevemente, são: transmissão em corrente contínua, compensação reativa e cabos subterrâneos. Foi ampliado o assunto referente a despacho automático de carga.

Tive duas valiosas e principais colaborações a esta edição. Arun G. Phadke, Engenheiro Consultor da American Electric Power Service Corporation, é o autor do nosso capítulo sobre proteção de sistemas de potência. John J. Grainger, meu colega da North Carolina State University, reescreveu completamente o capítulo sobre estabilidade de sistemas de potência. A ambos, que contribuíram tanto para esta edição, dirijo meus sinceros agradecimentos. W. H. Kersting da New Mexico State University contribuiu na seção sobre compensação reativa. Ele, como também J. M. Feldman da Northeastern University, G. T. Heydt da Purdue University, e H. V. Poe da Clemnson University acrescentaram novos problemas a vários capítulos. A todos eles sou extremamente grato.

Devo agradecer a três pessoas que se colocaram sempre à disposição quando precisava de suas opiniões sobre esta revisão. Homer E. Brown com sua longa experiência em Sistemas de Potência como também sua experiência no ensino constituiu-se em grande ajuda para mim. A. J. Goetze, que já ministrou muitas vezes o Curso na North Carolina State University, baseando-se neste livro, mostrou-se pronto para fornecer sugestões sempre que solicitado e, finalmente, John Grainger deve ser mencionado, novamente, porque ele me forneceu sugestões e informações atualizadas.

Dirijo meus agradecimentos, também, às companhias que foram tão solícitas em abastecer-me de informações, fotografias e até de revisões de alguns dos novos assuntos descritivos. Estas companhias são: Carolina Power and Light Company, Duke Power Company, General Electric Company, Leeds and Northup Company, Utility Power Corporation, Virginia Electric and Power Company e Westinghouse Electric Corporation.

E, como sempre, fui beneficiado com as cartas recebidas de usuários das edições passadas. Espero que essa correspondência dos leitores continue.

William D. Stevenson, Jr.

CAPÍTULO

1

FUNDAMENTOS GERAIS

O desenvolvimento de fontes de energia para realizar um trabalho proveitoso é a chave para o progresso industrial que é básico para a melhoria contínua no padrão de vida do povo em geral. Descobrir novas fontes de energia disponível onde for necessário, converter a energia de uma forma para outra e usá-la sem criar poluição que destruirá nossa biosfera são, entre outros, os maiores desafios enfrentados pelo mundo de hoje. O sistema elétrico de potência é uma das ferramentas para converter e transportar energia e que está desempenhando um importante papel para vencer esse desafio. Engenheiros altamente treinados são necessários para desenvolver e implementar os avanços da ciência, para resolver os problemas de energia elétrica e para assegurar um grau muito elevado de confiabilidade do sistema juntamente com o máximo cuidado na proteção de nossa ecologia.

Um sistema de potência consiste em três divisões principais: as centrais geradoras, as linhas de transmissão e os sistemas de distribuição. A utilização da energia entregue aos usuários das companhias de energia elétrica não é da responsabilidade dessas empresas e não será considerada neste livro. As linhas de transmissão constituem o elo de ligação entre as centrais geradoras e os sistemas de distribuição e conduzem a outros sistemas de potência através de interconexões. Um sistema de distribuição liga todas as cargas individuais às linhas de transmissão nas subestações que realizam transformações de tensão e funções de chaveamento.

O objetivo deste livro é apresentar métodos de análise; dedicamos a maior parte de nossa atenção às linhas de transmissão e ao sistema de operação. Não abordaremos sistemas de distribuição ou quaisquer outros aspectos de centrais elétricas que não sejam as características elétricas de geradores.

1.1 O CRESCIMENTO DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

O desenvolvimento dos sistemas de corrente alternada (CA) começou nos Estados Unidos em 1885, quando George Westinghouse comprou as patentes americanas referentes aos sistemas

de transmissão em CA, desenvolvidos por L. Gaulard e J. D. Gibbs, de Paris. William Stanley, sócio antigo de Westinghouse, testava transformadores em seu laboratório em Great Barrington, Massachusetts. Aí, no inverno de 1885-1886, Stanley instalou o primeiro sistema de distribuição experimental em CA, alimentando 150 lâmpadas na cidade. A primeira linha de transmissão em CA nos Estados Unidos foi posta em operação em 1890 para transportar energia elétrica gerada em uma usina hidroelétrica desde Willamette Falls até Portland, Oregon, numa distância de 20 km.

As primeiras linhas de transmissão eram monofásicas e a energia, geralmente, utilizada apenas para iluminação. Os primeiros motores também eram monofásicos, porém, em 16 de maio de 1888, Nicola Tesla apresentou um trabalho descrevendo motores de indução e motores síncronos bifásicos. As vantagens dos motores polifásicos tornaram-se evidentes imediatamente, e na "Columbian Exibition" de Chicago, em 1893, foi mostrado ao público um sistema de distribuição bifásico em CA. Depois disso, a transmissão de energia elétrica por corrente alternada, especialmente corrente alternada trifásica, substituiu gradualmente os sistemas em corrente contínua (CC). Em janeiro de 1894, existiam cinco usinas geradoras polifásicas nos Estados Unidos, das quais uma era bifásica e as outras trifásicas. Atualmente, a transmissão de energia elétrica nos Estados Unidos é feita quase que inteiramente em CA. Uma razão para a aceitação atual de sistemas em CA foi o transformador que torna possível a transmissão de energia elétrica em uma tensão mais elevada que a tensão de geração ou de consumo, com a vantagem da capacidade maior de transmissão.

Em um sistema de transmissão em CC, os geradores CA alimentam a linha CC através de um transformador e de um retificador eletrônico. Um inversor eletrônico transforma a corrente contínua em corrente alternada no fim da linha de transmissão para que a tensão possa ser reduzida pelo transformador. Através da retificação e inversão em cada extremidade da linha, a energia elétrica pode ser transferida em ambos os sentidos. Estudos econômicos mostram que a transmissão aérea em CC não é econômica, nos Estados Unidos, para distâncias menores que 560 km. Na Europa, onde as linhas de transmissão em geral são mais longas que nos Estados Unidos, existem linhas de transmissão CC em operação em diversos locais, tanto em instalações aéreas como subterrâneas. Na Califórnia, grandes quantidades de potência hidroelétrica são transferidas da Pacific Northwest para a parte sul da Califórnia em linhas CA de 500 kV ao longo da costa e mais adiante através do Estado de Nevada em linhas CC de 800 kV (tensão linha a linha).

Dados estatísticos registrados desde 1920 até a década de 70-80 mostram uma taxa de crescimento quase constante, tanto para a capacidade instalada de geração como para a produção anual de energia, cujas quantidades praticamente dobram a cada dez anos. A partir daí, o crescimento torna-se mais errático e imprevisível, porém, em geral, de modo mais lento.

No início da transmissão em CA nos Estados Unidos, a tensão de operação cresceu rapidamente. Em 1890, a linha Willamette-Portland operava em 3.300 V. Em 1907, uma linha já estava operando em 100 kV. As tensões atingiam 150 kV em 1913, 220 kV em 1923, 244 kV em 1926 e 287 kV na linha de Hoover Dam a Los Angeles que começou a operar em 1936. Em 1953, surgiu a primeira linha em 345 kV. Em 1965, estava em serviço a primeira linha em 500 kV. Quatro anos mais tarde, entrava em operação a primeira linha em 765 kV.

Até 1917, os sistemas elétricos eram geralmente operados como unidades individuais porque começaram como sistemas isolados e se expandiram gradualmente de modo a cobrir

todo o país. A demanda de grandes quantidades de potência e a necessidade de maior confiabilidade conduziram à interligação de sistemas vizinhos. A interligação é vantajosa economicamente porque são necessárias menos máquinas como reserva para operação em picos de carga (capacidade de reserva) e também são necessárias menos máquinas funcionando em vazio para atender cargas repentinas e inesperadas (reserva girante). A redução no número de máquinas é possível porque uma companhia geralmente pode solicitar a companhias vizinhas o fornecimento de potências adicionais. A interligação também permite que uma companhia aproveite a vantagem de utilizar fontes de potência mais econômica, e às vezes uma companhia pode achar mais barato comprar energia durante alguns períodos do que usá-la de sua própria geração. A interligação de sistemas aumentou de tal maneira que a energia atualmente é trocada entre os sistemas de diferentes companhias de uma forma rotineira. A continuidade de operação de sistemas que dependem principalmente de usinas hidroelétricas só é possível, em período de estiagem, graças à energia obtida de outros sistemas por intermédio da interligação.

Porém, a interligação de sistemas trouxe muitos e novos problemas, a maioria dos quais já foi resolvida satisfatoriamente. A interligação provoca o aumento da corrente que circula quando ocorre um curto-circuito no sistema e requer a instalação de disjuntores de maior capacidade. O distúrbio causado no sistema por um curto-circuito pode se estender para os sistemas a ele interligados, a menos que os pontos de interconexão estejam equipados com relés e disjuntores apropriados. Os sistemas interligados devem ter não só a mesma freqüência como também todos os geradores síncronos devem estar em fase.

O planejamento da operação, o aperfeiçoamento e a expansão de um sistema de potência exigem estudos de carga, cálculo de faltas, projeto de proteção do sistema contra descargas atmosféricas e surtos de chaveamento e contra curto-circuitos, e estudos de estabilidade do sistema. Para a operação eficiente de um sistema, um problema importante é determinar como a potência total de geração solicitada a cada instante deve ser distribuída entre as várias unidades de cada usina. Neste capítulo, consideraremos a natureza geral desses tipos de problemas após uma breve análise sobre a produção de energia e a transmissão e distribuição. Veremos a grande contribuição prestada pelos computadores no planejamento e operação de sistemas de potência.

1.2 PRODUÇÃO DE ENERGIA

A maior parte da energia elétrica nos Estados Unidos é gerada em usinas termoelétricas, através de turbinas a vapor. As hidroelétricas contribuem com menos de 20% do total e essa percentagem tende a cair porque a maioria das fontes hidroelétricas disponíveis já foram aproveitadas. As turbinas a gás são usadas em menor extensão durante pequenos períodos quando o sistema está atendendo aos picos de carga.

O carvão é o combustível mais usado nas usinas a vapor. As usinas nucleares abastecidas com urânio tendem a aumentar continuamente sua participação no atendimento da carga, mas sua construção é lenta e incerta, tendo em vista a necessidade de capitais, cada vez maiores, devido aos custos elevados de construção, constantemente aumentando as exigências de segurança. Essas exigências provocam a necessidade de novos projetos, causam oposição pública na operação dessas usinas e atraso em seu licenciamento.

Muitas usinas foram convertidas para usar óleo entre 1970 e 1972 mas, em face do aumento contínuo no preço do óleo e a necessidade de ser reduzida a dependência de óleo estrangeiro, tem havido reconversão, sempre que possível, dessas usinas a óleo para carvão.

O suprimento de urânio é limitado, porém os reatores de *fast breeder*, proibidos atualmente nos Estados Unidos, aumentaram grandemente, na Europa, a energia total disponível a partir do urânio. A fusão nuclear se constitui na grande esperança para o futuro, entretanto as perspectivas do surgimento de um processo de fusão controlada em escala comercial são de que ocorra bem depois do ano 2000. Esse ano, porém, é a data escolhida para funcionar o primeiro modelo-piloto de um reator de fusão controlada. Enquanto isso, os sistemas de potência devem continuar a crescer e substituir as utilizações diretas do óleo. Por exemplo, o carro elétrico provavelmente será usado intensamente de modo a reservar os combustíveis fósseis (inclusive petróleo e gás sintetizado do carvão) para aviões e transporte rodoviário de longa distância.

Existem alguns aproveitamentos de energia geotérmica na forma de vapor obtido da terra, tanto nos Estados Unidos como em outros países. Quanto à energia solar, que é atualmente usada principalmente na forma de aquecimento direto da água em residências, poderá tornar-se de uso mais prático, porém necessitando de mais pesquisa sobre células fotovoltaicas que convertam diretamente a luz do sol em eletricidade. Já foram alcançados grandes progressos no aumento da eficiência e na redução dos custos dessas células, mas a distância a ser percorrida ainda é muito grande. Estão em operação, em vários locais, aproveitamento do vento (cataventos) acionando geradores para fornecer pequenas quantidades de energia elétrica a sistemas de potência. Esforços estão sendo feitos para aproveitar energia das marés. Uma forma indireta de aproveitamento da energia solar é o álcool obtido de cereais e misturado com gasolina para formar um combustível adequado para automóveis. Outra forma de energia solar é o gás sintetizado do lixo e do esgoto.

Finalmente, produzindo energia de várias origens, torna-se muito importante a proteção de nosso meio ambiente. A poluição atmosférica é muito evidente aos habitantes de países industrializados. A poluição térmica não é tão notada, porém, o resfriamento da água em reatores nucleares é muito importante e eleva demais os custos de construção desses reatores. Um grande aumento na temperatura dos rios é perigoso aos peixes e, por outro lado, a utilização de lagos artificiais para resfriar a água ocuparia grandes áreas de terras produtivas. Assim, as torres de resfriamento, embora dispendiosas, parecem constituir-se na solução para o resfriamento em usinas nucleares.

1.3 TRANSMISSÃO E DISTRIBUIÇÃO

A tensão de grandes geradores geralmente está na faixa de 13,8 kV a 24 kV. Entretanto, os grandes e modernos geradores são construídos para tensões de 18 a 24 kV. Não foram adotadas tensões padronizadas para geradores.

As tensões dos geradores são elevadas para níveis de transmissão de 115 a 765 kV. As tensões padronizadas de alta tensão (AT) são 115, 138 e 230 kV. As extra-altas tensões (EAT) são 345, 500 e 765 kV. Estão sendo feitas pesquisas em linhas para níveis de ultra-altas tensões (UAT) de 1.000 a 1.500 kV. A vantagem dos níveis mais elevados de tensão das linhas de transmissão torna-se evidente quando se leva em conta a capacidade de transmissão da linha em megavolt-ampères (MVA). A capacidade das linhas de mesmo comprimento varia aproximadamente segundo uma relação um pouco maior do que o quadrado da tensão. Entretanto, não é possível especificar a capacidade de uma linha para uma dada tensão porque a capacidade depende de limites térmicos do condutor, queda de tensão permitida, confiabilidade e exigências para ser mantido o sincronismo entre as máquinas do sistema, o que é conhecido por estabilidade. Muitos desses fatores são dependentes do comprimento da linha.

Os cabos de transmissão subterrânea para uma determinada tensão parecem desenvolver-se durante cerca de 10 anos após terem entrado em funcionamento. A transmissão subterrânea é desprezível em termos de quilometragem mas está aumentando significativamente. Ela é mais recomendada para áreas urbanas densamente povoadas, ou é usada sob largos leitos de água.

A primeira redução de tensão da linha de transmissão se dá na subestação de transmissão onde a redução ocorre na faixa de 34,5 a 138 kV, dependendo, naturalmente, da tensão da linha. Alguns usuários industriais podem ser abastecidos nesses níveis de tensão. A redução de tensão seguinte ocorre na subestação de distribuição, onde a tensão das linhas que saem dessa subestação ficam em torno de 4 a 34,5 kV e mais comumente entre 11 e 15 kV. Este é o sistema primário de distribuição. Um valor de tensão muito usado nesse estágio é 12.470 V entre linhas, o que significa 7.200V entre uma linha e a terra, ou neutro. Essa tensão é geralmente descrita como 12.470 Y/7.200 V. Uma outra tensão de valor menor no sistema primário e que é menos usada é 4.160 Y/2.400 V. Muitas cargas industriais são alimentadas a partir do sistema primário, que também alimenta os transformadores de distribuição que fornecem tensões secundárias em circuitos monofásicos a três fios para uso residencial. Aqui, a tensão é 240 V entre dois fios e 120 V entre cada um desses fios e o terceiro condutor, o qual é aterrado. Outros circuitos secundários são os sistemas trifásicos a quatro fios nos valores 208 Y/120 V ou 480 Y/277 V.

1.4 ESTUDOS DE CARGA

Um estudo de carga consiste na determinação da tensão, da corrente da potência e do fator de potência ou potência reativa nos diversos pontos de uma rede elétrica sob condições reais ou ideais de operação normal. Os estudos de carga são essenciais para planejar a expansão do sistema, uma vez que a operação satisfatória desse sistema depende do conhecimento dos efeitos da interligação com outros sistemas, de novas cargas, de novas centrais geradoras e de novas linhas de transmissão antes que elas sejam instaladas.

Antes do desenvolvimento de computadores digitais de grande porte, os estudos de fluxo de carga eram feitos em analisadores de rede CA, os quais eram uma réplica monofásica e escala reduzida do sistema real por intermédio da interligação de elementos de circuito e de fontes de tensão. A realização de conexões, ajustes e leitura de dados era cansativa e demorada. Atualmente, os computadores digitais fornecem as soluções para estudos de fluxos de carga em sistemas complexos. De fato, um programa computacional pode comportar mais de 1.500 barras, 2.500 linhas, 500 transformadores com mudança de derivação sob carga e 25 transformadores defasadores. Os resultados completos são impressos rápida e economicamente.

Os planejadores de sistemas estão interessados em estudar como será o sistema de potência 10 ou 20 anos depois. É mais do que 10 anos o tempo que transcorre entre o início do planejamento de uma nova usina nuclear e o seu início de operação. Uma empresa de energia elétrica

deve saber, com muita antecedência, dos problemas relacionados com a alocação da usina e a melhor disposição das linhas para transmitir a energia aos centros de carga, os quais não existem quando o planejamento deve ser feito.

Veremos, no Capítulo 8, como os estudos de fluxo de carga são realizados com o auxílio do computador. A Figura 8.2 mostra a listagem de saída do computador de um fluxo de carga relativo a um pequeno sistema que estaremos estudando.

1.5 DESPACHO ECONÔMICO DE CARGA

As empresas de energia elétrica podem dar a impressão de que não existe concorrência entre elas. Esta idéia surge tendo-se em vista que cada empresa opera numa área geográfica não servida por outras. No entanto, a concorrência está presente nos esforços para atrair novas indústrias para a área. Taxas elétricas favoráveis constituem o fator que incentiva a localização de uma indústria, embora esse fator seja muito menos importante em épocas que os custos crescem rapidamente e as tarifas para a indústria elétrica são incertas do que nos períodos de situação econômica estável. A regulamentação das tarifas por comissões estaduais, entretanto, serve de pressão sobre essas empresas, para que elas operem da maneira mais econômica e obtenham lucros razoáveis em face de custos crescentes de produção.

Despacho econômico é o termo dado ao processo de distribuir o total da carga de um sistema entre as várias usinas geradoras, de modo a alcançar a máxima economia de operação. Veremos que todas as usinas de um sistema são controladas continuamente por um computador, à medida que ocorrem mudanças na carga de tal modo que a geração seja alocada para se ter a operação econômica máxima.

1.6 CÁLCULO DE FALHAS

Uma falta num circuito é qualquer falha que interfere com o fluxo normal da corrente. A maioria das faltas em linhas de transmissão de 115 kV ou mais é causada por descargas atmosféricas, que resultam no centelhamento dos isoladores. A alta tensão existente entre um condutor da linha e a torre (que é aterrada) causa a ionização, provocando um caminho, para a terra, para a carga induzida pela descarga atmosférica. Uma vez estabelecido o caminho ionizado para a terra, a baixa impedância desse caminho faz com que circule corrente da linha para a terra e através da terra para o neutro aterrado de um transformador ou gerador, completando, assim, o circuito. Faltas entre duas fases não envolvendo a terra são menos comuns. A abertura de disjuntores, para isolar a porção da linha em falta do resto do sistema, interrompe a circulação de corrente no caminho ionizado e permite que ocorra a desionização. Após um intervalo de cerca de 20 ciclos para a desionização, os disjuntores geralmente podem ser religados sem que se estabeleça o arco novamente. A experiência na operação de linhas de transmissão mostra que os disjuntores com velocidade ultra-rápida de refechamento conseguem religar-se com sucesso após muitas faltas. Aqueles casos em que o refechamento não ocorre com sucesso, um número apreciável é causado por faltas permanentes onde ele seria impossível, independente do intervalo de tempo entre a abertura e o refechamento. As faltas permanentes são causadas por linhas caídas no solo, por ruptura de uma cadeia de isoladores, devido a cargas de gelo, por danos

permanentes em torres e por falhas de pára-raios. A experiência tem mostrado que entre 70 e 80% das faltas em linhas de transmissão são faltas entre uma fase e terra, as quais ocorrem devido ao centelhamento de apenas uma fase da linha para a torre e daí para a terra. O menor número de faltas, cerca de 5%, envolve todas as três fases, o que é chamado de faltas trifásicas. Outros tipos de faltas em linhas de transmissão são as faltas entre duas fases, as quais não envolvem a terra, e as faltas entre duas fases e terra. Todas as faltas acima, exceto a falta trifásica, são assimétricas e causam um desequilíbrio entre as fases.

A corrente que circula nas diferentes partes de um sistema de potência, imediatamente após a ocorrência de uma falta, difere daquela que circula poucos ciclos mais tarde, justamente antes de os disjuntores abrirem a linha em ambos os lados da falta. Essas duas correntes citadas diferem em muito da corrente que estaria circulando sob condições de estado permanente se a falta não fosse isolada do resto do sistema pela operação de disjuntores. Dois dos fatores a respeito dos quais depende a seleção adequada dos disjuntores são: a corrente que circula imediatamente após a ocorrência da falta e a corrente que o disjuntor deve interromper. O cálculo de faltas consiste em determinar essas correntes para vários tipos de faltas em vários pontos do sistema. Os dados obtidos desses cálculos de faltas também servem para determinar o ajuste dos relés que controlam os disjuntores.

A análise por componentes simétricos é uma ferramenta poderosa que estudaremos mais tarde e que torna o cálculo de faltas assimétricas quase tão fácil como o cálculo de faltas trifásicas. Novamente, o computador digital aparece como fundamental para a realização dos cálculos de faltas. Examinaremos as operações básicas utilizadas nos programas computacionais.

1.7 PROTEÇÃO DE SISTEMAS

As faltas podem ser muito prejudiciais a um sistema de potência. Muitos estudos, desenvolvimento de dispositivos e projetos de esquemas de proteção têm resultado em contínuo aperfeiçoamento na prevenção de danos em linhas de transmissão e equipamentos, como também de interrupções na geração após a ocorrência de uma falta.

Estaremos examinando o problema de transitórios em uma linha de transmissão para um caso muito simplificado. Esse caso nos levará ao estudo de como pára-raios de surtos protegem equipamentos, tais como transformadores nos barramentos de uma usina e nas subestações, contra os surtos de tensão muito elevada causados por descargas atmosféricas e, no caso de linhas de EAT e UAT, por chaveamento.

As faltas causadas por surtos são geralmente de duração tão curta que qualquer disjuntor do circuito que tenha aberto religará automaticamente após alguns poucos ciclos, restabelecendo a operação normal. Se não estiverem envolvidos pára-raios ou se as faltas forem permanentes, as seções em falta do sistema devem ser isoladas para manter em operação normal o resto do sistema.

O funcionamento de disjuntores é controlado por relés que percebem a falta. No emprego de relés, são especificadas zonas de proteção para definir as partes do sistema pelas quais vários relés são responsáveis. Um relé também atuará em auxílio a outro relé numa zona ou zonas adjacentes onde a falta ocorre, no caso em que o relé da zona adjacente falhe em responder. No Capítulo 13 estudaremos as características dos tipos básicos de relés e veremos alguns exemplos numéricos na utilização e coordenação de relés.

1.8 ESTUDOS DE ESTABILIDADE

A corrente que circula em um gerador de CA ou em um motor síncrono depende do módulo de sua tensão interna gerada, da fase de sua tensão interna em relação à fase da tensão interna de cada uma das outras máquinas do sistema e ainda das características da rede e da carga. Por exemplo, dois geradores CA funcionando em paralelo, sem quaisquer outras ligações externas do circuito entre os dois, farão circular corrente nula se suas tensões internas forem iguais em módulo e em fase. Se suas tensões internas forem iguais em módulo, porém diferentes em fase, a diferença das tensões não será zero e circulará uma corrente, determinada pela diferença das tensões e pela impedância do circuito. Uma máquina fornecerá potência para a outra, que funcionará como motor em vez de gerador.

As fases das tensões internas dependem da posição relativa dos rotores das máquinas. Se o sincronismo não for mantido entre os geradores de um sistema de potência, as fases de suas tensões internas estarão variando constantemente, cada uma em relação às outras, sendo impossível uma operação satisfatória.

As fases das tensões internas das máquinas síncronas permanecem constantes apenas enquanto as velocidades das várias máquinas permanecerem constantes e iguais à velocidade que corresponde à freqüência do fasor de referência. Quando varia a carga de um gerador ou do sistema, a corrente do gerador ou do sistema também varia. Se a variação da corrente não resultar na variação do módulo das tensões internas das máquinas, as fases dessas tensões deverão variar. Portanto, são necessárias variações momentâneas na velocidade para ser obtido o ajuste das fases das tensões, uma vez que as fases são determinadas pelas posições relativas dos rotores. Quando as máquinas já tiverem se ajustado aos novos valores de fase, ou quando tiver desaparecido a perturbação causadora da variação momentânea da velocidade, as máquinas deverão funcionar novamente na velocidade síncrona. Se qualquer máquina não permanecer em sincronismo com o resto do sistema, resultará a circulação de correntes elevadas; em um sistema projetado adequadamente, a ação de relés de disjuntores isolará essa máquina do sistema. O problema de estabilidade consiste em manter os geradores e motores do sistema funcionando de modo síncrono.

Os estudos de estabilidade são classificados conforme a ocorrência de condições de estado permanente ou condições transitórias. Existe um limite definido para a potência que um gerador CA é capaz de fornecer, como também para a carga que um motor síncrono pode suportar. A instabilidade ocorre quando se procura aumentar a energia mecânica fornecida ao gerador, ou a carga mecânica de um motor, acima daquele limite definido, chamado *limite de estabilidade*. O valor-limite da potência é alcançado mesmo quando a variação é feita gradualmente. As perturbações em um sistema, causadas por cargas aplicadas repentinamente, por ocorrência de faltas, por perda de excitação no campo de um gerador e por ação de disjuntores, podem provocar a perda de sincronismo mesmo quando a variação no sistema, causada pela perturbação, não ultrapassar o limite de estabilidade quando feita essa variação gradualmente. O valor-limite de potência é chamado *limite de estabilidade em regime transitório* ou *limite de estabilidade em regime permanente*, conforme o ponto de instabilidade for alcançado por uma variação súbita ou gradual nas condições do sistema.

Felizmente, os engenheiros encontraram métodos para melhorar a estabilidade e para predizer os limites de funcionamento estável, tanto em condições de regime permanente como transitório. Os estudos de estabilidade que faremos para um sistema com duas máquinas são menos complexos que os estudos para sistemas multimáquinas, porém muitos dos métodos para melhorar a estabilidade podem ser vistos pela análise de um sistema com duas máquinas. Os computadores digitais são usados na previsão dos limites de estabilidade de um sistema complexo.

1.9 O ENGENHEIRO DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

Este capítulo procurou mostrar um pouco da história do desenvolvimento inicial dos sistemas elétricos de potência como também descrever alguns dos estudos e técnicas analíticas importantes no planejamento da operação, melhoria e expansão de um sistema de potência moderno. O engenheiro de sistema de potência deve conhecer os métodos para fazer estudos de cargas, análise de faltas e estudos de estabilidade e para saber os princípios de despacho econômico, tendo em vista que esses estudos afetam o projeto e operação do sistema, bem como a escolha de sua aparelhagem de controle. Antes que possamos estudar esses problemas em maior detalhe, devemos ver alguns conceitos fundamentais relacionados a sistemas de potência, de modo a entender como esses conceitos fundamentais afetam aqueles problemas.

1.10 LEITURA COMPLEMENTAR

As notas de rodapé ao longo deste livro indicam fontes de informação a respeito de muitos dos tópicos que estaremos abordando. O leitor também será informado a respeito dos livros relacionados abaixo, os quais tratam em sua maioria dos mesmos assuntos deste livro embora alguns incluam outros tópicos ou os mesmos em maior profundidade.

Elgerd, O. I., *Electric energy systems theory*: an introduction, 2ª ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1982.

Gross, C.A., *Power system analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1979.

Neuenswander, J. R., *Modern power systems*, Intext Educational Publishers, New York, 1971.

Weedy, B. M., *Electric power systems*, 3ª ed., John Wiley & Sons Ltd., London, 1979.

CAPÍTULO

2

CONCEITOS BÁSICOS

O engenheiro de sistema de potência tanto está voltado para a operação normal do sistema como para as condições anormais que possam ocorrer.

Ele deve, ainda, estar bastante familiarizado com os circuitos CA em regime permanente, particularmente com circuitos trifásicos. É o propósito deste capítulo rever algumas das idéias fundamentais de tais circuitos, estabelecer a notação que será usada no desenvolver do livro e introduzir as expressões de valores de tensão, corrente, impedância e potência em valores por unidades.

2.1 INTRODUÇÃO

A forma de onda de tensão nos barramentos de um sistema de potência pode ser assumida como sendo puramente senoidal e de freqüência constante. No desenvolvimento teórico deste livro, na maioria dos casos, estaremos voltados para a representação fasorial das tensões e correntes senoidais e usaremos letras maiúsculas, V e I, para indicar esses fasores (com subscritos apropriados quando necessário). Barras verticais incluindo V e I, isto é $|V|$ e $|I|$, designarão o módulo dos fasores. Letras minúsculas indicarão valores instantâneos. Quando uma tensão gerada (força eletromotriz) está especificada, a letra E em vez de V será usada para enfatizar o fato de que uma fem, em vez de uma genérica diferença de potência entre dois pontos, está sendo considerada.

Se uma tensão e uma corrente são expressas como funções do tempo, tais como

$$v = 141{,}4 \cos(\omega t + 30°)$$

e

$$i = 7{,}07 \cos \omega t$$

seus valores máximos serão obviamente $V_{max} = 141{,}4$ V e $I_{max} = 7{,}07$ A, respectivamente. Barras verticais não são necessárias quando o subscrito max, com V e I, é usado para indicar valor máximo. O termo módulo se refere ao valor-quadrático-médio ou valores rms, o qual é igual aos valores máximos divididos por $\sqrt{2}$. Logo, para as expressões acima para v e i,

$$|V| = 100 \text{ V} \qquad \text{e} \qquad |I| = 5 \text{ A}$$

Estes são os valores lidos por tipos comuns de voltímetros e amperímetros. Um outro nome para o valor rms é o *valor eficaz*. A potência média dispendida em um resistor é $|I|^2 R$.

Para expressar estas quantidades como fasores, deve ser escolhida uma referência. Se a corrente é o fasor referência

$$I = 5\underline{/0°} = 5 + j0 \text{ A}$$

a tensão, em avanço, de 30% em relação ao fasor referência, é

$$V = 100\underline{/30°} = 86{,}6 + j50 \text{ V}$$

Obviamente, não são escolhidas como fasor referência tanto a tensão como a corrente instantânea, cujas expressões são v e i; neste caso, suas expressões fasoriais envolveriam outros ângulos.

Em diagramas de circuitos é mais conveniente usar marcas de polaridades na forma de sinais-mais e sinais-menos para indicar o terminal considerado positivo quando da especificação da tensão. Uma seta sobre o diagrama especifica o sentido suposto positivo para o fluxo de corrente. No equivalente monofásico de um circuito-trifásico, a notação com subscrito único é geralmente suficiente, mas a notação com subscrito duplo é usualmente mais simples quando se trata com todas as três fases.

2.2 NOTAÇÃO COM SUBSCRITO ÚNICO

A Figura 2.1 indica um circuito CA com uma fem representada por um círculo. A corrente no circuito é I_L e a tensão através de Z_L é V_L. Entretanto, para especificar estas tensões como fasores, são necessárias as marcações de + e −, sobre o diagrama chamadas marcas de polaridade, e uma seta para o sentido da corrente.

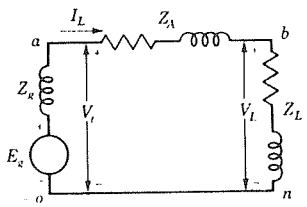


Figura 2.1 Um circuito CA com fem E_g e impedância de carga Z_L.

Num circuito CA, o terminal marcado com o sinal + é positivo com respeito ao terminal marcado com o sinal −. para a metade de um ciclo de tensão, e é negativo com respeito ao outro terminal durante a metade seguinte do ciclo. Marcamos os terminais para permitir-nos dizer que a tensão entre os terminais é positiva a qualquer instante, quando o terminal marcado por um mais estiver atualmente num potencial maior que o terminal marcado por um menos. Conseqüentemente, na Figura 2.1, a tensão instantânea v_t é positiva quando o terminal marcado com mais está instantaneamente num potencial maior que o terminal marcado com o sinal negativo. Durante o semiciclo seguinte, o terminal marcado positivamente está instantaneamente negativo, e v_t é negativo. Alguns autores usam uma seta, mas neste caso, é necessário especificar quando a seta está apontando no sentido do terminal denominado por um mais ou no sentido do terminal denominado por um menos na convenção descrita acima.

A seta de corrente realiza uma função semelhante. O subscrito, neste caso L, não é necessário a menos que outras correntes estejam presentes. Obviamente, o sentido instantâneo do fluxo da corrente, em um circuito CA, é trocado a cada semiciclo. A seta aponta no sentido que será chamado positivo para a corrente. Quando a corrente está instantaneamente fluindo no sentido oposto ao da seta, a corrente é negativa. O fasor corrente é

$$I_L = \frac{V_t - V_L}{Z_A} \tag{2.1}$$

e

$$V_t = E_g - I_L Z_g \tag{2.2}$$

Como certos nós no circuito possuem letras a eles associadas, as tensões podem ser designadas por subscrito como uma única letra, identificando o nó cujas tensões são expressas com respeito ao nó de referência. Na Figura 2.1, a tensão instantânea v_a e o fasor tensão V_a expressam a tensão do nó a com respeito ao nó de referência o, e v_a é positiva quando a está em potencial maior que o. Então

$$v_a = v_t \qquad v_b = v_L$$
$$V_a = V_t \qquad V_b = V_L$$

2.3 NOTAÇÃO COM SUBSCRITO DUPLO

O uso das marcas de polaridade para tensões e sentido de setas para correntes pode ser evitado usando-se a notação com subscrito duplo. O entendimento do circuito trifásico é consideravelmente clarificado pela adoção de um sistema de duplo subscrito. A convenção a ser seguida é bastante simples.

Representando uma corrente, a ordem do subscrito assinalado ao símbolo da corrente define o sentido do fluxo desta quando ela é considerada positiva. Na Figura 2.1 a seta aponta de a para b, definindo sentido positivo para a corrente I_L associada à seta. A corrente instantânea i_l é positiva quando a corrente está instantaneamente no sentido de a para b, e em notação com duplo subscrito, esta corrente é i_{ab}. A corrente i_{ab} é igual a $-i_{ba}$.

Na notação com duplo subscrito, as letras subscritas em uma tensão indicam os nós do circuito entre os quais a tensão existe. Seguiremos a convenção que diz que o primeiro subscrito representa a tensão daquele nó com respeito ao nó identificado pelo segundo subscrito. Isto significa que a tensão v_{ab} através de Z_A do circuito da Figura 2.1 é a tensão do nó a com respeito ao nó b e que v_{ab} é positivo durante o semiciclo para o qual a está num potencial maior que b. O fasor tensão correspondente é V_{ab}, e

$$V_{ab} = I_{ab} Z_A \tag{2.3}$$

onde Z_A é a impedância complexa, pela qual I_{ab} flui, entre os nós a e b, e que também poderá ser chamada Z_{ab}.

Invertendo a ordem dos subscritos, tanto da corrente como da tensão, dá uma corrente ou tensão defasada de 180° com a original; isto é

$$V_{ab} = V_{ba}\underline{/180^\circ} = -V_{ba}$$

A relação entre notações com subscrito único e notações com subscrito duplo para o circuito da Figura 2.1 está resumida como segue

$$V_t = V_a = V_{ao} \qquad V_L = V_b = V_{bo}$$
$$I_L = I_{ab}$$

Para escrever a lei de Kirchhoff das tensões, a ordem dos subscritos é a ordem na qual aparecem as tensões, traçando um caminho fechado em torno do circuito. Para a Figura 2.1

$$V_{oa} + V_{ab} + V_{bn} = 0 \tag{2.4}$$

Nós n e o são os mesmos neste circuito, e n foi introduzido para identificar mais precisamente o caminho. Substituindo V_{oa} por $-V_{ao}$ e, observando que $V_{ab} = I_{ab}Z_A$, temos

$$-V_{ao} + I_{ab} Z_A + V_{bn} = 0 \tag{2.5}$$

e então

$$I_{ab} = \frac{V_{ao} - V_{bn}}{Z_A} \tag{2.6}$$

2.4 POTÊNCIA EM CIRCUITOS MONOFÁSICOS CA

Embora a teoria fundamental da transmissão de energia descreva o deslocamento de energia em termos da interação de campos elétricos e magnéticos, o engenheiro de sistemas de potência está, na maioria das vezes, preocupado com a descrição da taxa de variação da energia com respeito ao tempo (a qual é a definição de potência) em termos de tensão e corrente. A unidade de potência é o watt. A potência em watt absorvida pela carga a qualquer instante é o produto da queda de tensão instantânea através da carga em volts e a corrente instantânea na carga em ampères. Se os terminais da carga estão indicados por a e n, e se a tensão e corrente são expressas por

$$v_{an} = V_{\max} \cos \omega t \qquad \text{e} \qquad i_{an} = I_{\max} \cos (\omega t - \theta)$$

a potência instantânea é

$$p = v_{an} i_{an} = V_{\max} I_{\max} \cos \omega t \cos (\omega t - \theta) \tag{2.7}$$

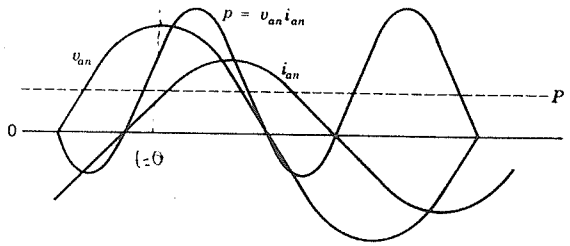


Figura 2.2 Corrente, tensão e potência em função do tempo.

O ângulo θ nestas equações é positivo para corrente atrasada da tensão e negativo para corrente adiantada da tensão. Um valor positivo de p expressa a taxa pela qual a energia está sendo absorvida pela parte do sistema, entre os pontos a e n. A potência instantânea é obviamente positiva quando ambas, v_{an} e i_{an}, são positivas mas tornar-se-ão negativas quando v_{an} e i_{an} estiverem opostas em sinal. A Figura 2.2 ilustra este ponto. A potência positiva calculada por $v_{an} i_{an}$ resulta quando a corrente está fluindo na direção da queda de tensão e é a taxa de transferência de energia para a carga. Inversamente, potência negativa calculada por $v_{an} i_{an}$ resulta quando a corrente está fluindo na direção de um crescimento da tensão e significa que uma energia está sendo transferida da carga para o sistema no qual a carga está ligada. Se v_{an} e i_{an} estão em fase, como no caso de carga puramente resistiva, a potência instantânea nunca ficará negativa. Se a corrente e a tensão estão defasadas de 90°, como num elemento ideal de circuito puramente indutivo ou puramente capacitivo, a potência instantânea terá semiciclos positivos e negativos iguais e seu valor médio será zero.

Usando identidades trigonométricas, a expressão da Equação (2.7) é reduzida a

$$p = \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta \, (1 + \cos 2\omega t) + \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} 2\omega t \tag{2.8}$$

onde $V_{\max} I_{\max}/2$ pode ser substituído pelo produto do valor rms da tensão e corrente $|V_{an}|$ ou $|V| \cdot |I|$.

Outra apresentação da expressão para potência instantânea é obtida considerando a componente de corrente em fase com v_{an} e a componente de corrente defasada de 90° com v_{an}. A Figura 2.3*a* indica um circuito em paralelo para o qual a Figura 2.3*b* indica o diagrama fasorial. A componente de i_{an} em fase com v_{an} é i_R, e da Figura 2.3*b* concluímos que $|I_R| = I_{an} \cos\theta$. Se o valor máximo de i_{an} é $I_{\max}$, o máximo valor de i_R é $I_{\max} \cos\theta$. A corrente instantânea i_R deve estar em fase com v_{an}.

Para $v_{an} = V_{\max} \cos \omega t$,

$$i_R = \underbrace{I_{\max} \cos \theta}_{\max i_R} \cos \omega t \tag{2.9}$$

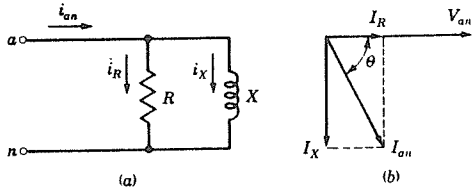


Figura 2.3 Circuito paralelo RL e correspondente diagrama fasorial.

Analogamente, a componente de i_{an} atrasada de v_{an} por 90° é i_x, cujo máximo valor é $I_{\max} \operatorname{sen}\theta$, como i_x deve estar atrasada de v_{an} por 90°,

$$i_X = \underbrace{I_{\max} \operatorname{sen} \theta}_{\max i_X} \operatorname{sen} \omega t \tag{2.10}$$

Então

$$\begin{aligned} v_{an} i_R &= V_{\max} I_{\max} \cos \theta \cos^2 \omega t \\ &= \frac{V_{\max} I_{\max}}{2} \cos \theta \, (1 + \cos 2\omega t) \end{aligned} \tag{2.11}$$

que é a potência instantânea na resistência e é o primeiro termo na Equação (2.8). A Figura 2.4 indica $v_{an} i_R$ em função do tempo t.

Analogamente,

$$v_{an} i_X = V_{max} I_{max} \text{ sen } \theta \text{ sen } \omega t \cos \omega t$$
$$= \frac{V_{max} I_{max}}{2} \text{ sen } \theta \text{ sen } 2\omega t \qquad (2.12)$$

que é a potência instantânea na indutância e é o segundo termo na Equação (2.8). A Figura 2.5 indica $v_{an} i_X$, e seu produto plotado em função do tempo t.

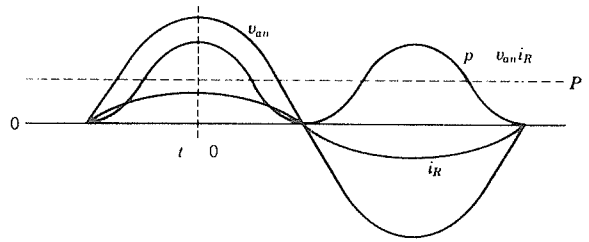


Figura 2.4 Tensão, corrente em fase com tensão e a potência resultante como função do tempo.

Um exame da Equação (2.8) indica que o primeiro termo, que contém $\cos\theta$, é sempre positivo e tem um valor médio de

$$P = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \theta \qquad (2.13)$$

ou, quando os valores de tensão e corrente em rms são substituídos,

$$P = |V| \cdot |I| \cos \theta \qquad (2.14)$$

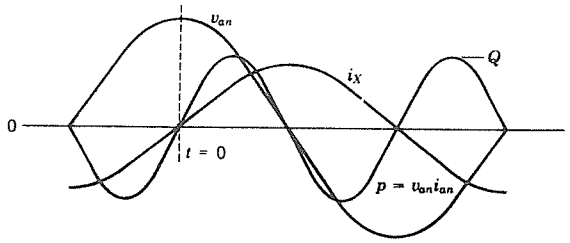


Figura 2.5 Tensão, corrente atrasada da tensão por 90° e a potência resultante em função do tempo.

P é a grandeza para a qual a palavra potência se refere quando não modificada por um adjetivo, identificando-a. A potência média P é também chamada potência real. A unidade fundamental para ambas, potência instantânea e potência média, é o watt mas é uma unidade pequena em relação às grandezas inerentes aos sistemas de potência, cujo P é usualmente medido em quilowatts ou megawatts.

O co-seno do ângulo de fase θ entre a tensão e a corrente é chamado *fator de potência*. Um circuito indutivo tem um fator de potência em atraso e um circuito capacitivo tem um fator de potência adiantado. Em outras palavras, os termos fator de potência em atraso e fator de potência adiantado indicam, respectivamente, quando a corrente está em atraso ou adiantado à tensão aplicada.

O segundo termo da Equação (2.8), o termo contendo $\text{sen}\,\theta$, é alternadamente positivo e negativo e tem um valor médio igual a zero. Esta componente da potência instantânea p é chamada *potência reativa instantânea* e expressa o fluxo de energia alternativamente na direção da carga e para fora da carga. O valor máximo desta potência pulsante, designada Q, é chamado potência reativa ou volt-ampère reativo e ela é utilíssima na descrição da operação de um sistema de potência, como ficará gradativamente evidente em futuras discussões. A potência reativa é

$$Q = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \text{ sen } \theta \qquad (2.15)$$

$$Q = |V| \cdot |I| \text{ sen } \theta \qquad (2.16)$$

A raiz quadrada da soma dos quadrados de P e Q é igual ao produto de $|V|$ e $|I|$

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(|V| \cdot |I| \cos \theta)^2 + (|V| \cdot |I| \text{ sen } \theta)^2} = |V| \cdot |I| \qquad (2.17)$$

Naturalmente, P e Q têm as mesmas unidades dimensionais, mas é usual designar as unidades para Q como vars (por volt-ampère reativo). As unidades mais práticas para Q são quilovars ou megavars.

Para um simples circuito-série onde Z é igual a $R + jX$, podemos substituir $|I| \cdot |Z|$ por $|V|$ nas Equações (2.14) e (2.16) para obter

$$P = |I|^2 \cdot |Z| \cos \theta \qquad (2.18)$$

ou

$$Q = |I|^2 \cdot |Z| \text{ sen } \theta \qquad (2.19)$$

Então, identificando $R = |Z| \cos\theta$ e $X = |Z| \text{ sen}\,\theta$, achamos

$$P = |I|^2 R \qquad \text{e} \qquad Q = |I|^2 X \qquad (2.20)$$

como esperado.

As Equações (2.14) e (2.16) fornecem outro método de computação do fator de potência, observando que $Q/P = \tan\theta$. O fator de potência é, portanto,

$$\cos\theta = \cos\tan^{-1}\frac{Q}{P}$$

ou das Equações (2.14) e (2.17)

$$\cos\theta = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}$$

Se a potência instantânea expressa pela Equação (2.8) é a potência num circuito predominantemente capacitivo com a mesma tensão aplicada, θ seria negativo, tornando senθ e Q negativos. Se circuitos capacitivos e indutivos estão em paralelo, a potência reativa instantânea para o circuito RL estará 180° defasada da potência reativa instantânea do circuito RC. A potência reativa líquida é a diferença entre Q para o circuito RL e Q para o circuito RC. Um valor positivo é assumido a Q para uma carga indutiva e um sinal negativo a Q para uma carga capacitiva.

Engenheiros da área de sistemas de potência usualmente vêm um capacitor como sendo um gerador de potência reativa positiva em vez de uma carga necessitando potência reativa negativa. Este conceito é bastante lógico, pois um capacitor consumindo Q negativo em paralelo com uma carga indutiva reduz Q que, por outro lado, terá de ser suprido pelo sistema à carga indutiva. Em outras palavras, o capacitor supre Q requerido pela carga indutiva. Isto é o mesmo que considerar o capacitor como um dispositivo que entrega uma corrente atrasada em vez de um dispositivo que absorve uma corrente adiantada, como indicado na Figura 2.6. Um capacitor ajustável, em paralelo com uma carga indutiva, pode ser ajustado tal que a corrente em avanço para o capacitor seja exatamente igual em módulo à componente da corrente na carga indutiva que está atrasada da tensão por 90°. Então, a corrente resultante está em fase com a tensão. O circuito indutivo continua requerendo potência reativa positiva, mas a potência reativa líquida é zero. É por esta razão que os engenheiros da área de sistemas de potência acham conveniente considerar um capacitor como supridor desta potência reativa para a carga indutiva. Quando as palavras positiva e negativa não são usadas, potência reativa positiva é assumida.

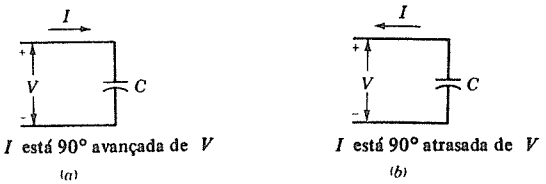


Figura 2.6 Capacitor considerado (*a*) como um elemento passivo absorvendo corrente em avanço e (*b*) como um gerador suprindo corrente em atraso.

2.5 POTÊNCIA COMPLEXA

Se as expressões fasoriais para tensão e corrente são conhecidas, o cálculo da potência real e reativa é efetivado convenientemente na forma complexa. Se a tensão e a corrente numa certa carga ou parte de um circuito são expressas por $V = |V|\angle\alpha$ e $I = |I|\angle\beta$, o produto da tensão pelo conjugado da corrente é

$$VI^* = V\angle\alpha \times I\angle-\beta = |V|\cdot|I|\angle\alpha-\beta \tag{2.21}$$

Esta grandeza, chamada *potência complexa*, é usualmente designada por S. Na forma retangular

$$S = |V|\cdot|I|\cos(\alpha-\beta) + j|V|\cdot|I|\,\text{sen}\,(\alpha-\beta) \tag{2.22}$$

Como α-β, o ângulo de fase entre tensão e corrente é θ nas equações anteriores,

$$S = P + jQ \tag{2.23}$$

A potência reativa Q será positiva quando o ângulo de fase α-β entre tensão e corrente for positivo, isto é, quando $\alpha > \beta$, o que significa que a corrente está atrasada da tensão. Inversamente, Q será negativo para $\beta > \alpha$, o que indica que a corrente está em avanço da tensão. Isto concorda com a seleção de um sinal positivo para a potência reativa de um circuito indutivo e de um sinal negativo para a potência reativa de um circuito capacitivo. Para se obter o apropriado sinal de Q, é necessário calcular S como VI^*, em vez de V^*I, o que inverteria o sinal de Q.

2.6 TRIÂNGULO DE POTÊNCIA

A Equação (2.23) sugere um método gráfico de obtenção da resultante para P,Q e ângulo de fase para várias cargas em paralelo visto que $\cos\theta$ é $P/|S|$. Um triângulo de potência pode ser desenhado para uma carga indutiva, como indicado na Figura 2.7. Para várias cargas em paralelo, o P total será a soma das potências médias das cargas individuais,

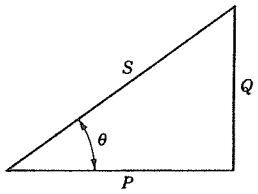


Figura 2.7 Triângulo de potência para uma carga indutiva.

a qual seria traçada no eixo horizontal para uma análise gráfica. Para uma carga indutiva, Q será traçada verticalmente para cima, visto que é reativa negativa e Q será vertical para baixo. A Figura 2.8 ilustra o triângulo de potência composto de P_1, Q_1 e S_1 para uma carga atrasada tendo um ângulo de fase θ, combinado com o triângulo de potência composto de P_2, Q_2 e S_2 que é uma carga capacitiva com um θ_2 negativo. Estas duas cargas em paralelo resultam num triângulo tendo lados $P_1 + P_2$ e $Q_1 + Q_2$, e hipotenusa S_R. O ângulo de fase entre tensão e corrente fornecida para as cargas combinadas é θ_R.

2.7 SENTIDO DO FLUXO DE POTÊNCIA

A relação entre P, Q e tensão de barra V, ou tensão gerada E com respeito ao sinal de P e Q é importante quando o fluxo de potência num sistema é considerado. A questão envolve o sentido do fluxo de potência, isto é, se a potência está sendo gerada ou absorvida quando a tensão e a corrente são especificadas.

A questão de entrega de potência para um circuito ou absorção de potência de um circuito é bastante óbvia para um sistema CC. Consideré a relação entre corrente e tensão indicada na Figura 2.9, onde a corrente CC I está fluindo para a bateria. Se $I = 10$ A e $E = 100$ V, a bateria está sendo carregada (absorvendo energia) numa taxa de 1000 W. Por outro lado, com a seta ainda no sentido indicado, a corrente pode ser $I = -10$ A. Então, o sentido convencional da corrente é oposto ao sentido da seta, a bateria está descarregando (entregando energia),

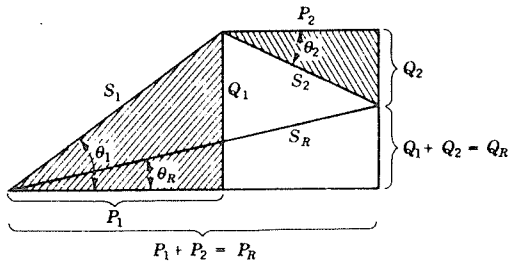


Figura 2.8 Triângulo de potência para cargas combinadas. Note que Q_2 é negativo.

e o produto de E e I -1000 W. Pelo desenho da Figura 2.9 com I fluindo através da bateria do terminal positivo para o negativo, o carregamento da bateria parece ser o indicado, mas este é o caso somente se E e I forem positivos, tal que a potência calculada como produto de E e I seja positiva. Com este relacionamento entre E e I, o sinal positivo para a potência é obviamente relacionado ao carregamento da bateria.

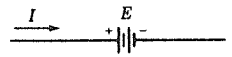
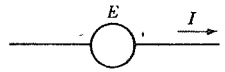
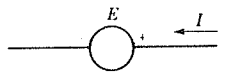


Figura 2.9 Uma representação CC de carga de uma bateria se E e I são ambas positivas ou ambas negativas.

Se o sentido da seta para I na Figura 2.9 fosse invertido, a descarga da bateria seria indicada por um sinal positivo para I e para potência. Então, o diagrama de circuito determina quando um sinal positivo para potência está associado com o carregamento ou o descarregamento da bateria. Esta explanação parece desnecessária, mas fornece o embasamento para interpretação das relações nos circuitos CA.

Figura 2.10 Uma representação de fem e corrente em um circuito de CA para ilustrar as marcações de polaridades.

TABELA 2.1

Diagrama do circuito	Calculada a partir de EI *
 Considerando ação geradora	Se P é +, fem fornece potência Se P é −, fem absorve potência Se Q é +, fem fornece potência reativa (I atrasado de E) Se Q −, fem absorve potência reativa (I adiantado de E)
 Considerando ação motora	Se P é +, fem absorve potência Se P é −, fem fornece potência Se Q é +, fem absorve potência reativa (I atrasado de E) Se Q é −, fem fornece potência reativa (I adiantado de E)

A Figura 2.10 indica, para um sistema CA, uma fonte de tensão (módulo constante, freqüência constante, impedância zero) com marcações de polaridades que, como usualmente, indica o terminal que é positivo durante o semiciclo positivo da tensão instantânea. Por conseguinte, o terminal marcado positivamente é presentemente terminal negativo durante o semiciclo negativo da tensão instantânea. De maneira semelhante, a seta indica o sentido da corrente durante o semiciclo positivo da corrente.

Na Figura 2.10*a*, tem-se a expectativa da representação de um gerador já que a corrente é positiva quando fluindo do gerador pelo terminal marcado positivamente. Entretanto, o terminal marcado positivamente pode ser negativo quando a corrente flui dele. A técnica para compreender o problema é a de decompor o fasor I em uma componente ao longo do eixo do fasor E e na componente 90° defasada de E. O produto de $|E|$ e o módulo da componente de I ao longo do eixo E é P. O produto de $|E|$ e o módulo da componente de I que está 90° defasada de E é Q. Se a componente de I ao longo do eixo de E está em fase

com E, a potência é uma *potência gerada* a qual está sendo *entregue* ao sistema; esta componente de corrente está sempre fluindo do terminal marcado positivamente quando este terminal está presentemente positivo (e na direção do terminal quando este terminal é negativo). P, a parte real de EI^*, é positivo.

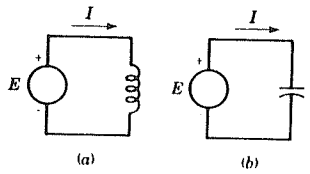


Figura 2.11 Uma fem alternada aplicada (*a*) sobre um elemento indutivo puro e (*b*) sobre um elemento capacitivo puro.

Se a componente da corrente ao longo do eixo de E é negativa (180° defasado de E), a potência está sendo absorvida e a situação é aquela do motor. P, a parte real de EI^*, seria negativa.

A relação entre tensão e corrente deve ser como a indicada na Figura 2.10*b*, e se poderia esperar que fosse um motor. Entretanto, uma potência média absorvida ocorreria somente se a componente do fasor I ao longo do eixo do fasor E fosse encontrado em fase em vez de estar defasado de 180° com E, tal que esta componente de corrente estaria sempre na direção da queda de potencial. Neste caso P, a parte real de EI^*, seria positiva. Um P negativo, aqui, indicaria potência gerada.

Para considerar o sinal de Q, a Figura 2.11 é útil. Na Figura 2.11*a*, a potência reativa positiva igual a $|I|^2X$ é suprida para a indutância, uma vez que indutância absorve Q positiva. Então, I está atrasada de E por 90°, e Q, a parte imaginária de EI^*, é positiva. Na Figura 2.11*b*, Q negativa deve ser suprida à capacitância do circuito, ou a fonte com fem E está recebendo Q positiva do capacitor. I está avançada de E por 90°.

Se o sentido da seta na Figura 2.11*a* for invertido, I estará em avanço com relação a E por 90° e a parte imaginária de EI^* será negativa. A indutância poderia ser vista como suprindo Q negativa em vez de absorvendo Q positiva. A Tabela 2.1 sumaria estas relações.

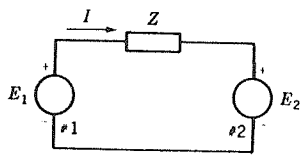


Figura 2.12 Fontes Ideais de Tensão conectadas através de uma impedância Z.

Exemplo 2.1 Duas fontes ideais de tensão designadas como máquinas 1 e 2 estão conectadas como indicadas na Figura 2.12. Se $E_1 = 100\angle 0°$ V, $E_2 = 100\angle 30°$V e $Z = 0 + j5\,\Omega$, determine: (*a*) quando cada máquina está gerando ou consumindo potência e as respectivas quantidades, (*b*) quando cada máquina está recebendo ou suprindo potência reativa e as respectivas quantidades, (*c*) P e Q absorvidas pela impedância.

Solução

$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{100 + j0 - (86{,}6 + j50)}{j5}$$

$$= \frac{13{,}4 - j50}{j5} = -10 - j2{,}68 = 10{,}35\underline{/195°}$$

$$E_1 I^* = 100(-10 + j2{,}68) = -1000 + j268$$

$$E_2 I^* = (86{,}6 + j50)(-10 + j2{,}68)$$

$$= -866 + j232 - j500 - 134 = -1000 - j268$$

$$|I|^2 X = 10{,}35^2 \times 5 = 536 \text{ var}$$

Poder-se ia esperar que a Máquina 1 é um gerador por causa da corrente e marcações de polaridade. Uma vez que P é negativa e Q é positiva, a máquina consome energia na taxa de 1000 W e supre a potência reativa de 268 var. A máquina é na verdade um motor.

Máquina 2, que se espera ser um motor, tem um P negativo e um Q negativo. Portanto, esta máquina gera energia na taxa de 1000 W e supre potência reativa de 268 var. A máquina é na verdade um gerador.

Observe que a potência reativa suprida de 268 + 268 é igual a 536 var, o que é requerido pela reatância indutiva de 5 Ω. Como a impedância é puramente reativa, nenhuma P é consumida pela impedância, e todas as P geradas pela máquina 2 são transferidas para a máquina 1.

2.8 TENSÃO E CORRENTE EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

Sistemas elétricos de potência são alimentados por geradores trifásicos. Usualmente, os geradores alimentam cargas trifásicas equilibradas, o que significa cargas com impedâncias idênticas nas três fases. Cargas com iluminação e pequenos motores são, obviamente, monofásicas mas sistemas de distribuição são projetados tal que todas as fases sejam essencialmente equilibradas. A Figura 2.13 indica um gerador em conexão-Y com o neutro marcado o e alimentando uma carga equilibrada-Y com o neutro marcado n. Na discussão deste circuito estaremos supondo que as impedâncias de conexões entre os terminais do gerador e da carga, bem como as impedâncias das conexões diretas entre o e n, sejam desprezíveis.

O circuito equivalente do gerador trifásico consiste em uma fem em cada uma das três fases, como indicado pelos círculos no diagrama. Cada fem está em série com uma resistência e uma reatância indutiva compondo a impedância Zg. Os pontos a', b' e c' são fictícios já que a fem gerada não pode ser separada da impedância de cada fase. Os terminais da máquina são os pontos a, b e c. Alguma atenção será dada a este circuito equivalente em um capítulo posterior.

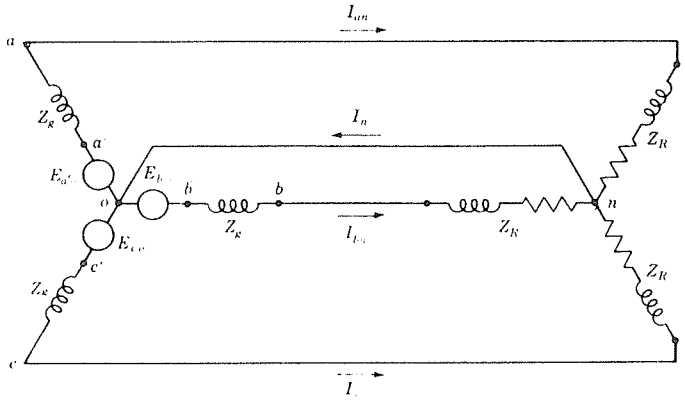


Figura 2.13 Diagrama de um gerador ligado em Y conectado a uma carga equilibrada em Y.

No gerador as fems $E_a'_o$, $E_b'_o$, $E_c'_o$ são iguais em módulo e deslocadas uma da outra de 120° na fase. Se o módulo de cada uma é 100 V, com $E_a'_o$ como referência,

$$E_{a'o} = 100\underline{/0°}\ \text{V} \qquad E_{b'o} = 100\underline{/240°}\ \text{V} \qquad E_{c'o} = 100\underline{/120°}\ \text{V}$$

assegurada uma seqüência de fase *abc*, o que significa que $E_a'_o$ está adiantada 120° de $E_b'_o$ e $E_b'_o$ por seu turno está adiantada 120° de $E_c'_o$. O diagrama de circuito não dá indicação da seqüência de fase, mas a Figura 2.14 indica estas fems com seqüência de fase *abc*.

Nos terminais do gerador (e na carga, neste caso), as tensões entre terminal e neutro são

$$\begin{aligned} V_{ao} &= E_{a'o} - I_{an}Z_g \\ V_{bo} &= E_{b'o} - I_{bn}Z_g \\ V_{co} &= E_{c'o} - I_{cn}Z_g \end{aligned} \tag{2.24}$$

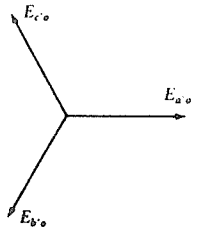


Figura 2.14 Diagrama fasorial das fems do circuito indicado na Figura 2.13.

Como o e n estão no mesmo potencial, V_{ao}, V_{bo} e V_{co} são iguais a V_{an}, V_{bn} e V_{cn}, respectivamente, e as correntes de linha (as quais são também as correntes de fase para a conexão Y) são

$$\begin{aligned} I_{an} &= \frac{E_{a'o}}{Z_g + Z_R} = \frac{V_{an}}{Z_R} \\ I_{bn} &= \frac{E_{b'o}}{Z_g + Z_R} = \frac{V_{bn}}{Z_R} \\ I_{cn} &= \frac{E_{c'o}}{Z_g + Z_R} = \frac{V_{cn}}{Z_R} \end{aligned} \tag{2.25}$$

Como $E_a'_o$, $E_b'_o$ e $E_c'_o$ são iguais em módulo e defasadas de 120°, e as impedâncias vistas por cada uma destas fems são idênticas as correntes também serão iguais em módulo e deslocadas 120° uma das outras. O mesmo também deve ser verdade para V_{an}, V_{bn} e V_{cn}. Neste caso, descrevemos as tensões e as correntes como equilibradas. A Figura 2.15*a* indica três correntes de linha de um sistema equilibrado. Na Figura 2.15*b* a soma destas correntes está indicada como sendo um triângulo (fechado) equilátero. É óbvio que sua soma é zero. Portanto, I_n na conexão indicada na Figura 2.13 entre os neutros do gerador e da carga deve ser zero. Então, a conexão entre n e o pode ter qualquer impedância, ou mesmo estar aberta, e n e o permanecerão no mesmo potencial.

Se a carga é *desequilibrada*, a soma das correntes não será nula e uma corrente fluirá entre o e n. Para a condição *desequilibrada*, na ausência de uma conexão de impedância zero, o e n não estarão no mesmo potencial.

As tensões entre duas linhas são V_{ab}, V_{bc} e V_{ca}. Percorrendo um caminho de a para b através de n no circuito da Figura 2.13, chega-se a

$$V_{ab} = V_{an} + V_{nb} = V_{an} - V_{bn} \tag{2.26}$$

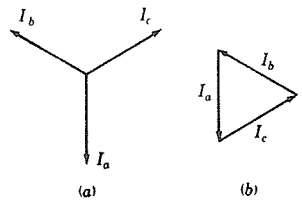


Figura 2.15 Diagrama fasorial das correntes em uma carga trifásica equilibrada: (*a*) fasores desenhados a partir de um ponto comum; (*b*) adição dos fasores formando um triângulo equilátero.

Embora $E_a'o$ e V_{an} não estejam em fase, poderemos decidir pelo uso de V_{an} em vez de $E_a'o$ como referência na definição das tensões. Então, a Figura 2.16*a* é o diagrama fasorial das tensões ao neutro e a Figura 2.16*b* indica como V_{ab} é encontrada. O módulo de V_{ab} é

$$|V_{ab}| = 2|V_{an}| \cos 30° = \sqrt{3}|V_{an}| \tag{2.27}$$

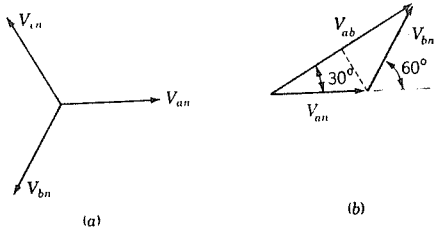


Figura 2.16 Tensões em um circuito trifásico equilibrado: (*a*) tensões com referência ao neutro; (*b*) relações entre tensões de linha e tensões com relação ao neutro.

Como fasor, V_{ab} está adiantada 30° de V_{an}, e portanto

$$V_{ab} = \sqrt{3}\, V_{an} \angle 30° \tag{2.28}$$

As outras tensões entre duas linhas são encontradas de maneira semelhante e a Figura 2.17 indica todas as tensões entre linhas e todas as tensões entre linha e neutro.

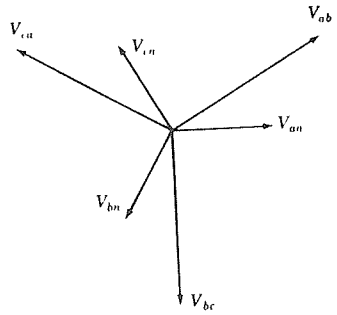


Figura 2.17 Diagrama fasorial de tensões em um circuito trifásico equilibrado.

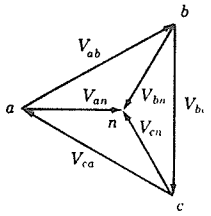


Figura 2.18 Método alternativo para o traçado dos fasores da Figura 2.17.

A Figura 2.18 é uma outra maneira de mostrar as tensões entre duas linhas e entre linha e neutro. Os fasores de tensão entre duas linhas são desenhados de tal maneira que fornecem um triângulo equilátero orientado no sentido de concordância com a referência escolhida, neste caso V_{an}. Os vértices do triângulo são denominados de tal maneira que cada fasor inicie e termine no vértice correspondente à ordem dos subscritos daquele fasor de tensão. Tensões entre linha e neutro são desenhadas na direção do centro do triângulo. Uma vez que este diagrama esteja entendido, verifica-se ser bastante simples determinar várias outras tensões.

A ordem na qual os vértices *a*, *b* e *c* do triângulo seguem um ao outro, quando o triângulo é rotacionado na direção contrária aos ponteiros do relógio e em torno de *n*, indica a seqüência de fase. Veremos mais tarde um exemplo da importância da seqüência de fase quando discutirmos componentes simétricos como um meio de analisar faltas desequilibradas sobre sistemas de potência.

Um diagrama de corrente em separado pode ser desenhado para relacionar cada corrente com respeito à sua tensão de fase.

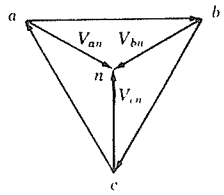


Figura 2.19 Diagrama fasorial de tensão para o Exemplo 2.2.

Exemplo 2.2 Em um circuito trifásico equilibrado, a tensão V_{ab} é $173\angle 0°$ V. Determine todas as tensões e as correntes numa carga em conexão Y tendo $Z_L = 10\angle 20°\ \Omega$. Suponha que a seqüência de fase é *abc*.

Solução O diagrama fasorial das tensões está desenhado como indicado na Figura 2.19, do qual é determinado que

$$V_{ab} = 173{,}2\angle 0° \text{ V} \qquad V_{an} = 100\angle -30° \text{ V}$$
$$V_{bc} = 173{,}2\angle 240° \text{ V} \qquad V_{bn} = 100\angle 210° \text{ V}$$
$$V_{ca} = 173{,}2\angle 120° \text{ V} \qquad V_{cn} = 100\angle 90° \text{ V}$$

Cada corrente está 20° atrasada da tensão através da sua impedância de carga e cada módulo de corrente é 10 A. A Figura 2.20 é o diagrama fasorial das correntes

$$I_{an} = 10\angle -50^\circ \text{ A} \qquad I_{bn} = 10\angle 190^\circ \text{ A} \qquad I_{cn} = 10\angle 70^\circ \text{ A}$$

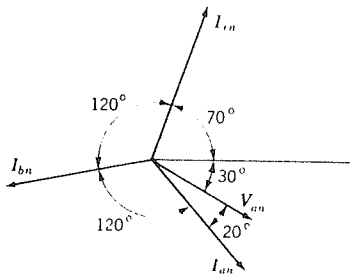


Figura 2.20 Diagrama fasorial das correntes para o Exemplo 2.2.

Cargas equilibradas são comumente ligadas em Δ, como indicado na Figura 2.21. Aqui, deixamos para o leitor verificar que o módulo de uma corrente de linha, tal como I_a, é igual a $\sqrt{3}$ vezes o módulo de uma corrente de fase, tal como I_{ab}, e que I_a está 30° atrasada de I_{ab}, quando a seqüência de fase é *abc*.

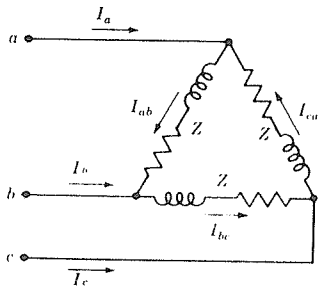


Figura 2.21 Diagrama de circuito da carga trifásica conectada em Δ.

Para a solução de circuitos trifásicos equilibrados, não é necessário trabalhar com o diagrama do circuito trifásico inteiro da Figura 2.13. Para resolver o circuito supõe-se que existe uma conexão ao neutro de impedância zero para transportar a soma das correntes trifásicas, o que é zero, entretanto, para as condições equilibradas. O circuito é solucionado pela aplicação da lei de tensão de Kirchhoff em torno do caminho fechado que inclui uma fase e o neutro. Tal caminho fechado está indicado na Figura 2.22. Este circuito é o equivalente monofásico do

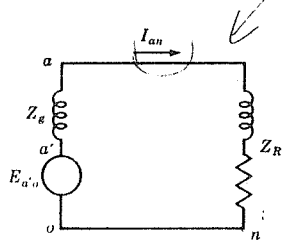


Figura 2.22 Uma fase do circuito da Figura 2.13.

circuito da Figura 2.13. Cálculos feitos para este caminho são estendidos a todo circuito trifásico, levando em consideração que as correntes nas outras duas fases são iguais em módulo à corrente da fase calculada e estão deslocadas 120° e 240° em fase. É irrelevante se a carga equilibrada, especificada por sua tensão de linha, potência total e fator de potência, é conectada em Δ ou em Y porque uma configuração Δ pode sempre ser substituída com propósitos de cálculos por sua equivalente configuração Y. Para fazer essa substituição, a impedância de cada fase do equivalente Y será um terço da impedância de cada lado do Δ.

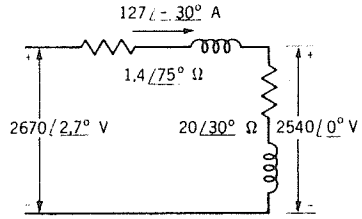


Figura 2.23 Diagrama de circuito com os valores para o Exemplo 2.3.

Exemplo 2.3 A tensão terminal de uma carga conectada em Y consistindo em três impedâncias iguais de $20\angle 30^\circ$ e 4,4 kV linha a linha. A impedância em cada uma das três linhas que conectam a carga ao barramento numa subestação é $Z_L = 1{,}4\angle 75^\circ\ \Omega$. Achar a tensão entre linhas na barra da subestação.

Solução O módulo da tensão ao neutro na carga é $4440/\sqrt{3} = 2540$ V. Se V_{an}, a tensão na carga, é escolhida como referência,

$$V_{an} = 2540\angle 0^\circ \text{ V} \qquad \text{e} \qquad I_{an} = \frac{2540\angle 0^\circ}{20\angle 30^\circ} = 127{,}0\angle -30^\circ \text{ A}$$

A tensão linha para neutro na subestação é

$$\begin{aligned} V_{an} + I_{an}Z_L &= 2540\angle 0^\circ + 127\angle -30^\circ \times 1{,}4\angle 75^\circ \\ &= 2540\angle 0^\circ + 177{,}8\angle 45^\circ \\ &= 2666 + j125{,}7 = 2670\angle 2{,}70^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

e o módulo da tensão na barra da subestação é

$$\sqrt{3} \times 2{,}67 = 4{,}62 \text{ kV}$$

A Figura 2.23 indica o circuito e as grandezas envolvidas.

2.9 POTÊNCIA EM CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

A potência total entregue por um gerador trifásico ou absorvida por uma carga trifásica é facilmente encontrada pela adição da potência de cada uma das três fases. Em um circuito equilibrado, isto é feito pela multiplicação da potência de alguma das fases por 3, já que a potência é a mesma em todas as fases.

Se o módulo das tensões com relação ao neutro V_p para uma carga em conexão Y é

$$V_p = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| \tag{2.29}$$

e se o módulo da corrente de fase I_p para uma carga em conexão Y é

$$I_p = |I_{an}| = |I_{bn}| = |I_{cn}| \tag{2.30}$$

a potência total trifásica é

$$P = 3V_p I_p \cos \theta_p \tag{2.31}$$

onde θp é o ângulo pelo qual a corrente de fase está atrasada da tensão de fase, isto é, o ângulo da impedância em cada fase. Se V_L e I_L são os módulos da tensão entre linhas e corrente de linha, respectivamente,

$$V_p = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \qquad \text{e} \qquad I_p = I_L \tag{2.32}$$

e substituindo na Equação (2.31), fica

$$P = \sqrt{3}\, V_L I_L \cos \theta_p \tag{2.33}$$

Os vars totais são

$$Q = 3V_p I_p \operatorname{sen} \theta_p \tag{2.34}$$

$$Q = \sqrt{3}\, V_L I_L \operatorname{sen} \theta_p \tag{2.35}$$

e os volt-ampères da carga são

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}\, V_L I_L \tag{2.36}$$

As Equações (2.33), (2.35) e (2.36) são as usuais para o cálculo de P, Q e $|S|$ em redes trifásicas equilibradas, já que os valores usualmente conhecidos são tensão entre linhas, corrente de linha e fator de potência, $\cos\theta_p$. Falando de sistema trifásico, condições equilibradas são admitidas, a menos que existam informações ao contrário, e os termos tensão, corrente e potência, a menos que identificados ao contrário, são entendidos como significando tensão entre linhas, corrente de linha e potência total das três fases.

Se a carga está ligada em Δ, a tensão em cada impedância é a tensão entre linhas, e a corrente através de cada impedância é o módulo da corrente de linha dividida por $\sqrt{3}$, ou

$$V_p = V_L \qquad \text{e} \qquad I_p = \frac{I_L}{\sqrt{3}} \tag{2.37}$$

A potência trifásica total é

$$P = 3V_p I_p \cos \theta_p \tag{2.38}$$

e substituindo nesta equação os valores de V_p e I_p da Equação (2.37) dá

$$P = \sqrt{3}\, V_L I_L \cos \theta_p \tag{2.39}$$

a qual é idêntica à Equação (2.33). Isto resulta que as Equações (2.35) e (2.36) também são válidas, a menos que uma carga especial esteja conectada em Δ ou Y.

2.10 GRANDEZAS EM POR-UNIDADES

As linhas de transmissão em sistemas de potência são operadas em níveis de tensão onde o quilovolt é a unidade mais conveniente para expressar a tensão. Por causa da grande soma de potência transmitida, quilowatts ou megawatts e quilovolt-ampère ou megavolt-ampère são termos comuns. Entretanto, estas quantidades, bem como ampères e ohms, são comumente expressas como percentagens ou como por-unidade de uma base ou valor de referência especificadas para cada uma. Neste caso, se uma tensão base de 120 kV é escolhida, tensões de 108, 120 e 126 kV tornar-se-ão 0,90, 1,00 e 1,05 por-unidade, ou 90, 100 e 105%, respectivamente, O valor por-unidade de qualquer quantidade é definido como a relação da quantidade pelo valor de sua base, expressa como um decimal. A relação em percentagem é 100 vezes o valor em por-unidade. Tanto o método de cálculo que usa percentagem como o que usa por-unidade são mais simples do que os que usam os atuais ampères, ohms e volts. O método por-unidade tem vantagem sobre o método de percentagem porque o produto de duas quantidades expressas em por-unidade resulta em quantidade por-unidade, mas o produto de duas quantidades expressas em por cento deve ser dividido por 100 para chegar ao resultado.

Tensão, corrente, quilovolt-ampère e impedância são tão relacionados que a seleção de valores bases para quaisquer dois deles determina os valores bases dos dois restantes. Se especificamos os valores bases da corrente e da tensão, a impedância base e o quilovolt-ampère base

podem ser determinados. A impedância base é a impedância que terá a queda de tensão sobre ela igual ao valor base da tensão, quando a corrente, fluindo na impedância, é igual ao valor base da corrente. Os quilovolt-ampères base nos sistemas monofásicos são o produto da tensão base em quilovolts pela corrente base em ampères. Usualmente, megavolt-ampères base e tensões bases em quilovolts são as quantidades escolhidas para especificar as bases. Para sistemas monofásicos, ou sistemas trifásicos onde o termo corrente se refere à corrente de linha, onde o termo tensão se refere à tensão com relação ao neutro e onde o termo quilovolt-ampère se refere a quilovolt-ampère por fase, as seguintes fórmulas relacionam as várias quantidades:

$$\text{Corrente base, A} = \frac{\text{kVA}_{1\phi}\ \text{base}}{\text{tensão base kV}_{LN}} \tag{2.40}$$

$$\text{Impedância base} = \frac{\text{tensão base, V}_{LN}}{\text{corrente base, A}} \tag{2.41}$$

$$\text{Impedância base} = \frac{(\text{tensão base, kV}_{LN})^2 \times 1000}{\text{kVA}_{1\phi}\ \text{base}} \tag{2.42}$$

$$\text{Impedância base} = \frac{(\text{tensão base, kV}_{LN})^2}{\text{MVA}_{1\phi}\ \text{base}} \tag{2.43}$$

$$\text{Potência base, kW}_{1\phi} = \text{kVA}_{1\phi}\ \text{base} \tag{2.44}$$

$$\text{Potência base, MW}_{1\phi} = \text{MVA}_{1\phi}\ \text{base} \tag{2.45}$$

$$\text{Impedância por-unidade de um circuito} = \frac{\text{impedância atual, } \Omega}{\text{impedância base, } \Omega} \tag{2.46}$$

Nestas equações, os subscritos 1ϕ e LN denotam "por fase" e "linha para neutro", respectivamente, quando as equações se aplicam a circuitos trifásicos. Se as equações são usadas para circuitos monofásicos, kV_{LN} significa a tensão através da linha monofásica ou a tensão entre linha e terra se um lado está aterrado.

Como os circuitos trifásicos são solucionados como se fossem linhas monofásicas com retorno pelo neutro, as bases para quantidades no diagrama de impedância são quilovolt-ampères por fase e quilovolts de linha para neutro. Os dados são usualmente fornecidos como quilovolt-ampères ou megavolt-ampères trifásicos e quilovolts entre linhas. Por causa desse costume de se especificar a tensão entre linhas e quilovolt-ampères ou megavolt-ampères totais, uma confusão pode surgir com vista à relação entre o valor por-unidade da tensão de linha e o valor por-unidade da tensão de fase. Embora a tensão de linha possa ser especificada como base, a tensão no circuito monofásico necessária para a solução é ainda a tensão para o neutro. A tensão base de fase é a tensão base de linha dividida por $\sqrt{3}$. Já que esta é também a relação entre tensões de linha e tensões de fase de um sistema trifásico equilibrado, o *valor por-unidade de uma tensão de fase na base da tensão de fase é igual ao valor em por-unidade da tensão de linha no mesmo ponto, na base de tensão de linha se o sistema está equilibrado.* De maneira semelhante, o quilovolt-

ampère trifásico é três vezes o quilovolt-ampère por fase e o quilovolt-ampère trifásico base é três vezes o quilovolt-ampère por fase. Portanto, o *valor por-unidade do quilovolt-ampère trifásico sobre o quilovolt-ampère trifásico base é idêntico ao valor por unidade do quilovolt-ampère por fase sobre o quilovolt-ampère por fase base.*

Um exemplo numérico poderá servir para esclarecer as relações discutidas. No caso de

$$\text{kVA}_{3\phi}\ \text{base} = 30.000\ \text{kVA}$$

e

$$\text{kV}_{LL}\ \text{base} = 120\ \text{kV}$$

onde os subscritos 3ϕ e LL significam "trifásico" e "linha para linha", respectivamente,

$$\text{kVA}_{1\phi}\ \text{base} = \frac{30.000}{\sqrt{3}} = 10.000\ \text{kVA}$$

e

$$\text{kV}_{LN}\ \text{base} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69{,}2\ \text{kV}$$

Para uma tensão existente de linha de 108 kV, a tensão de fase é $108/\sqrt{3} = 62{,}3$ kV, e

$$\text{Tensão por-unidade} = \frac{108}{120} = \frac{62{,}3}{69{,}2} = 0{,}90$$

Para a potência trifásica total de 18.000 kW, a potência por fase é 6.000 kW, e

$$\text{Potência por-unidade} = \frac{18.000}{30.000} = \frac{6.000}{10.000} = 0{,}6$$

Naturalmente, valores em megawatt e megavolt-ampère podem ser substituídos por valores em quilowatt e quilovolt-ampère com base na discussão acima. A menos que exista especificação em contrário, um dado valor de tensão base num sistema trifásico é a tensão entre linhas e um dado valor de quilovolt-ampère base ou megavolt-ampère base é a potência total trifásica.

Impedância base e corrente base podem ser calculadas diretamente a partir de valores trifásicos de quilovolts base e quilovolt-ampères base. Se interpretarmos *quilovolt-ampère base e tensão base em quilovolts para significar quilovolt-ampères base para o conjunto total das três fases e tensão entre linhas* , obteremos

$$\text{Corrente base, A} = \frac{\text{kVA}_{3\phi}\ \text{base}}{\sqrt{3} \times \text{tensão base, kV}_{LL}} \tag{2.47}$$

e da Equação (2.42)

$$\text{Impedância base} = \frac{(\text{tensão base, kV}_{LL}/\sqrt{3})^2 \times 1000}{\text{kVA}_{3\phi}\ \text{base}/3} \tag{2.48}$$

$$\text{Impedância base} = \frac{(\text{tensão base, kV}_{LL})^2 \times 1000}{\text{kVA}_{3\phi}\ \text{base}} \tag{2.49}$$

$$\text{Impedância base} = \frac{(\text{tensão base, kV}_{LL})^2}{\text{MVA}_{3\phi}\ \text{base}} \tag{2.50}$$

Exceto pelo subscrito, as Equações (2.42) e (2.43) são idênticas às Equações (2.49) e (2.50), respectivamente. Subscritos foram usados para expressar estas relações com o objetivo de enfatizar a distinção entre trabalhar com quantidades trifásicas e quantidades monofásicas. Usaremos estas quantidades sem os subscritos, mas devemos (1) usar tensões entre linhas com quilovolt-ampère ou megavolt-ampère trifásicos e (2) usar quilovolts entre linha e neutro com quilovolt-ampère ou megavolt-ampère por fase. A Equação (2.40) determina a corrente base para sistemas monofásicos ou sistemas trifásicos onde as bases são especificadas em quilovolt-ampère por fase e quilovolt com relação ao neutro. A Equação (2.47) determina a corrente base para sistemas trifásicos onde as bases são especificadas em quilovolt-ampère total das três fases e em quilovolt entre linhas.

Exemplo 2.4 Ache a solução do Exemplo 2.3 trabalhando em por-unidade sobre uma base de 4,4 kV, 127 A, tal que as grandezas de tensão e corrente serão 1,0 por-unidade. A corrente, em vez de quilovolt-ampère, está especificada aqui já que esta última quantidade não entra no problema.

Solução A impedância-base é

$$\frac{4400/\sqrt{3}}{127} = 20{,}0\ \Omega$$

e, portanto, a magnitude da impedância da carga é também 1,0 por-unidade. A impedância da linha é

$$Z = \frac{1{,}4\angle 75^\circ}{20} = 0{,}07\angle 75^\circ \text{ p.u}$$

$$V_{an} = 1{,}0\angle 0^\circ + 1{,}0\angle 45^\circ$$

$$= 1{,}0495 + j\,0{,}0495 =$$

$$= 1{,}05\angle 2{,}70^\circ \text{ p.u.}$$

$$V_{LN} = 1{,}051 \times \frac{4400}{\sqrt{3}} = 2670 \text{ V, ou } 2{,}67 \text{ kV}$$

$$V_{LL} = 1{,}051 \times 4{,}4 = 4{,}62 \text{ kV}$$

Quando problemas a serem resolvidos são mais complexos e, particularmente, quando há envolvimento de transformadores, as vantagens de cálculos em por-unidade serão mais evidentes.

2.11 MUDANÇA DE BASE DE GRANDEZAS EM POR-UNIDADE

Algumas vezes, a impedância em por-unidade de um componente do sistema é expressa numa base diferente daquela selecionada como base para a parte do sistema na qual o componente está localizado. Como todas as impedâncias em qualquer parte do sistema devem ser expressas na mesma base de impedância quando efetuando cálculos, é necessário ter um meio de converter impedâncias por-unidade de uma base para outra. Substituindo a expressão para impedância base dada pela Equação (2.42) ou (2.49) pela impedância base na Equação (2.46) dá

$$\begin{matrix}\text{Impedância por-unidade} \\ \text{de um elemento de circuito}\end{matrix} = \frac{(\text{impedância existente, }\Omega) \times (\text{kVA base})}{(\text{tensão base, kV})^2 \times 1.000} \tag{2.51}$$

indicando que a impedância em por-unidade é diretamente proporcional a quilovolt-ampères base e inversamente proporcional ao quadrado da tensão base. Portanto, para mudar a impedância em uma dada base para uma impedância em por-unidade em uma base nova, a seguinte equação é aplicada

$$Z_{novo}\text{ por-unidade} = Z_{dado}\text{ por-unidade} \left(\frac{\text{kV}_{dado}\ \text{base}}{\text{kV}_{novo}\ \text{base}}\right)^2 \left(\frac{\text{kV}_{novo}}{\text{kVA}_{dado}}\right) \tag{2.52}$$

Esta equação não tem nada a ver com a transferência do valor ôhmico da impedância de um lado do transformador para outro lado. O grande valor da equação é na mudança da impedância por-unidade dada numa base em particular para uma nova base.

Em vez de usar a Equação (2.52), entretanto, a mudança de base pode ser obtida pela conversão do valor em por-unidade numa dada base para ohms e dividindo-o pela nova impedância base.

Exemplo 2.5 A reatância de um gerador, designada por X'', é dada como sendo 0,25 por-unidade baseado nos dados de placa do gerador de 18 kV, 500 MVA. A base para cálculos é 20 kV, 100 MVA. Encontre X'' na nova base.

Solução Pela Equação (2.52)

$$X'' = 0{,}25\left(\frac{18}{20}\right)^2\left(\frac{100}{500}\right) = 0{,}0405 \text{ p.u.}$$

ou pela conversão do valor dado para ohms e dividindo pela nova base de impedância

$$X'' = \frac{0{,}25(18^2/500)}{20^2/100} = 0{,}0405 \text{ p.u.}$$

A resistência e a reatância de um dispositivo em percentagem ou por-unidade são geralmente fornecidas pelo fabricante. Entende-se como base os quilovolt-ampères e quilovolts nominais do dispositivo. As Tabelas A.4 e A.5 no Apêndice listam alguns valores representativos de reatância para geradores e transformadores. Discutiremos quantidades em por-unidade, posteriormente, no Capítulo 6 em conexão com nosso estudo de transformadores.

PROBLEMAS

2.1 Se $v = 141{,}4\ \text{sen}(wt + 30°)$V e $i = 11{,}31\ \cos(wt - 30°)$A, ache para cada um: (*a*) o valor máximo, (*b*) o valor rms e (*c*) a expressão fasorial na forma polar e retangular se a tensão é a referência. O circuito é indutivo ou capacitivo?

2.2 Se o Circuito do Problema 2.1 consiste em um elemento puramente resistivo e em um elemento puramente reativo, obtenha R e X, (*a*) se os elementos estão em série e (*b*) se os elementos estão em paralelo.

2.3 Em um circuito monofásico $V_a = 120\angle 45°$V e $V_b = 100\angle -15_e$V com respeito a um nó de referência *o*. Obtenha V_{ba} na forma polar.

2.4 Uma tensão CA monofásica de 240 V é aplicada a um circuito série cuja impedância é $10\angle 60°\ \Omega$. Obtenha R, X, P, Q e o fator de potência do circuito.

2.5 Se um capacitor é ligado em paralelo com o circuito do Problema 2.4 e se este capacitor fornece 1.250 VAr, obtenha P e Q fornecidos pela fonte de 240 V, e encontre ainda o fator de potência resultante.

2.6 Uma carga indutiva monofásica consome 10 MW com um fator de potência em atraso de 0,6. Desenhe o triângulo de potência e determine a potência reativa de um capacitor ligado em paralelo com a carga para elevar o fator de potência para 0,85.

2.7 Um motor de indução monofásico está operando com uma carga muito leve durante uma grande parte do dia e consome 10 A da fonte. Um dispositivo é proposto para "aumentar a eficiência" do motor. Durante a demonstração, o dispositivo é colocado em paralelo com o motor a vazio e a corrente absorvida da fonte cai para 8 A. Quando dois dos dispositivos são colocados em paralelo, a corrente cai para 6 A. Que simples dispositivo causará esta queda em corrente? Discuta as vantagens do dispositivo. (Lembramos que um motor de indução absorve corrente em atraso.)

2.8 Se a impedância entre a máquina 1 e a 2 do Exemplo 2.1 é $Z = 0 - j5\ \Omega$, determine: (*a*) quando cada máquina está gerando ou consumindo potência, (*b*) quando cada máquina está recebendo ou suprindo potência reativa e a quantidade, (*c*) o valor de P e Q absorvidas pela impedância.

2.9 Repita o Problema 2.8 se $Z = 5 + j0\ \Omega$.

2.10 A fonte de tensão $E_{an} = -120\angle 210°$V e a corrente fornecida pela fonte é dada como sendo $I_{na} = 10\angle 60°$A. Obtenha os valores de P e Q e especifique quando a fonte está entregando ou recebendo cada uma dessas potências.

2.11 Resolva o Exemplo 2.1 se $E_1 = 100\angle 0°$V e $E_2 = 120\angle 30°$V. Compare os resultados com os do Exemplo 2.1 e tire algumas conclusões com relação ao efeito da variação da grandeza de E_2 no circuito.

2.12 Três impedâncias idênticas de $10\angle -15°\ \Omega$ são ligadas em Y para equilibrar tensões de linha trifásicas de 208 V. Especifique todas as tensões de linha e tensões de fase e as correntes como fasores na forma polar, com V_{ca} como referência, para uma seqüência *abc*.

2.13 Em um sistema trifásico equilibrado, as impedâncias conectadas em Y são $10\angle 30°\ \Omega$. Se $V_{bc} = 416\angle 90°$V, especifique I_{cn} na forma polar.

2.14 Os terminais de uma fonte trifásica são denominados *a*, *b* e *c*. Entre qualquer par, um voltímetro mede 115 V. Um resistor de 100 Ω e um capacitor de 100 Ω na freqüência da fonte estão ligados em série de *a* para *b* com o resistor conectado em *a*. O ponto de conexão dos elementos entre si é denominado *n*. Determine, graficamente, a leitura do voltímetro entre *c* e *n* se a seqüência de fase é *abc* e se a seqüência de fase é *acb*.

2.15 Determine a corrente fornecida de uma linha trifásica de 440 V para um motor trifásico 15 hp operando a plena carga, 90% de eficiência e 80% fator de potência em atraso. Obter os valores P e Q absorvidos da linha.

2.16 Se a impedância de cada uma das três linhas conectadas ao motor do Problema 2.15 em uma barra é $0{,}3 + j1{,}0\ \Omega$, obtenha a tensão entre-linhas na barra que supre 440 V ao motor.

2.17 Uma carga Δ equilibrada, composta de resistências puras de 15 Ω por fase, está em paralelo com uma carga Y equilibrada tendo a impedância de fase de $8 + j6\ \Omega$. Impedâncias idênticas de $2 + j5\ \Omega$ estão em cada uma das três linhas, ligando as cargas combinadas a uma fonte trifásica de 110 V. Obtenha a corrente absorvida da fonte e a tensão de linha no ponto correspondente à combinação das cargas.

2.18 Uma carga trifásica absorve 250 kW com um fator de potência de 0,707 atrasada uma linha de 400 V. Em paralelo com a carga, existe um banco de capacitor trifásico que absorve 60 kVA. Obtenha a corrente total absorvida da fonte e o fator de potência resultante.

2.19 Um motor trifásico absorve 20 kVA com 0,707 de fator de potência de uma fonte de 220 V. Determine os quilovolt-ampères nominais dos capacitores para fazer o fator de potência combinado de 0,90 em atraso e determine a corrente de linha antes e depois de adicionar o capacitor.

2.20 Uma máquina de dragagem de uma mina de carvão a céu aberto consome 0,92 MVA com 0,8 de fator de potência em atraso quando esta puxa carvão e gera (entrega para o sistema elétrico) 0,10 MVA a 0,5 de fator de potência adiantado quando a pá carregada balança para fora da parede do buraco. No final do período de escavação, a mudança na amplitude da corrente fornecida pode causar o acionamento de um relé de proteção de estado sólido. Portanto, é desejável minimizar a mudança na amplitude de corrente. Considere a colocação de capacitores nos terminais da máquina e determine a quantidade de potência reativa capacitiva (em kVAr), necessária para eliminar a variação na amplitude da corrente permanente. A máquina é energizada por uma fonte trifásica de 36,5 kV. Comece a solução considerando Q a quantidade total de MVAr dos capacitores conectados nos terminais da máquina e escreva uma expressão para a amplitude da corrente de linha absorvida para a máquina em termos de Q para ambas as operações de escavação e de geração.

2.21 Um gerador (que pode ser representado por uma fem em série com uma reatância indutiva) é especificado nominalmente 500 MVA, 22 kV. Seus enrolamentos conectados em Y têm uma reatância de 1,1 por-unidade. Obtenha o valor ôhmico das reatância dos enrolamentos.

2.22 O gerador do Problema 2.21 está num circuito para o qual as bases são especificadas como 100 MVA, 20 kV. Partindo com o valor em por-unidade dado no Problema 2.21, encontre o valor em por-unidade da reatância dos enrolamentos do gerador na base especificada.

2.23 Desenhe o circuito equivalente monofásico para o motor (uma fem em série com a reatância indutiva denominada Zm) e sua ligação à fonte de tensão descrita nos Problemas 2.15 e 2.16. Indique, no diagrama, os valores em por-unidade da impedância da linha e a tensão nos terminais do motor numa base de 20kVA, 440V. Então, usando valores em por-unidade, encontre a tensão da fonte em por-unidade e converta essa tensão da fonte em por-unidade para um valor em volts.

CAPÍTULO

3

IMPEDÂNCIA EM SÉRIE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Uma linha de transmissão de energia elétrica possui quatro parâmetros: resistência, indutância, capacitância e condutância, que influem em seu comportamento como componentes de um sistema de potência. Estudaremos os dois primeiros neste capítulo e a capacitância no próximo.

A condutância entre condutores ou entre condutor e terra leva em conta a corrente de fuga nos isoladores das linhas aéreas de transmissão ou na isolação dos cabos subterrâneos. No entanto, a condutância entre condutores de uma linha aérea pode ser considerada nula pois a fuga nos seus isoladores é desprezível.

Por meio dos campos elétrico e magnético presentes em um circuito percorrido por uma corrente, explicamos algumas das propriedades do circuito. A Figura 3.1 mostra uma linha monofásica e os campos elétrico e magnético a ela associados. As linhas de fluxo magnético são linhas fechadas que envolvem os condutores e estão concatenadas com o circuito. As linhas de fluxo

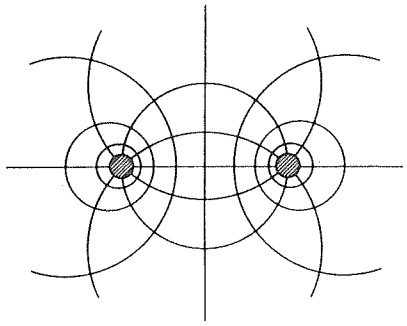


Figura 3.1 Campos elétrico e magnético associados a uma linha com dois fios.

elétrico originam-se nas cargas positivas de um condutor e terminam nas cargas negativas do outro. Uma variação de corrente nos condutores provoca uma variação do número de linhas de fluxo magnético concatenadas com o circuito. Por sua vez, qualquer variação do fluxo concatenado com o circuito lhe induz uma tensão, cujo valor é proporcional à taxa de variação do fluxo. Indutância é o parâmetro do circuito que relaciona a tensão induzida por variação de fluxo com a taxa de variação da corrente.

Também existe capacitância entre condutores e ela é definida pela carga nos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles.

A resistência e a indutância uniformemente distribuídas ao longo da linha formam a impedância em série. A condutância e a capacitância existentes entre condutores de uma linha monofásica ou entre o condutor e o neutro de uma linha trifásica formam a admitância em derivação. Ao longo do texto, veremos que apesar de a resistência, a indutância e a capacitância serem distribuídas, o circuito equivalente da linha é constituído de parâmetros concentrados.

3.1 TIPOS DE CONDUTORES

No período inicial da transmissão de energia elétrica foram usados condutores de cobre, porém estes já foram completamente substituídos pelos de alumínio por considerações de custo e de peso. Para uma resistência desejada, o condutor de alumínio custa e pesa menos do que o de cobre. O condutor de alumínio ainda tem a vantagem de apresentar um diâmetro maior do que o condutor de cobre equivalente. É que, com maior diâmetro, a densidade de fluxo elétrico na superfície do condutor de alumínio é menor para a mesma tensão. Isto significa menor gradiente de potencial na superfície e menor tendência à ionização do ar em volta do condutor. Esta ionização do ar produz um efeito indesejável chamado *efeito corona.*

Os símbolos utilizados para identificar os diversos tipos de condutores de alumínio são:

CA	condutores de alumínio puro
AAAC	condutores de liga de alumínio pura*
CAA	condutores de alumínio com alma de aço
ACAR	condutores de alumínio com alma de liga de alumínio*

Os condutores de liga de alumínio possuem maior resistência à tração do que os condutores de alumínio comum para fins elétricos. O CAA é constituído por um núcleo central (alma) de fios de aço, envolvido por coroas de fios de alumínio. O ACAR possui um núcleo central de fios de liga de alumínio de maior resistência mecânica, envolvido por coroas de fios de alumínio para fins elétricos.

* N.T. AAAC em inglês: all-aluminum-alloy conductors
ACAR em inglês: aluminum conductor, alloy-reinforced.

Cada coroa de fios de um cabo é encordoada em sentido oposto ao da coroa inferior, para evitar que o cabo se desenrole e para fazer com que o raio externo de uma coroa coincida com o raio interno da seguinte. A disposição em coroas mantém a flexibilidade até mesmo de cabos de grande seção transversal. O número de fios depende do número de coroas e do fato de serem ou não todos eles do mesmo diâmetro. O número total de fios em cabos concêntricos, nos quais todo o espaço é preenchido por fios de diâmetro uniforme, é 7, 19, 37, 61. 91 ou mais.

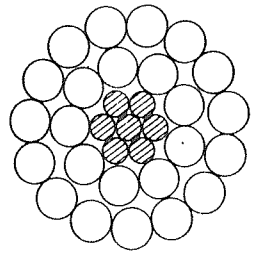


Figura 3.2 Seção transversal de um condutor reforçado com aço, com 7 fios de aço e 24 fios de alumínio.

A Figura 3.2 mostra um cabo CAA típico. O condutor apresentado possui sete fios de aço formando uma alma em torno da qual estão dispostas duas camadas com um total de 24 fios de alumínio. Este cabo é designado por 24 Al/7 St ou simplesmente 24/7. Usando-se combinações variáveis de alumínio e de aço, são obtidos condutores com grande variedade de seções, de resistência à tração e de capacidade de corrente.

A Tabela A.1 do Apêndice fornece algumas características dos cabos CAA, inclusive os nomes-código*, de utilização universal, por serem mais convenientes.

Outro tipo de condutor, conhecido como CAA *expandido*, possui um enchimento, em geral de papel, separando os fios internos de aço das coroas externas de fios de alumínio. Para mesma condutividade e mesma resistência à tração, o papel aumenta o diâmetro e portanto diminui o efeito corona. O CAA expandido é usado em algumas linhas de extra-alta-tensão (EAT).

Os cabos para transmissão subterrânea são usualmente construídos com condutores encordoados de cobre, em vez de alumínio. Os condutores são isolados com papel impregnado em óleo. Para tensões de até 46 kV, os cabos são do tipo sólido, o que significa que o único óleo que existe na isolação do cabo é aquele que é impregnado durante a fabricação. A tensão nominal deste tipo de cabo é limitada pela tendência de formação de bolhas entre as camadas de isolação. As bolhas provocam, prematuramente, fuga de corrente através da isolação. Uma bainha de chumbo envolve o cabo que pode consistir em um simples condutor ou em três condutores.

* N.T. Os nomes-código dos cabos CAA são nomes de aves (em inglês) e os dos cabos CA são de flores (também em inglês).

Para tensões de 46 a 345 kV, são disponíveis cabos com óleo circulante a baixa pressão. Em intervalos ao longo do percurso do cabo, são colocados reservatórios de óleo para o seu suprimento aos ductos que existem no centro dos cabos simples ou nos espaços entre os condutores nos cabos trifásicos. Esses condutores também são envolvidos por uma bainha de chumbo.

Os cabos tubulares de alta pressão são mais usados na transmissão subterrânea em tensões de 69 a 550 kV. Os cabos, isolados com papel, ficam dentro de um tubo de aço de diâmetro um pouco maior do que o necessário para conter os condutores isolados que ficam juntos na base do tubo.

Também são utilizados cabos isolados com gás para tensões de até 138 kV. A pesquisa está constantemente dirigida para outros tipos de cabos, especialmente para níveis de tensão de 765 a 1.100 kV. Os detalhes de construção de todos os cabos são fornecidos pelos fabricantes.

Neste texto dedicaremos quase toda a atenção às linhas aéreas porque a transmissão subterrânea está usualmente restrita às grandes cidades ou às transposições de grandes rios, lagos ou baías. As linhas subterrâneas custam no mínimo oito vezes mais caro do que as linhas aéreas e chegam até a vinte vezes mais nas tensões mais altas.

3.2 RESISTÊNCIA

A resistência dos condutores é a principal causa da perda de energia das linhas de transmissão. O termo resistência, exceto quando especificamente indicado, significa resistência efetiva. A resistência efetiva de um condutor é

$$R = \frac{\text{Potência perdida no condutor}}{|I|^2} \quad \Omega \tag{3.1}$$

onde a potência é dada em watts e I é o valor eficaz em ampères da corrente do condutor. A resistência efetiva de um condutor só será igual à resistência em corrente contínua se a distribuição de corrente no condutor for uniforme. Após a revisão de alguns conceitos fundamentais sobre a resistência em corrente contínua, discutiremos brevemente os efeitos da distribuição não-uniforme de corrente.

A resistência em corrente contínua é dada pela fórmula

$$R_0 = \frac{\rho l}{A} \quad \Omega \tag{3.2}$$

onde

ρ = resistividade do condutor
l = comprimento
A = área da seção transversal

Pode ser usado qualquer conjunto coerente de unidades. Nos Estados Unidos às vezes ainda se usa especificar l em pés, A em circular mils (cmil) e ρ em ohms-circular mils por pé, às

vezes chamado ohms por circular mil-pé. Em unidades SI*, l é dado em metros, A em metros quadrados, e ρ em ohm-metro.

Um circular-mil é a área de um círculo com um diâmetro de um milésimo de polegada (mil). A área da seção transversal de um condutor cilíndrico sólido em CM é igual ao quadrado do diâmetro do condutor dado em mils. A área em CM multiplicada por $\pi/4$ é igual à área em mils quadrados, ou em milionésimos de polegada quadrada. Como os fabricantes nos EUA identificam os condutores por sua área de seção transversal em CM, devemos ocasionalmente usar esta unidade. A área em milímetros quadrados é igual à área em CM multiplicada por $5{,}067 \times 10^{-4}$.

A condutividade padrão internacional é a do cobre recozido. O fio de cobre têmpera dura tem 97,3% e o alumínio tem 61% da condutividade do cobre recozido padrão. A 20°C para o cobre têmpera dura, ρ vale $1{,}77 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ (10,66 ohms-circular-mils por pé). Para o alumínio, a 20°C, ρ vale $2{,}83 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$ (17,00 ohms-circular-mils por pé).

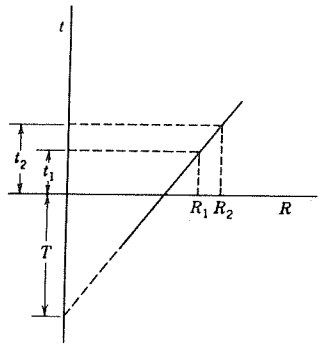


Figura 3.3 Resistência de um condutor metálico em função da temperatura.

A resistência em CC de condutores encordoados é maior do que o valor computado pela Equação (3.2) porque o encordoamento helicoidal das camadas torna os condutores mais longos do que o próprio cabo. Para cada quilômetro de cabo, a corrente em todas as camadas, exceto a central, percorre mais de um quilômetro de condutor. Estima-se em 1% o aumento da resistência devido ao encordoamento em cabos de três fios, e em 2% para cabos com fios concêntricos.

Na faixa normal de operação, a variação da resistência de um condutor metálico com a temperatura é praticamente linear. Num gráfico da resistência em função da temperatura, como na Figura (3.3), um prolongamento da porção retilínea do gráfico fornece um método conveniente para correção da resistência para variações de temperatura. O ponto de interseção do prolongamento da reta com o eixo da temperatura para resistência zero é uma constante do material. Graficamente, pela Figura 3.3

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1} \tag{3.3}$$

* SI é a designação oficial do Sistema Internacional de Unidades de Medida.

onde R_1 e R_2 são as resistências do condutor às temperaturas t_1 e t_2, respectivamente, em graus Celsius e T é a constante determinada pelo gráfico. Os valores da constante T são os seguintes:

$$T = \begin{cases} 234{,}5 \text{ para cobre recozido com 100\% de condutividade} \\ 241{,}0 \text{ para cobre têmpera dura com 97,3\% de condutividade} \\ 228{,}0 \text{ para alumínio têmpera dura com 61\% de condutividade} \end{cases}$$

A distribuição uniforme de corrente pela seção transversal de um condutor ocorre somente com corrente contínua. Uma corrente variável com o tempo provoca densidade de corrente desuniforme e, à medida que aumenta a freqüência de uma corrente alternada, acentua-se a desuniformidade da distribuição de corrente alternada. Este fenômeno é chamado *efeito pelicular.* Em um condutor circular, a densidade de corrente *usualmente* cresce do interior para a superfície. No entanto, em condutores de raio suficientemente grande pode ocorrer uma oscilação de densidade de corrente em relação à distância radial.

Como veremos no estudo da indutância, existem algumas linhas de fluxo magnético interiores ao condutor. Um elemento de corrente que flua pela superfície do condutor não é concatenado pelo fluxo interno e o fluxo concatenado com um elemento que flua próximo à superfície é menor do que o fluxo concatenado com um elemento que flua no interior do mesmo. O fluxo alternado induz, portanto, tensões mais elevadas nos elementos de condução mais interiores do que nos mais próximos à superfície. Pela lei de Lenz, a tensão induzida se opõe à variação de corrente que a produz e as tensões mais elevadas que agem nos elementos mais internos provocam aí uma densidade de corrente menor do que a que flui próximo à superfície, aumentando assim a resistência efetiva do condutor. Mesmo nas freqüências normais dos sistemas de potência, o efeito pelicular é um fator significante em grandes condutores.

3.3 VALORES TABELADOS DE RESISTÊNCIA

Pode-se utilizar a Equação (3.2) para calcular a resistência em CC dos diversos tipos de condutores, fazendo-se uma correção relativa ao aumento da resistência pelo encordoamento. As correções da resistência para variações de temperatura são determinadas com a Equação (3.3). Também pode ser calculado o aumento da resistência de condutores circulares e de condutores tubulares de material sólido, causado pelo efeito pelicular e as curvas R/R_0 são disponíveis para estes tipos simples de condutores*. Porém, não é necessária esta informação pois os fabricantes geralmente fornecem tabelas das características elétricas de seus condutores. A Tabela A.1 é um exemplo dos dados disponíveis.

Exemplo 3.1 Pelas tabelas de características elétricas de condutores encordoados de alumínio puro, o condutor *Marigold* de 1.113.000 CM e de 61 fios tem resistência CC a 20°C de 0,01558 Ω por 1.000 pés e resistência CA a 50°C de 0,0956 Ω por milha. Verifique a resistência CC e determine a relação entre as resistências CA e CC.

* Veja The Aluminum Association, "Aluminum Electrical Conductor Handbook", New York, 1971.

Solução Para 20°C, da Equação (3.2) com o aumento de 2% por causa do encordoamento

$$R_0 = \frac{17{,}0 \times 1000}{1{,}113 \times 10^3} \times 1{,}02 = 0{,}01558 \ \Omega \text{ por 1000 pés}$$

Para 50°C, da Equação (3.3)

$$R_0 = 0{,}01558 \frac{228 + 50}{228 + 20} = 0{,}01746 \ \Omega \text{ por 1.000 pés}$$

$$\frac{R}{R_0} = \frac{0{,}0956}{0{,}01746 \times 5{,}280} = 1{,}037$$

O efeito pelicular causa um aumento de 3,7% na resistência.

3.4 DEFINIÇÃO DE INDUTÂNCIA

Duas equações fundamentais servem para explicar e definir indutância. A primeira relaciona a tensão induzida com a taxa de variação do fluxo concatenado com o circuito. A tensão induzida é:

$$e = \frac{d\tau}{dt} \tag{3.4}$$

onde e é a tensão induzida, em volts, e τ é o *fluxo concatenado* com o circuito, em webers-espiras (Wb-e). O número de webers-espiras é dado pelo produto de cada weber de fluxo pelo número de espiras que ele enlaça. Para o circuito da Figura 3.1, cada linha de fluxo externa ao condutor enlaça-o apenas uma vez. Se estivéssemos considerando uma bobina, em vez do circuito da Figura 3.1, a maior parte do fluxo produzido enlaçaria mais de uma espira. Se algumas linhas de fluxo não enlaçarem todas as espiras da bobina, o fluxo concatenado será menor. Em termos de linhas e fluxo, cada linha é multiplicada pelo número de espiras que enlaça e a soma destes produtos será o fluxo concatenado total.

Quando a corrente estiver variando em um circuito, o campo magnético a ela associado (representado pelas linhas de fluxo) também deverá estar variando. Considerando-se que o meio onde se estabelece o campo magnético tenha permeabilidade constante, o valor do fluxo concatenado será diretamente proporcional à corrente e, conseqüentemente, a tensão induzida será proporcional à taxa de variação da corrente. A nossa segunda equação fundamental será

$$e = L\frac{di}{dt} \quad \text{V} \tag{3.5}$$

onde

L = constante de proporcionalidade
L = indutância do circuito, H
e = tensão induzida, V
$\frac{di}{dt}$ = taxa de variação da corrente, A/s

A Equação (3.5) pode também ser usada quando a permeabilidade não é constante mas, neste caso, a indutância não será constante.

Das Equações (3.4) e (3.5), temos

$$L = \frac{d\tau}{di} \qquad \text{H} \tag{3.6}$$

Se o fluxo concatenado com o circuito varia linearmente com a corrente, isto é, se o circuito magnético possui permeabilidade constante,

$$L = \frac{\tau}{i} \qquad \text{H} \tag{3.7}$$

de onde sai a definição de indutância própria ou auto-indutância de um circuito elétrico como fluxo concatenado por unidade de corrente. Em termos da indutância, o fluxo concatenado é

$$\tau = Li \qquad \text{Wbt} \tag{3.8}$$

Na Equação (3.8) se i for a corrente instantânea, τ representará o fluxo concatenado instantâneo. Para uma corrente alternada senoidal, o fluxo concatenado também será senoidal.

$$\psi = LI \qquad \text{Wbt} \tag{3.9}$$

onde ψ é o fasor fluxo concatenado. Estando ψ e I em fase, L será real, o que está de acordo com as Equações (3.7) e (3.8). O fasor queda de tensão devido ao fluxo concatenado será

$$V = j\omega LI \qquad \text{V} \tag{3.10}$$

$$V = j\omega\psi \qquad \text{V} \tag{3.11}$$

A indutância mútua entre os dois circuitos é definida como sendo o fluxo concatenado com um circuito, devido à corrente no outro circuito, por ampère de corrente nesse circuito. Se a corrente I_2 produz no circuito 1 o fluxo concatenado ψ_{12}, a indutância mútua será

$$M_{12} = \frac{\psi_{12}}{I_2} \qquad \text{H}$$

O fasor queda de tensão no circuito 1 devido ao fluxo concatenado do circuito 2 será

$$V_1 = j\omega M_{12} I_2 = j\omega\psi_{12} \qquad \text{V}$$

A indutância mútua é importante quando se considera a influência das linhas de potência nas linhas telefônicas e também o acoplamento entre linhas de potência em paralelo.

3.5 INDUTÂNCIA DE UM CONDUTOR DEVIDA AO FLUXO INTERNO

Na Figura 3.1 foram mostradas apenas as linhas de fluxo externas aos condutores. No interior destes existe campo magnético, como foi mencionado na consideração do efeito pelicular. A variação deste fluxo também induz tensão no circuito e, portanto, também contribui para o valor da indutância. O valor correto da indutância devida ao fluxo interno pode ser calculado pela relação entre o fluxo concatenado e a corrente, levando-se em conta que cada linha de fluxo interno enlaça apenas uma fração da corrente total.

Para que se obtenha um valor preciso da indutância de uma linha de transmissão, é necessário considerar os fluxos interno e externo de cada condutor. A Figura 3.4 mostra a seção transversal de um condutor cilíndrico. Vamos admitir que ele seja bastante longo e também que o retorno da corrente se dê a uma distância tão grande que não afete o campo magnético do condutor considerado. Nestas condições, as linhas de fluxo serão concêntricas ao condutor.

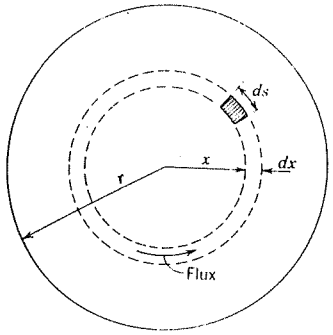


Figura 3.4 Seção transversal de um condutor cilíndrico.

A força magnetomotriz (fmm), em ampères-espiras, ao longo de qualquer contorno é igual à corrente que atravessa a área delimitada por este contorno. A fmm também é igual à integral da componente tangencial da intensidade do campo magnético ao longo do contorno. Portanto

$$\text{fmm} = \oint H \cdot ds = I \qquad \text{Ae} \tag{3.12}$$

onde

H = Intensidade do campo magnético, Ae/m
s = distância ao longo do contorno, m
I = corrente envolvida*, A

* Nosso trabalho aplica-se tanto para CC como para CA. Como foi mostrado, H e I são fasores e representam as grandezas alternadas senoidais. Por simplicidade, a corrente I poderia ser interpretada como corrente contínua e H como número real.

O ponto entre H e ds indica que o valor de H é a componente da intensidade de campo tangente a ds.

Seja H_x a intensidade de campo a uma distância de x metros do centro do condutor. Como o campo é simétrico, H_x é constante em todos os pontos eqüidistantes do centro do condutor. Se a integração indicada na Equação (3.12) for realizada em um contorno circular concêntrico ao condutor, a x metros do centro, H_x será constante ao longo do contorno e tangente a ele. A Equação (3.12) ficará

$$\oint H_x \, ds = I_x \tag{3.13}$$

e

$$2\pi x H_x = I_x \tag{3.14}$$

onde I_x é a corrente envolvida. Admitindo densidade de corrente uniforme

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I \tag{3.15}$$

onde I é a corrente total do condutor. Substituindo a Equação (3.15) na Equação (3.14) e resolvendo para H_x, obtemos

$$H_x = \frac{x}{2\pi r^2} I \qquad \text{Ae/m} \tag{3.16}$$

A densidade de fluxo a x metros do centro do condutor é

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} \qquad \text{Wb/m}^2 \tag{3.17}$$

onde μ é a permeabilidade do condutor*.

No elemento tubular de espessura dx, o fluxo $d\phi$ é B_x vezes a área da seção transversal do elemento, normal às linhas de fluxo, sendo esta área igual a dx vezes o comprimento axial do condutor. O fluxo por metro de comprimento é

$$d\phi = \frac{\mu x I}{2\pi r^2} dx \qquad \text{Wb/m} \tag{3.18}$$

* No sistema internacional, a permeabilidade do vácuo é $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m e a permeabilidade relativa é $\mu_r = \mu/\mu_0$.

O fluxo concatenado $d\psi$, por metro de comprimento, causado pelo fluxo no elemento tubular, será o produto do fluxo por metro de comprimento pela fração da corrente envolvida pelo elemento. Portanto

$$d\psi = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu I x^3}{2\pi r^4} dx \qquad \text{Wbe/m} \tag{3.19}$$

Integrando desde o centro até a periferia do condutor, para achar ψ_{int}, o fluxo concatenado total no interior do condutor, teremos

$$\psi_{int} = \int_0^r \frac{\mu I x^3}{2\pi r^4} dx$$

$$\psi_{int} = \frac{\mu I}{8\pi} \qquad \text{Wbe/m} \tag{3.20}$$

Para uma permeabilidade relativa unitária, $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m e

$$\psi_{int} = \frac{I}{2} \times 10^{-7} \qquad \text{Wbe/m} \tag{3.21}$$

$$L_{int} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \qquad \text{H/m} \tag{3.22}$$

Calculamos, portanto, para um condutor cilíndrico, a indutância por unidade de comprimento (henrys/metro) devida apenas ao fluxo magnético interno ao condutor. De agora em diante, sempre que quisermos nos referir à *indutância por unidade de comprimento*, usaremos simplesmente o termo *indutância*, tomando o cuidado de usar a unidade correta.

A validade do método aqui utilizado para o cálculo da indutância interna de um condutor cilíndrico sólido, pelo método do fluxo concatenado parcial, pode ser comprovada procedendo-se à demonstração de um modo inteiramente diferente. Igualando o valor instantâneo da energia magnética armazenada por unidade de comprimento, no campo magnético interno do condutor a $L_{int} \cdot i^2/2$ e resolvendo para achar L_{int}, resultará a Equação (3.22).

3.6 FLUXO CONCATENADO ENTRE DOIS PONTOS EXTERNOS DE UM CONDUTOR ISOLADO

Para determinar a indutância devida ao fluxo externo de um condutor, vamos primeiramente deduzir uma expressão para a porção de fluxo concatenado devido apenas ao fluxo externo, existente entre dois pontos, distantes D_1 e D_2 metros do centro de um condutor isolado. Na Figura (3.5), P_1 e P_2 são estes dois pontos e o condutor é percorrido por uma corrente de I ampères. Sendo as linhas de fluxo representadas por circunferências concêntricas ao condutor, todo o fluxo entre P_1 e P_2 se encontra entre as superfícies concêntricas (indicadas por circunferências em traço cheio) que passam por estes pontos. Num elemento tubular distante x metros do centro do condutor, a intensidade de campo é H_x. A FMM em torno do elemento será

$$2\pi x H_x = I \tag{3.23}$$

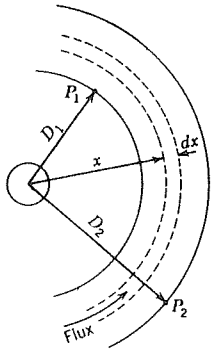


Figura 3.5 Um condutor e os pontos externos P_1 e P_2.

Isolando H_x e multiplicando por μ para obter a densidade de fluxo B_x no elemento

$$B_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \qquad \text{Wb/m}^2 \tag{3.24}$$

O fluxo $d\phi$ no elemento tubular de espessura dx é

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi x}\, dx \qquad \text{Wb/m} \tag{3.25}$$

O fluxo concatenado $d\psi$ por metro é numericamente igual ao fluxo $d\phi$, pois o fluxo externo ao condutor concatena toda a corrente do condutor uma e somente uma vez. O fluxo concatenado total entre P_1 e P_2 é obtido integrando $d\psi$ desde $x = D_1$ até $x = D_2$. Obtemos

$$\psi_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \frac{\mu I}{2\pi x}\, dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \qquad \text{Wbe/m} \tag{3.26}$$

ou, para permeabilidade relativa unitária

$$\psi_{12} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} \qquad \text{Wbe/m} \tag{3.27}$$

A indutância devida apenas ao fluxo entre P_1 e P_2 é

$$L_{12} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \qquad \text{H/m} \tag{3.28}$$

3.7 INDUTÂNCIA DE UMA LINHA MONOFÁSICA A DOIS FIOS

Antes de passarmos ao caso mais geral de linhas múltiplas e de linhas trifásicas, vamos considerar uma linha simples constituída de dois condutores sólidos de seção circular. A Figura (3.6) mostra um circuito com dois condutores de raios r_1 e r_2. Um condutor é o circuito de retorno para o outro. Consideremos inicialmente apenas o fluxo concatenado com o circuito gerado pela corrente do condutor 1. Uma linha de fluxo com raio maior ou igual a $D + r_2$ e com centro no condutor 1 não estará concatenado com o circuito, não induzindo portanto nenhuma tensão. Em outras palavras, a corrente enlaçada por esta linha de fluxo é nula, uma vez que a corrente do condutor 2 é igual e de sentido oposto à do condutor 1. Uma linha de fluxo externa ao condutor 1 e com raio menor ou igual a $D - r_2$ envolve uma vez a corrente total. As linhas de fluxo com raio entre $D - r_2$ e $D + r_2$ (isto é, as que cortam o condutor 2) envolvem uma fração de corrente que varia entre 1 e zero. O problema pode ser simplificado admitindo D tão grande em relação a r_1 e r_2 que a densidade de fluxo possa ser considerada uniforme neste intervalo, o que equivale a considerar que o fluxo produzido pela corrente do condutor 1, compreendido até o centro do condutor 2, enlace toda a corrente I, e que a parcela de fluxo que ultrapasse esta distância não enlace nenhuma corrente. Pode-se demonstrar que esta aproximação é válida mesmo quando D é pequeno.

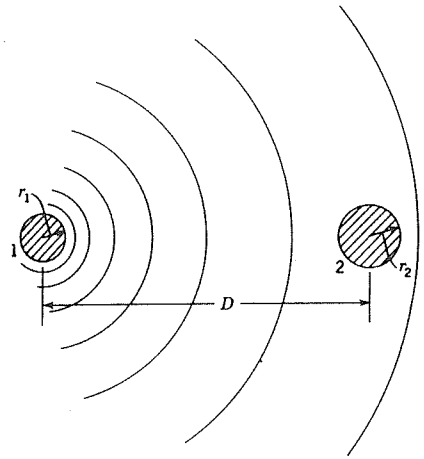


Figura 3.6 Condutores de diferentes raios e o campo magnético devido apenas à corrente no condutor 1.

A indutância do circuito devida à corrente no condutor 1 é determinada pela Equação (3.28), substituindo-se D_2 pela distância D entre os condutores 1 e 2 e D_2 pelo raio r_1, do condutor 1. Considerando apenas o fluxo externo

$$L_{1,\text{ext}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} \qquad \text{H/m} \tag{3.29}$$

Para o fluxo interno

$$L_{1,\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \tag{3.30}$$

A indutância total do circuito devida apenas à corrente do condutor 1 é

$$L_1 = \left(\frac{1}{2} + 2 \ln \frac{D}{r_1}\right) \times 10^{-7} \quad \text{H/m} \tag{3.31}$$

Esta expressão pode ser escrita numa forma mais simples, pondo em evidência o fator 2×10^{-7} e lembrando que $\ln \epsilon^{1/4} = 1/4$, isto é

$$L_1 = 2 \times 10^{-7}\left(\ln \epsilon^{1/4} + \ln \frac{D}{r_1}\right) \tag{3.32}$$

Juntando os termos, obtemos

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1 \epsilon^{-1/4}} \tag{3.33}$$

Se chamarmos $r_1 e^{-1/4}$ de r_1', teremos

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1'} \quad \text{H/m} \tag{3.34}$$

O raio r_1' corresponde a um condutor fictício, sem fluxo interno, porém com a mesma indutância do condutor real, de raio r_1. A constante $e^{-1/4}$ é igual a 0,7788. A Equação (3.34) dá para a indutância o mesmo valor que a Equação (3.31). A diferença está na omissão do termo correspondente ao fluxo interno na Equação (3.34) onde, em compensação, é usado um valor ajustado para o raio do condutor. Devemos fixar o fato de que a Equação (3.31) foi deduzida para um condutor sólido de seção circular e que a Equação (3.34), tendo sido obtida daquela por manipulações algébricas, possui a mesma aplicação. Nestas equações, o fator 0,7788 só é aplicável a condutores sólidos de seção circular. Consideraremos adiante o caso de outros tipos de condutores.

Tendo a corrente do condutor 2 sentido oposto à da corrente do condutor 1 (está defasada de 180°), o fluxo concatenado por ela produzido, considerado isoladamente, envolve o circuito com o mesmo sentido do fluxo produzido pela corrente do condutor 1. O fluxo resultante é determinado de fato pela soma das FMMs dos dois condutores. No entanto, considerando a permeabilidade constante, podemos somar os enlaces de fluxo (e do mesmo modo as indutâncias) dos dois condutores considerados isoladamente. Pela Equação (3.34), a indutância devida à corrente no condutor 2 é

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_2'} \quad \text{H/m} \tag{3.35}$$

e para o circuito completo

$$L = L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}} \quad \text{H/m} \tag{3.36}$$

Se $r_1' = r_2' = r'$, a indutância total se reduz a

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \text{H/m} \tag{3.37}$$

A Equação (3.37) dá a indutância de uma linha de dois condutores, considerando os fluxos concatenados produzidos pelas correntes em ambos, e sendo um deles considerado o retorno do outro. Este valor é algumas vezes chamado indutância por metro de linha ou indutância por milha de linha, para diferençar da indutância de um circuito, que considera a corrente de um condutor apenas. Esta última, que é dada pela Equação (3.34), vale a metade da indutância total de uma linha monofásica e é chamada indutância por condutor.

3.8 FLUXO CONCATENADO COM UM CONDUTOR EM UM GRUPO DE CONDUTORES

Um problema mais geral do que o da linha de dois condutores é o de um condutor pertencente a um grupo de condutores no qual a soma das correntes individuais é nula. A Figura (3.7) mostra esta situação. Os condutores $1, 2, 3, \ldots, n$ conduzem às correntes fasoriais $I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n$. Suas distâncias a um ponto afastado P são designadas por $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \ldots, D_{nP}$. Vamos determinar ψ_{1P1}, o fluxo concatenado com o condutor 1, devido à corrente I_1, incluindo o fluxo interno, excluindo porém todo o fluxo além do ponto P.

Pelas Equações (3.21) e (3.27)

$$\psi_{1P1} = \left(\frac{I_1}{2} + 2I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1}\right) 10^{-7} \tag{3.38}$$

$$\psi_{1P1} = 2 \times 10^{-7} I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1'} \quad \text{Wbe/m} \tag{3.39}$$

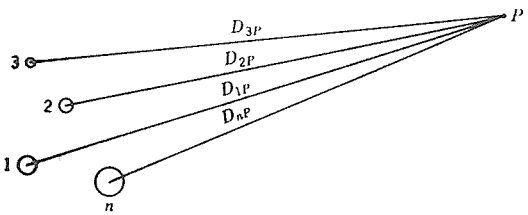


Figura 3.7 Vista em seção transversal de um grupo de n condutores que conduzem correntes com soma nula. O ponto P está muito afastado dos condutores.

O fluxo concatenado ψ_{1P2}, com o condutor 1, *devido* a I_2, porém excluindo o fluxo além de P, é igual ao fluxo produzido por I_2 entre o ponto P e o condutor 1 (isto é, limitado pelas distâncias D_{2P} e D_{12}, do condutor 2), portanto

$$\psi_{1P2} = 2 \times 10^{-7} I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \tag{3.40}$$

O fluxo concatenado com o condutor 1, ψ_{1P}, *devido a todos os condutores* do grupo, excluindo o fluxo além de P, é

$$\psi_{1P} = 2 \times 10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r'_1} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{13}} + \cdots + I_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}}\right) \tag{3.41}$$

que, pela expansão e reagrupamento dos termos logarítmicos dá

$$\psi_{1P} = 2 \times 10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{1}{r'_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \cdots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} + I_1 \ln D_{1P} + I_2 \ln D_{2P} + I_3 \ln D_{3P} + \cdots + I_n \ln D_{nP}\right) \tag{3.42}$$

Sendo nula a soma das correntes fasoriais,

$$I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n = 0$$

e, resolvendo para I_n, obtemos

$$I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_{n-1}) \tag{3.43}$$

Substituindo a Equação (3.43) no valor de I_n da Equação (3.42) e recombinando alguns termos logarítmicos, teremos

$$\psi_{1P} = 2 \times 10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{1}{r'_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \cdots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} + I_1 \ln \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{nP}} + \cdots + I_{n-1} \ln \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}}\right) \tag{3.44}$$

Removendo o ponto P para bem longe, de modo que o conjunto dos termos com logaritmos de quocientes de distâncias ao ponto P se tornem infinitesimais, pois estas distâncias tendem à unidade, obtemos

$$\psi_1 = 2 \times 10^{-7}\left(I_1 \ln \frac{1}{r'_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \cdots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}}\right) \quad \text{Wbe/m} \tag{3.45}$$

O afastamento do ponto P a uma distância infinitamente grande do conjunto de condutores é equivalente à inclusão de todo o fluxo concatenado com o condutor 1. A Equação (3.45) representa, portanto, todo o fluxo concatenado com o condutor 1, em um grupo de condutores nos quais a soma das correntes seja nula. Se estas correntes forem alternadas, o fluxo concatenado instantâneo será obtido através dos valores instantâneos das correntes e o fluxo concatenado fasorial será obtido a partir dos valores eficazes complexos das correntes.

3.9 INDUTÂNCIA DE LINHAS COM CONDUTORES COMPOSTOS

Um condutor constituído de dois ou mais elementos ou fios em paralelo é chamado *condutor composto*, e nesta classificação estão incluídos os condutores encordoados ou cabos condutores. Já nos encontramos em condições de estudar a indutância de uma linha de transmissão constituída de condutores compostos, mas nos limitaremos aos casos nos quais todos os fios sejam idênticos e conduzam igual parcela de corrente. Pode-se aplicar uma extensão do método apresentado a todos os tipos de condutores constituídos de fios de diferentes bitolas e condutividades, mas não a apresentaremos porque os valores da indutância interna dos condutores disponíveis podem ser obtidos em manuais fornecidos pelos fabricantes. O método a ser desenvolvido é o ponto de partida para os problemas mais complicados de condutores não homogêneos e de divisão desigual de corrente entre fios. O método é aplicável à determinação da indutância de linhas constituídas de circuitos em paralelo, pois dois ou mais condutores em paralelo podem ser considerados como um condutor composto.

Uma linha monofásica constituída de dois condutores compostos é apresentada na Figura 3.8. Para manter a generalidade, mostramos o condutor de cada lado da linha constituído de um arranjo arbitrário de um número indefinido de fios. A única restrição é que os fios em paralelo sejam cilíndricos e repartam de cada lado a corrente de modo igual. O condutor X é composto de n fios idênticos em paralelo, cada um dos quais leva uma corrente I/n. O condutor Y, que é o circuito de retorno do condutor X, é composto de m fios idênticos em paralelo, cada um dos quais leva uma corrente $-I/m$. As distâncias entre os elementos serão designadas pela letra D com subscritos adequados. Aplicando a Equação (3.45) ao fio a do condutor X, obtemos o fluxo concatenado do fio a.

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n}\left(\ln \frac{1}{r'_a} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \ln \frac{1}{D_{ac}} + \cdots + \ln \frac{1}{D_{an}}\right) - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m}\left(\ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \ln \frac{1}{D_{ac'}} + \cdots + \ln \frac{1}{D_{am}}\right) \tag{3.46}$$

donde, agrupando os termos,

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \quad \text{Wbt/m} \tag{3.47}$$

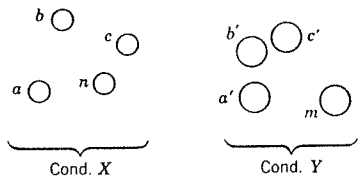


Figura 3.8 Linha monofásica constituída de dois condutores compostos.

Dividindo a Equação (3.47) pela corrente I/n achamos a indutância do fio a.

$$L_a = \frac{\psi_a}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_a D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an}}} \quad \text{H/m} \tag{3.48}$$

Do mesmo modo, a indutância do fio b é

$$L_b = \frac{\psi_b}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[n]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} r'_b D_{bc} \cdots D_{bn}}} \quad \text{H/m} \tag{3.49}$$

A indutância média dos fios do condutor composto X é

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \cdots + L_n}{n} \tag{3.50}$$

O condutor composto X é constituído de n fios eletricamente em paralelo. Se todos tivessem a mesma indutância, a indutância do condutor composto será $1/n$ vezes a indutância de um fio. As indutâncias deste caso são diferentes, porém a indutância de todos eles em paralelo é $1/n$ vezes a indutância média. Portanto, a indutância do condutor composto X é

$$L_X = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \cdots + L_n}{n^2} \tag{3.51}$$

Substituindo na Equação (3.51) a expressão logarítmica da indutância de cada fio e recombinando os termos, obtemos

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \times \ln \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \cdots D_{am})(D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \cdots D_{bm}) \cdots (D_{na'} D_{nb'} D_{nc'} \cdots D_{nm})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} D_{ac} \cdots D_{an})(D_{ba} D_{bb} D_{bc} \cdots D_{bn}) \cdots (D_{na} D_{nb} D_{nc} \cdots D_{nn})}} \quad \text{H/m} \tag{3.52}$$

onde r'_a, r'_b e r'_n foram substituídos por D_{aa}, D_{bb} e D_{nn}, respectivamente, para tornar a expressão mais simétrica.

Vê-se que o numerador do argumento do logaritmo na Equação (3.52) é a raiz mn-ésima de mn termos que são os produtos das distâncias de todos os n fios do condutor composto X a todos os m fios do condutor Y. Para cada fio no condutor X, existem m distâncias aos fios do condutor Y, e existem n fios no condutor X. O produto das m distâncias para cada um dos n fios resulta em mn termos. A raiz mn-ésima do produto das mn distâncias é chamada *distância média geométrica* entre os condutores X e Y. Ela é abreviada por D_m ou DMG e é também chamada a DMG *mútua* entre os dois condutores.

O denominador do argumento do logaritmo da Equação (3.52) é a raiz n^2-ésima do produto de n^2 termos. Existem n fios, e para cada fio existem n termos que consistem no produto do r' deste fio pelas distâncias dele a cada um dos outros fios do condutor X. Contamos então com n^2 termos. Algumas vezes, r'_a é denominado distância do fio a si próprio, especialmente quando é indicado por D_{aa}. Dentro desta idéia, os termos sob o radical do denominador podem ser descritos como os produtos das distâncias de cada fio do condutor a si mesmo e aos outros fios. A raiz n^2-ésima deste produto é denominada DMG *própria* do condutor X, e o valor de r' de cada fio é denominado DMG própria do fio. A DMG própria também é denominada *raio médio geométrico*, ou RMG. A denominação matemática correta é DMG própria, mas o uso tem sido, de preferência, RMG. Usaremos a denominação RMG para ficar de acordo com esta prática e a identificaremos por D_s.

Em termos de D_m e D_s, a Equação (3.52) ficará

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \text{H/m} \tag{3.53}$$

Comparando-se as Equações (3.53) e (3.34) verificamos de imediato que são análogas. A equação da indutância de um condutor de uma linha de condutor composto é obtida substituindo na Equação (3.34) a distância entre os condutores sólidos de uma linha de condutores simples pela DMG entre condutores de uma linha de condutores compostos e pela substituição do RMG (r') do condutor simples pelo RMG do condutor composto. A Equação (3.53) dá a indutância de um condutor de uma linha monofásica. O condutor é constituído de todos os fios que estiverem conectados em paralelo. A indutância é igual ao fluxo concatenado total do condutor composto por unidade de corrente da linha. Pela Equação (3.34), calcula-se a indutância de um condutor de uma linha monofásica para o caso particular em que o condutor seja apenas um fio sólido de seção circular.

A indutância do condutor composto Y é determinada de modo semelhante, e a indutância da linha é

$$L = L_X + L_Y$$

Exemplo 3.2 Um circuito de uma linha de transmissão monofásica é composto de três fios sólidos de 0,25 cm de raio. O circuito de retorno é composto de dois fios de 0,5 cm de raio. A disposição dos condutores é mostrada na Figura 3.9. Determine a indutância devida à corrente em cada lado da linha e a indutância da linha completa em henrys/metro (e em milihenrys por milha).

Solução Determinemos a DMG entre os lados X e Y

$$D_m = \sqrt[6]{D_{ad} D_{ae} D_{bd} D_{be} D_{cd} D_{ce}}$$

$$D_{ad} = D_{be} = 9 \text{ m}$$

$$D_{ae} = D_{bd} = D_{ce} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117} = 10{,}82 \text{ m}$$

$$D_{cd} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ m}$$

$$D_m = \sqrt[6]{9^2 \times 15 \times 117^{3/2}} = 10{,}743 \text{ m}$$

Para o RMG do lado X:

$$D_s = \sqrt[9]{D_{aa} D_{ab} D_{ac} D_{ba} D_{bb} D_{bc} D_{ca} D_{cb} D_{cc}}$$

$$= \sqrt[9]{(0{,}25 \times 0{,}7788 \times 10^{-2})^3 \times 6^4 \times 12^2} = 0{,}481 \text{ m}$$

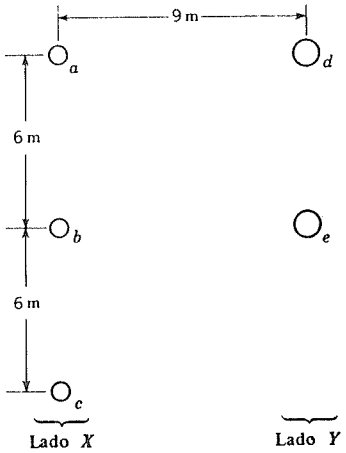


Figura 3.9 Distribuição dos condutores para o Exemplo 3.2.

e para o lado Y:

$$D_s = \sqrt[4]{(0{,}5 \times 0{,}7788 \times 10^{-2})^2 \times 6^2} = 0{,}153 \text{ m}$$

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10{,}743}{0{,}481} = 6{,}212 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L_Y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10{,}743}{0{,}153} = 8{,}503 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L = L_X + L_Y = 14{,}715 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$(L = 14{,}715 \times 10^{-7} \times 1609 \times 10^3 = 2{,}37 \text{ mH/mi})$$

Se uma linha monofásica for constituída de dois cabos encordoados, raramente será necessário calcular a DMG entre os fios, uma vez que esta será aproximadamente igual à distância entre os centros dos dois cabos. Este cálculo da DMG mútua só será necessário quando os diversos fios (ou condutores) em paralelo estiverem separados entre si por distâncias da mesma ordem de grandeza que a distância entre os dois lados do circuito. No Exemplo 3.2, os condutores em paralelo de um lado estão separados 6 m entre si e a distância entre os dois lados da linha é de 9 m. Neste caso, é importante o cálculo da DMG mútua. Para cabos encordoados, a distância entre os lados da linha é em geral tão grande que a DMG mútua pode ser tomada como igual à distância entre os centros dos cabos, com erro desprezível.

Se, em um cabo CAA, for desprezado o efeito do núcleo dos fios de aço no cálculo da indutância, obteremos um resultado bastante preciso desde que os fios de alumínio estejam dispostos em um número par de camadas. O efeito daquele núcleo será mais evidente quando os fios de alumínio formarem um número ímpar de camadas, porém, mesmo assim, considerando-se apenas o alumínio, o resultado obtido será razoavelmente preciso.

3.10 USO DE TABELAS

Normalmente, são disponíveis tabelas de valores de RMG dos condutores encordoados, onde também constam informações para serem utilizadas no cálculo da reatância indutiva, da reatância capacitiva em derivação e também da resistência. Nestas tabelas, as unidades utilizadas são pés, polegadas e milhas, pois as indústrias continuam utilizando-as. Por isso, usaremos pés e milhas em alguns exemplos e, em outros, metros e quilômetros como unidades de medida de comprimento.

O conhecimento da reatância indutiva é preferível ao da indutância. Esta, para um dos condutores de uma linha monofásica a dois condutores, é

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi f \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$= 4\pi f \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \Omega/\text{m} \tag{3.54}$$

ou

$$X_L = 2{,}022 \times 10^{-3} f \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \Omega/\text{mi} \tag{3.55}$$

onde D_m é a distância entre condutores. As unidades de D_m e D_s devem ser as mesmas, normalmente metros ou pés. Os valores de RMG dados nas tabelas são valores de D_s equivalentes considerando o efeito pelicular que afeta significativamente o valor da indutância. O efeito pelicular é maior nas freqüências mais altas para qualquer diâmetro de condutor. Os valores de D_s dados na Tabela A.1 são calculados para a freqüência de 60 Hz.

Algumas tabelas, além dos valores do RMG, fornecem valores da reatância indutiva. Um dos métodos usados é a expansão do termo logarítmico da Equação (3.55), da seguinte forma:

$$X_L = 2{,}022 \times 10^{-3} f \ln \frac{1}{D_s} + 2{,}022 \times 10^{-3} f \ln D_m \quad \Omega/\text{mi} \tag{3.56}$$

Se D_s e D_m forem dados em pés, o primeiro termo da Equação (3.56) será a reatância indutiva de um condutor de uma linha constituída por dois condutores afastados em 1 pé, como pode ser verificado comparando-se as Equações (3.55) e (3.56). O primeiro termo da Equação (3.56) é, portanto, chamado *reatância indutiva para 1 pé de espaçamento* ou X_a, sendo função do RMG e da freqüência. O segundo termo da Equação (3.56) é chamado *fator de espaçamento da reatância indutiva* ou X_d. Este segundo termo é independente do tipo de cabo, dependendo apenas da freqüência e do espaçamento. Este fator será nulo quando o espaçamento for de 1 pé. Se D_m for menor do que 1 pé, ele será negativo. Para calcular a reatância indutiva de uma linha, calculamos a reatância para um pé de espaçamento, correspondente ao condutor usado, e acrescentamos o fator de espaçamento correspondente ao espaçamento usado, ambos calculados para a freqüência desejada. As Tabelas A1 fornecem os valores da reatância indutiva para um pé de espaçamento e o fator de espaçamento da reatância indutiva, respectivamente.

Exemplo 3.3 Determine a reatância indutiva por milha de uma linha monofásica, que opera na freqüência de 60 Hz. Os cabos são do tipo *Patridge* e a distância entre os centros dos cabos é de 20 pés.

Solução Da Tabela A.1, para esse tipo de condutor, $D_s = 0{,}0217$ pé.

Da Equação (3.55), para um cabo

$$X_L = 2{,}022 \times 10^{-3} \times 60 \ln \frac{20}{0{,}0217}$$
$$= 0{,}828\ \Omega/\text{mi}$$

O método acima só será usado quando for conhecido o valor de D_s. Pela Tabela A.1, no entanto, obtemos o valor da reatância indutiva para 1 pé de afastamento, $X_a = 0{,}465\ \Omega$/milha. Da Tabela A.2, o fator de espaçamento da reatância indutiva é $X_d = 0{,}3635\ \Omega$/milha. A reatância indutiva de um cabo é então

$$0{,}465 + 0{,}3635 = 0{,}8285\ \Omega/\text{mi}$$

Como a linha é composta de dois cabos idênticos, a reatância indutiva da linha será

$$X_l = 2 \times 0{,}8285 = 1{,}657\ \Omega/\text{mi}$$

3.11 INDUTÂNCIA DE LINHAS TRIFÁSICAS COM ESPAÇAMENTO EQÜILÁTERO

Consideramos até o momento apenas as linhas monofásicas. A equações obtidas, entretanto, podem ser adaptadas, sem grandes dificuldades, ao cálculo da indutância das linhas trifásicas. A Figura 3.10 mostra os condutores de uma linha trifásica que ocupam os vértices de um triângulo eqüilátero. Admitindo que não exista fio neutro, ou que as correntes sejam equilibradas, temos que $I_a + I_b + I_c = 0$. O fluxo concatenado com o condutor a é determinado através da Equação (3.45).

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7}\left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D} + I_c \ln \frac{1}{D}\right) \quad \text{Wbe/m} \qquad (3.57)$$

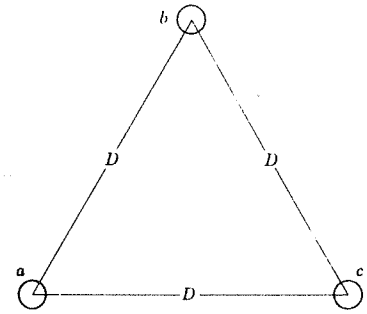


Figura 3.10 Vista em seção transversal dos condutores com espaçamento eqüilátero de uma linha trifásica.

Sendo $I_a = -(I_b + I_c)$, a Equação (3.57) fica

$$\psi_a = 2 \times 10^{-7}\left(I_a \ln \frac{1}{D_s} - I_a \ln \frac{1}{D}\right) = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \frac{D}{D_s} \quad \text{Wbe/m} \qquad (3.58)$$

e

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \quad \text{H/m} \qquad (3.59)$$

A Equação (3.59) é análoga à Equação (3.34), referente a uma linha monofásica, exceto pela substituição de r' por D_s. Por razões de simetria, as indutâncias dos condutores b e c são iguais à do condutor a. Sendo cada fase constituída por apenas um condutor, a Equação (3.59) dá a indutância por fase de uma linha trifásica.

3.12 INDUTÂNCIA DE LINHAS TRIFÁSICAS COM ESPAÇAMENTO ASSIMÉTRICO

O cálculo da indutância ficará mais complicado quando a linha trifásica tiver seus condutores com espaçamento assimétrico. Neste caso, o fluxo concatenado e a indutância correspondentes a cada fase não são os mesmos. O circuito fica desequilibrado quando cada fase tem indutância diferente. Pode-se restaurar o equilíbrio entre as três fases trocando, a intervalos regulares, a posição relativa entre os condutores, de modo que cada condutor ocupe a posição original de cada um dos outros por uma distância igual. Chama-se *transposição* a essa troca de posições. Um ciclo completo de transposição é apresentado na Figura 3.11. Os condutores de cada fase são designados pelas letras a, b e c, e as posições indicadas pelos números 1, 2 e 3. A transposição resulta em que a indutância média de cada condutor, em um ciclo completo de transposição, seja a mesma.

CLEVER S. ALBUQUERQUE FILHO

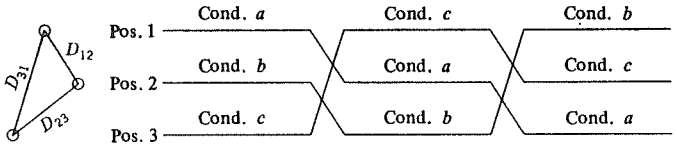


Figura 3.11 Ciclo de transposição.

Modernamente, as linhas de potência não são em geral transpostas a intervalos regulares, embora a transposição possa ser feita nas estações de chaveamento, com o objetivo de melhorar o equilíbrio de indutância entre as fases. Felizmente, é pequena a assimetria entre as fases de uma linha não transposta e ela pode ser desprezada na solução de muitos problemas. Desprezando a assimetria, a indutância da linha não transposta pode ser considerada igual ao valor médio da reatância indutiva de uma fase da mesma linha, calculada considerando a linha como se fosse transposta. Os cálculos que se seguem aplicam-se a linhas transpostas.

Para determinar a indutância de um condutor de uma linha transposta, calculamos o fluxo concatenado com o condutor em cada uma das posições ocupadas na transposição, e determinamos o fluxo concatenado médio. Vamos aplicar a Equação (3.45) ao condutor a da Figura 3.11 para obter a expressão fasorial do fluxo concatenado com a na posição 1, quando b está na posição 2 e c na posição 3, como segue

$$\psi_{a1} = 2 \times 10^{-7}\left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{12}} + I_c \ln \frac{1}{D_{31}}\right) \quad \text{Wbe/m} \tag{3.60}$$

Com a na posição 2, b na posição 3 e c na posição 1,

$$\psi_{a2} = 2 \times 10^{-7}\left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{23}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12}}\right) \quad \text{Wbe/m} \tag{3.61}$$

e, finalmente, com a na posição 3, b na posição 1 e c na posição 2

$$\psi_{a3} = 2 \times 10^{-7}\left(I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{31}} + I_c \ln \frac{1}{D_{23}}\right) \quad \text{Wbe/m} \tag{3.62}$$

O valor médio do fluxo concatenado com a é

$$\begin{aligned}\psi_a &= \frac{\psi_{a1} + \psi_{a2} + \psi_{a3}}{3} \\ &= \frac{2 \times 10^{-7}}{3}\left(3I_a \ln \frac{1}{D_s} + I_b \ln \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right)\end{aligned} \tag{3.63}$$

Aplicando a restrição $I_a = -(I_b + I_c)$,

$$\begin{aligned}\psi_a &= \frac{2 \times 10^{-7}}{3}\left(3I_a \ln \frac{1}{D_s} - I_a \ln \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right) \\ &= 2 \times 10^{-7} I_a \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_s} \quad \text{Wbe/m}\end{aligned} \tag{3.64}$$

e a indutância *média* por fase será

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \quad \text{H/m} \tag{3.65}$$

onde

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}} \tag{3.66}$$

onde D_s é o RMG do condutor. Comparando as Equações (3.65) e (3.59), verifica-se que D_{eq}, a média geométrica das três distâncias da linha assimétrica é o espaçamento eqüilátero equivalente. Deve-se notar a semelhança existente entre todas as equações da indutância de um condutor. Se a indutância for dada em henrys por metro, o fator 2×10^{-7} aparecerá em todas as equações e o denominador do argumento do logaritmo será sempre o RMG do condutor. O numerador será a distância entre os condutores de uma linha de dois condutores, ou a DMG mútua entre os lados de uma linha monofásica com condutores compostos, ou a distância entre condutores de uma linha eqüilateralmente espaçada, ou ainda, o espaçamento eqüilátero equivalente de uma linha com espaçamento assimétrico.

Exemplo 3.4 A Figura 3.12 mostra uma linha trifásica de circuito simples para operação em 60 Hz. Os condutores são de CAA tipo *Drake*. Determine a reatância indutiva por milha por fase.

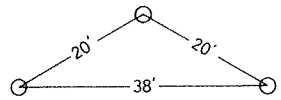


Figura 3.12 Distribuição dos condutores para o Exemplo 3.4.

Solução Pela Tabela A.1

$$D_s = 0{,}0373 \text{ pé} \qquad D_{eq} = \sqrt[3]{20 \times 20 \times 38} = 24{,}8 \text{ pé}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{24{,}8}{0{,}0373} = 13{,}00 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$X_l = 2\pi 60 \times 1609 \times 13{,}00 \times 10^{-7} = 0{,}788 \ \Omega/\text{mi por fase}$$

Também poderia ser utilizada a Equação (3.55) ou as Tabelas A.1 e A.2, pelas quais

$$X_a = 0{,}399$$

e para 24,8 pés

$$X_d = 0{,}389$$

$$X_L = 0{,}399 + 0{,}389 = 0{,}788\ \Omega/\text{mi por fase.}$$

3.13 CABOS MÚLTIPLOS

O efeito corona torna-se excessivo nas tensões acima de 230 kV, isto é, para extra-altas-tensões (EAT), aumentando excessivamente, em conseqüência, as perdas de potência e a interferência nas comunicações, quando o circuito é constituído apenas de um condutor por fase. Na faixa de EAT, a colocação de dois ou mais condutores em paralelo por fase, bastante próximos em relação à distância entre fases, reduz de forma substancial o gradiente de potencial nos condutores. Os condutores com esta disposição são denominados *cabos múltiplos* e consistem em dois, três ou quatro condutores. Os condutores dos cabos triplos são geralmente colocados nos vértices de um triângulo eqüilátero, enquanto os cabos quádruplos os têm nos vértices de um quadrado. Estas disposições são mostradas na Figura 3.13. A menos que exista uma transposição entre os condutores de um cabo múltiplo, a corrente não será distribuída de maneira uniforme entre os condutores, mas esta diferença não tem importância prática e o método da DMG é suficientemente preciso.

A redução da reatância é outra vantagem importante dos cabos múltiplos. O aumento do número de condutores em um cabo múltiplo reduz o efeito corona e a reatância. A redução da reatância no cabo múltiplo resulta de um aumento do RMG. Com certeza, o cálculo do RMG é feito do mesmo modo como para cabos encordoados. Por exemplo, cada condutor de um cabo duplo é tratado como um fio de um condutor a dois fios. Sejam D_s^b o RMG de um cabo múltiplo e D_s o RMG dos condutores individuais que compõem o cabo. Referindo-nos à Figura (3.13),

Para um cabo de dois condutores

$$D_s^b = \sqrt[4]{(D_s \times d)^2} = \sqrt{D_s \times d} \tag{3.67}$$

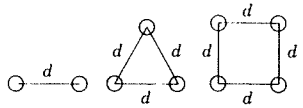


Figura 3.13 Disposição de cabos múltiplos.

Para um cabo de três condutores

$$D_s^b = \sqrt[9]{(D_s \times d \times d)^3} = \sqrt[3]{D_s \times d^2} \tag{3.68}$$

Para um cabo de quatro condutores

$$D_s^b = \sqrt[16]{(D_s \times d \times d \times d \times 2^{1/2})^4} = 1{,}09\sqrt[4]{D_s \times d^3} \tag{3.69}$$

Ao utilizarmos a Equação (3.65) para o cálculo da indutância, devemos substituir D_s de um condutor simples pelo D_s^b do cabo múltiplo. Para D_{eq}, obtém-se precisão suficiente utilizando as distâncias entre os centros dos cabos múltiplos para D_{ab}, D_{bc} e D_{ca}. O cálculo da DMG real entre os condutores de um cabo e os de outro resultaria em uma distância quase igual à existente entre os centros dos cabos.

Exemplo 3.5 Cada condutor da linha múltipla apresentada na Figura 3.14 é de CAA tipo *Pheasant* com 1.272.000 CM. Determine a reatância indutiva em ohms por km (e por milha) por fase para $d = 45$ cm. Determine a reatância em série em p.u. se a linha tem 160 km e uma base de 100 MVA, 345 kV.

Solução Da Tabela A.1, $D_s = 0{,}0466$ pé; multiplicamos por 0,3048 para inverter a unidade de pé para metro

$$D_s^b = \sqrt{0{,}0466 \times 0{,}3048 \times 0{,}45} = 0{,}080\ \text{m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 16} = 10{,}08\ \text{m}$$

$$X_L = 2\pi 60 \times 2 \times 10^{-7} \times 10^3 \ln \frac{10{,}08}{0{,}08}$$

$$= 0{,}365\ \Omega/\text{km por fase}$$

$$(0{,}365 \times 1{,}609 = 0{,}587\ \Omega/\text{mi por fase})$$

$$\text{Base } Z = \frac{(345)^2}{100} = 1190\ \Omega$$

$$X = \frac{0{,}365 \times 160}{1190} = 0{,}049\ \text{p.u.}$$

3.14 LINHAS TRIFÁSICAS DE CIRCUITOS EM PARALELO

Dois circuitos trifásicos idênticos em construção e eletricamente em paralelo possuem a mesma reatância indutiva. Para o circuito dos dois em paralelo, a reatância indutiva será a metade de cada circuito considerado isoladamente, desde que a distância entre eles seja tão grande que a

indutância mútua possa ser desprezada. Se os dois circuitos estiverem montados na mesma torre, o método da DMG pode ser usado para determinar a indutância por fase, considerando-se os condutores de cada fase como componentes de um condutor composto.

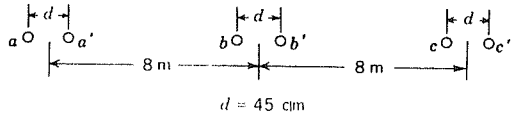


Figura 3.14 Espaçamento dos condutores de uma linha de cabos múltiplos.

Uma disposição típica adotada para linhas trifásicas de circuitos em paralelo é mostrada na Figura 3.15. Mesmo que não seja transposta a linha, a suposição da transposição dá um valor bastante razoável, além de simplificar os cálculos. A fase a é constituída pelos condutores a e a' em paralelo, e as fases b e c são constituídas de modo semelhante. Vamos supor que os condutores a e a' assumam sucessivamente as posições de b e b' e de c e c', nas rotações do ciclo de transposição.

O método da DMG exige que utilizemos D_{ab}^p, D_{bc}^p, D_{ca}^p no cálculo de D_{eq}, onde os superscritos indicam que estes valores são, eles mesmos, valores de DMG e onde D_{ab}^p é a DMG média entre os condutores da fase a e os da fase b.

O D_s da Equação (3.65) é substituído por D_s^p, que é a média geométrica dos valores do RMG dos dois condutores ao ocuparem, sucessivamente, as posições a e a', b e b' e c e c'. O melhor modo de compreender o procedimento é, possivelmente, o acompanhamento dos passos do Exemplo 3.6.

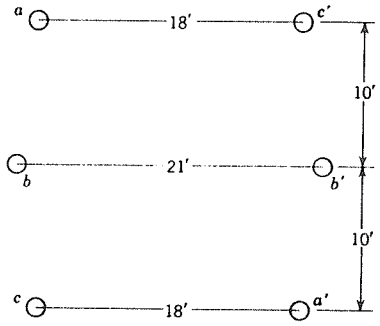


Figura 3.15 Disposição típica dos condutores de uma linha trifásica de circuitos em paralelo.

Exemplo 3.6 Uma linha trifásica de circuito duplo é constituída de condutores CAA 26/7 tipo *Ostrich* de 300.000 CM dispostos de acordo com o esquema da Figura 3.15. Determine a reatância indutiva a 60 Hz em ohms por milha por fase.

Solução Da Tabela A.1 para o condutor tipo *Ostrich*

$$D_s = 0{,}0229 \text{ pé}$$

Distância de a a b: Posição original $= \sqrt{10^2 + 1{,}5^2} = 10{,}1$ pés

Distância de a a b': Posição original $= \sqrt{10^2 + 19{,}5^2} = 21{,}9$ pés

As DMG entre fases são

$$D_{ab}^p = D_{bc}^p = \sqrt[4]{(10{,}1 \times 21{,}9)^2} = 14{,}88 \text{ pés}$$

$$D_{ca}^p = \sqrt[4]{(20 \times 18)^2} = 18{,}97 \text{ pés}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{14{,}88 \times 14{,}88 \times 18{,}97} = 16{,}1 \text{ pés}$$

O RMG para a linha de circuitos em paralelo é encontrado a partir dos valores de RMG para as três posições. A distância real de a até a' é $\sqrt{20^2 + 18^2} = 26{,}9$ pés. Então, o RMG de cada fase é

Na posição a-a': $\sqrt{26{,}9 \times 0{,}0229} = 0{,}785$ pé

Na posição b-b': $\sqrt{21 \times 0{,}0229} = 0{,}693$ pé

Na posição c-c': $\sqrt{26{,}9 \times 0{,}0229} = 0{,}785$ pé

Então

$$D_s^p = \sqrt[3]{0{,}785 \times 0{,}693 \times 0{,}785} = 0{,}753 \text{ pé}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{16{,}1}{0{,}753} = 6{,}13 \times 10^{-7} \text{ H/m por fase}$$

$$X_L = 2\pi 60 \times 1609 \times 6{,}13 \times 10^{-7} = 0{,}372 \ \Omega/\text{mi por fase}$$

3.15 SUMÁRIO DOS CÁLCULOS DE INDUTÂNCIAS DE LINHAS TRIFÁSICAS

Embora existam ou possam ser preparados, com relativa facilidade, programas de computador para o cálculo da indutância de todos os tipos de linhas, torna-se compensador o conhecimento do desenvolvimento das equações usadas nesses cálculos, pela compreensão que traz dos efeitos das variáveis no projeto de linhas. No entanto, exceto para linhas de circuitos em paralelo, as tabelas dos tipos A.1 e A.2 tornam bastante simples estes cálculos, sendo que a Tabela A.1 fornece ainda a resistência.

A principal equação para o cálculo da indutância por fase das linhas trifásicas de circuito simples é, aqui, repetida por conveniência.

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \text{ H/m por fase} \tag{3.70}$$

A reatância indutiva em ohms por quilômetro a 60 Hz é obtida multiplicando a indutância em henrys/metro por $2\pi 60 \times 1000$:

$$X_L = 0{,}0754 \times \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \ \Omega\text{/km por fase} \tag{3.71}$$

ou

$$X_L = 0{,}1213 \ln \frac{D_{eq}}{D_s} \ \Omega\text{/mi por fase} \tag{3.72}$$

D_{eq} e D_s devem ser referidos à mesma unidade, usualmente em pés. Para linhas com um condu-to por fase, o valor de D_s pode ser obtido diretamente das tabelas. Para os cabos múltiplos, D_s é substituído por D_s^b, como foi definido na Seção 3.13. Para linhas de cabos simples e múltiplos

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \tag{3.73}$$

Para linhas de cabos múltiplos, D_{ab}, D_{bc} e D_{ca} são as distâncias entre os centros dos cabos das fases a, b e c.

Para linhas com apenas um condutor por fase, é conveniente determinar X_L somando o valor de X_a para o condutor, obtido de tabelas como A.1, o valor de X_d obtido da Tabela A.2 correspondente a D_{eq}.

Seguindo o procedimento sugerido pelo Exemplo 3.6 podem ser calculadas a indutância e a reatância indutiva de linhas de circuitos em paralelo.

PROBLEMAS

3.1 O condutor de alumínio puro, identificado pelo nome-código *Bluebell*, é composto de 37 fios com diâmetro de 0,1672 polegadas cada um. As tabelas de características de condutores de alumínio puro apresentam uma área de 1.033.500 CM para este condutor. Concordam entre si estes valores? Determine a área em milímetros quadrados.

3.2 Determine a resistência CC em ohms por quilômetro para o *Bluebell* a 20°C usando a Equação (3.2) e a informação dada no Problema 3.1, e compare o resultado com o valor tabelado de 0,01678 Ω por mil pés. Calcule a resistência CC em ohms por quilômetro a 50°C e compare o resultado com a resistência CA a 60 Hz de 0,1024 Ω/milha, apresentado nas tabelas para este condutor a 50°C. Explique qualquer diferença nos valores obtidos.

3.3 Um condutor de alumínio puro é composto de 37 fios com diâmetro de 0,333 cm cada um. Calcule a resistência CC em ohms por quilômetro a 75°C.

3.4 Uma linha de potência monofásica de 60 Hz é suspensa em uma cruzeta horizontal. A distância entre os condutores é de 2,5 m. Uma linha telefônica é suspensa em outra cruzeta horizontal situada 1,8 m abaixo da linha de potência e com uma distância de 1,0 m entre os seus condutores. Determine a indutância mútua entre os circuitos de potência e de telefone e a tensão induzida por quilômetro à 60 Hz na linha telefônica por uma corrente de 150 A na linha de potência.

3.5 Se as linhas de potência e de telefonia descritas no Problema 3.4 estiverem no mesmo plano horizontal e a distância entre os condutores mais próximos das duas linhas for de 18 m, qual será a indutância mútua entre os dois circuitos e qual será a tensão induzida por milha na linha telefônica para uma corrente de 150 A na linha de potência?

3.6 Dois condutores sólidos de seção circular com diâmetro de 0,412 cm estão afastados de 3 m e constituem uma linha monofásica de 60 Hz. Determine a indutância da linha em mH/milha. Que parcela desta indutância é devida ao fluxo interno? Considere desprezível o efeito pelicular.

3.7 Determine o RMG de um condutor de três fios em termos do raio r de cada um dos fios constituintes.

3.8 Determine o RMG de cada um dos condutores não convencionais mostrados na Figura 3.16 em função do raio r de cada um dos fios individuais.

3.9 A distância entre os condutores de uma linha monofásica é de 10 pés. Cada condutor é constituído de sete fios idênticos. O diâmetro de cada fio é de 0,1 pol. Mostre que o valor de D_s para o condutor é de 2,177 vezes o raio de cada fio. Determine a indutância desta linha em mH/milha.

3.10 Determine a reatância indutiva do condutor CAA tipo *Rail* em ohms por quilômetro a um metro de espaçamento.

3.11 Qual dos condutores listados na Tabela A.1 possui uma reatância indutiva de 0,651 Ω/milha a 7 pés de espaçamento?

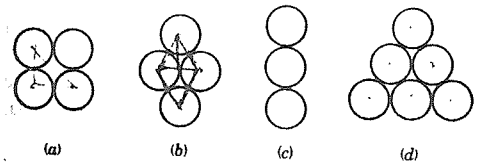


Figura 3.16 Vista em seção transversal dos condutores não convencionais do Problema 3.8.

3.12 Uma linha trifásica é projetada com espaçamento eqüilátero de 16 pés. Decide-se por construir a linha com distribuição horizontal ($D_{13} = 2D_{12} = 2D_{23}$), e com transposição. Qual deverá ser o espaçamento entre condutores adjacentes para que se mantenha a mesma indutância do espaçamento original?

3.13 Os condutores de uma linha trifásica de 60 Hz estão colocados nos vértices de um triângulo cujos lados medem 25 pés, 25 pés e 42 pés. Os condutores são CAA tipo *Ospray*. Determine a indutância e a reatância indutiva por fase por milha.

3.14 Uma linha trifásica de 60 Hz tem os seus condutores alinhados horizontalmente. Estes condutores possuem um RMG de 0,0133 m com 10 m entre condutores adjacentes. Determine a reatância indutiva por fase em ohms/km. Qual é o nome deste condutor?

3.15 Se for desprezada a resistência, a máxima potência por fase que uma linha de transmissão curta pode transportar é

$$\frac{|V_S| \cdot |V_R|}{|X|}$$

onde V_S e V_R são as tensões entre fase e neutro nos terminais transmissor e receptor, respectivamente, e X é a reatância indutiva da linha. Esta condição se tornará evidente no estudo do Capítulo 5. Mantendo constantes as amplitudes de V_S e de V_R e considerando o custo de um condutor proporcional à área de sua seção transversal, determine, usando a Tabela A.1, qual condutor teria a máxima capacidade de transmissão de potência por custo de condutor.

3.16 Uma linha trifásica de distribuição subterrânea opera com 23 kV. Cada um dos três condutores é isolado com 0,5 cm de polietileno sólido preto e os três são colocados lado a lado diretamente em uma vala no solo. Cada condutor possui seção circular com diâmetro de 1,46 cm e 33 fios de alumínio. O fabricante informa um valor de RMG de 0,561 cm e uma área de 1,267 cm^2. O limite térmico da linha enterrada em solo normal, cuja temperatura seja de 30°C, é de 350 A. Determine as resistências CC e CA a 50°C e a reatância indutiva, em ohms/km. Com o objetivo de decidir se deve ou não ser considerado o efeito pelicular no cálculo da resistência, determine o valor percentual do efeito pelicular a 50°C no condutor CAA de bitola mais próxima à do condutor subterrâneo. Note-se que a resistência predomina sobre a impedância em série nesta linha de distribuição, devido à baixa indutância causada pela aproximação dos condutores.

3.17 A linha de potência monofásica do Problema 3.4 é substituída por uma linha trifásica colocada na mesma cruzeta horizontal da linha monofásica. As distâncias entre os condutores desta linha são $D_{13} = 2D_{12} = 2D_{23}$ e o espaçamento eqüilátero equivalente é de 3 m. A linha telefônica permanece na mesma posição descrita no Problema 3.4. Para uma corrente de 150 A na linha de potência, determine a tensão induzida por quilômetro na linha telefônica. Comente as relações de fase entre a tensão induzida na linha telefônica e a corrente na linha de potência.

3.18 Uma linha trifásica de 60 Hz possui um único condutor CAA tipo *Bluejay* por fase, disposto horizontalmente com espaçamento de 11 m entre condutores adjacentes. Compare a reatância indutiva em ohms por km por fase desta linha com a de outra, na qual fossem usados dois condutores CAA 26/7 com a mesma seção transversal total de alumínio que a de uma linha de condutor único e 11 m medidos de centro a centro dos cabos duplos. Os condutores de cada fase estão 40 cm afastados.

3.19 Uma linha trifásica de 60 Hz de cabo múltiplo tem 3 condutores de CAA tipo *Rail* por fase com espaçamento de 45 cm entre eles. Calcule a reatância indutiva em ohms por quilômetro, considerando que os espaçamentos entre os cabos são de 9 m, 9 m e 18 m.

3.20 Seis condutores de CAA tipo *Drake* constituem uma linha trifásica de 60 Hz e circuito duplo, posicionados como é indicado na Figura 3.15. Entretanto, o espaçamento vertical é de 14 pés, enquanto a distância horizontal maior é de 32 pés e a menor é de 25 pés. Determine a indutância por fase por milha e a reatância em ohms por milha.

CAPÍTULO

4

CAPACITÂNCIA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

A admitância em derivação de uma linha de transmissão consiste em uma condutância e uma reatância capacitiva, conforme foi discutido no princípio do Capítulo 3. Também foi mencionado que a condutância é usualmente desprezada devido à sua pequena contribuição com a admitância em derivação. Por esta razão foi dado a este capítulo o título de capacitância e não o de admitância em derivação.

Outra razão para que se despreze a condutância reside no fato de não existir nenhum meio apropriado de considerá-la, por ser ela muito variável. A fuga pelos isoladores, que é a principal fonte de condutância, varia apreciavelmente com as condições atmosféricas e com as propriedades de condução da poeira que se deposita sobre os isoladores. O efeito corona, que resulta em fuga através dos condutores das linhas, é também bastante variável com as condições atmosféricas. Felizmente, o efeito da condutância é um componente tão desprezível da admitância em derivação que pode ser ignorado.

A capacitância de uma linha de transmissão resulta da diferença de potencial entre os condutores; ela faz com que estes se tornem carregados de modo semelhante às placas de um capacitor entre as quais exista uma diferença de potencial. A capacitância entre condutores é a carga por unidade de diferença de potencial. A capacitância entre condutores em paralelo é uma constante que depende das dimensões e do afastamento entre os condutores. Para linhas menores do que 80 km (50 milhas) de comprimento, o efeito da capacitância é mínimo e usualmente é desprezado. Para linhas mais longas de tensões mais elevadas, torna-se mais importante a capacitância.

Uma tensão alternada aplicada sobre uma linha de transmissão faz com que, em qualquer ponto, as cargas dos condutores cresçam e decresçam com o aumento e a diminuição do valor instantâneo da tensão entre os condutores naquele ponto. O deslocamento de cargas é uma corrente, e a corrente causada pelo carregamento e descarregamento alternados de uma linha devidos a uma tensão alternada é chamada *corrente de carregamento* da linha. A corrente de

carregamento existe na linha de transmissão mesmo quando ela está em vazio. Ela afeta tanto a queda de tensão ao longo da linha quanto o seu rendimento e o fator de potência e a estabilidade do sistema ao qual pertence a linha.

4.1 CAMPO ELÉTRICO DE UM CONDUTOR RETO E LONGO

O campo elétrico é tão importante no estudo da capacitância quanto o é o campo magnético no estudo da indutância. No capítulo precedente, estudamos ambos os campos elétrico e magnético de uma linha a dois condutores. As linhas de fluxo elétrico se originam nas cargas positivas de um condutor e terminam nas cargas negativas do outro. O fluxo elétrico total que emana de um condutor é numericamente igual à carga do condutor em coulombs. A densidade de fluxo elétrico é o fluxo elétrico por metro quadrado e é medida em coulombs por metro quadrado.

Se um condutor cilíndrico, reto e longo, estiver mergulhado em um meio uniforme como o ar, tendo uma carga uniforme em toda a sua extensão e se estiver isolado de outras cargas, sua carga estará uniformemente distribuída sobre toda a sua superfície e o fluxo será radial. Todos os pontos eqüidistantes de um tal condutor serão pontos eqüipotenciais e terão uma mesma densidade de fluxo elétrico. A Figura 4.1 mostra um condutor isolado como este, carregado com uma distribuição uniforme de carga. A densidade de campo elétrico a uma distância de x metros do centro do condutor pode ser calculada imaginando uma superfície cilíndrica concêntrica ao condutor, que tenha x metros de raio. Como todos os pontos da superfície são eqüidistantes do condutor, que possui uma distribuição uniforme de carga, a superfície cilíndrica é eqüipotencial e a densidade do fluxo elétrico sobre ela é igual ao fluxo que sai do condutor por metro de comprimento, dividido pela área da superfície contida em um comprimento axial de um metro. A densidade de fluxo elétrico é

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad \text{C/m}^2 \tag{4.1}$$

onde q é a carga no condutor em coulombs por metro de comprimento e x é a distância em metros do centro do condutor até o ponto onde deve ser calculada a densidade de fluxo elétrico. A intensidade de campo elétrico, ou o negativo do gradiente de potencial, é igual à densidade de fluxo elétrico dividida pela permissividade* do meio. A intensidade do campo elétrico é, portanto

$$\mathcal{E} = \frac{q}{2\pi x k} \quad \text{V/m} \tag{4.2}$$

* No sistema SI de unidades, a permissividade do vácuo k_0 vale $8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m. A permissividade relativa k_r é a razão entre a permissividade real k de um material e a permissividade do vácuo. Então, $k_r = k/k_0$. Para o ar seco, $k_r = 1{,}00054$ e é considerado igual a 1,0 m em cálculo de linhas aéreas.

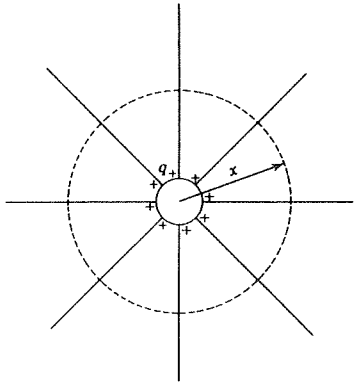


Figura 4.1 Linhas de fluxo elétrico que têm origem nas cargas positivas uniformemente distribuídas sobre a superfície de um condutor cilíndrico isolado.

4.2 DIFERENÇA DE POTENCIAL ENTRE DOIS PONTOS DEVIDO A UMA CARGA

A diferença de potencial, em volts, entre dois pontos é numericamente igual ao trabalho em joules por coulomb necessário para mover um coulomb de carga entre os dois pontos. A intensidade de campo elétrico é uma medida da força sobre uma carga no campo. A intensidade de campo elétrico em volts por metro é igual à força, em newtons por coulomb, sobre um coulomb de carga considerada. A integral de linha de força em newtons que age sobre um coulomb de carga positiva entre dois pontos é o trabalho realizado para mover a carga do ponto de potencial mais baixo para o ponto de potencial mais alto e é numericamente igual à diferença de potencial entre os dois pontos.

Consideremos um fio reto e longo carregado com uma carga positiva de qC/m, como é mostrado na Figura 4.2. Os pontos P_1 e P_2 estão afastados em D_1 e D_2 metros do centro do fio. A carga positiva do fio exerce uma força de repulsão sobre uma carga positiva colocada no campo. Por esta razão e porque neste caso D_2 é maior do que D_1, deve ser realizado trabalho sobre a carga positiva para movê-la de P_2 para P_1, e assim P_1 estará a um potencial mais alto do que P_2. A diferença de potencial é o trabalho realizado por coulomb de carga movida. Por outro lado, se a carga se move de P_1 para P_2, ela fornece energia e o trabalho ou energia, em newton-metros, é a *queda* de tensão de P_1 até P_2. A diferença de potencial é independente do caminho percorrido. O modo mais simples de se calcular esta diferença entre os dois pontos é calcular a diferença de potencial entre as superfícies eqüipotenciais que passam por P_1 e por P_2 por integração da intensidade de campo sobre uma trajetória radial entre as duas superfícies eqüipotenciais.

A queda de tensão instantânea entre P_1 e P_2 é, então,

$$v_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \mathscr{E}\, dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi k x}\, dx = \frac{q}{2\pi k} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{V} \tag{4.3}$$

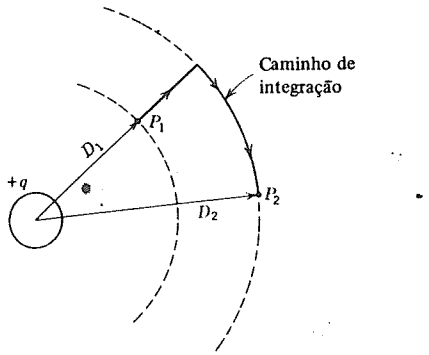


Figura 4.2 Caminho de integração entre dois pontos exteriores a um condutor cilíndrico que possui uma carga positiva uniformemente distribuída.

onde q é a carga instantânea no condutor em coulombs por metro de comprimento. Deve-se notar que a queda de tensão entre dois pontos, dada pela Equação (4.3), pode ser positiva ou negativa conforme a carga que provoca a diferença de potencial seja positiva ou negativa e conforme a queda de potencial seja calculada de um ponto mais próximo a um ponto mais afastado do condutor, ou vice-versa. O sinal de q pode ser positivo ou negativo, e o termo logarítmico é positivo ou negativo conforme D_2 seja maior ou menor do que D_1.

4.3 CAPACITÂNCIA DE UMA LINHA A DOIS FIOS

A capacitância entre os dois condutores de uma linha a dois fios foi definida como a quantidade de carga nos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles. Na forma de uma equação, a capacitância por unidade de comprimento da linha é

$$C = \frac{q}{v} \quad \text{F/m} \tag{4.4}$$

onde q é a carga sobre a linha, em coulombs por metro, e v é a diferença de potencial entre os condutores em volts. Daqui para a frente, por comodidade, diremos apenas capacitância quando nos referirmos à capacitância por unidade de comprimento, mas indicaremos as unidades de forma correta nas equações deduzidas. Podemos obter a capacitância entre dois condutores substituindo na Equação (4.4) o valor de v em função do valor de q dado pela Equação (4.3). A tensão v_{ab} entre os dois condutores da linha a dois fios mostrada na Figura 4.3 pode ser obtida determinando a diferença de potencial entre os dois condutores da linha, calculando primeiro a queda de tensão devida à carga q_a do condutor a e depois a queda de tensão devida à carga q_b do condutor b. Pelo princípio da superposição, a queda de tensão entre o condutor a e o condutor b, devida à carga dos dois condutores, é a soma das quedas de tensão devidas a cada um deles.

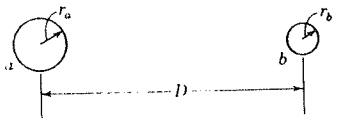


Figura 4.3 Seção transversal de uma linha de fios paralelos.

Consideremos a carga q_a do condutor a e admitamos que o condutor b esteja descarregado e seja simplesmente uma superfície eqüipotencial no campo elétrico criado pela carga do condutor a. Na Figura 4.4, são mostradas a superfície eqüipotencial do condutor b e as superfícies eqüipotenciais devidas à carga de a. A distorção das superfícies eqüipotenciais nas proximidades do condutor b é causada pelo fato de o condutor b ser também parte de uma superfície eqüipotencial. Na dedução da Equação (4.3), todas as superfícies eqüipotenciais devidas a uma carga uniformemente distribuída sobre um condutor cilíndrico foram consideradas cilíndricas e concêntricas ao condutor. Esta consideração é válida no caso em discussão, exceto nas vizinhanças do condutor b. O potencial do condutor b é igual ao da superfície eqüipotencial que o intercepta. Portanto, para a determinação de v_{ab}, pode ser seguido um caminho do condutor a, indo através de uma região de superfícies eqüipotenciais sem distorção até a superfície eqüipotencial que intercepta o condutor b. A partir daí, movendo-se ao longo da superfície

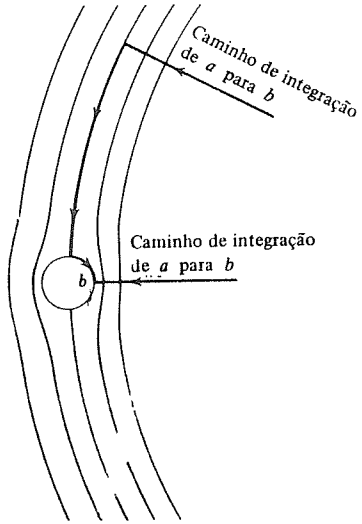


Figura 4.4 Superfícies eqüipotenciais de uma parte do campo elétrico criado pelo condutor carregado a (não mostrado). O condutor b provoca uma distorção nas superfícies eqüipotenciais. As setas indicam opções para caminhos de integração entre um ponto da superfície eqüipotencial do condutor b e o condutor a, cuja carga q_a cria as superfícies eqüipotenciais mostradas.

eqüipotencial até o condutor b, não são produzidas mudanças no valor da tensão. Este caminho de integração, juntamente com o caminho direto, é indicado na Figura 4.4. É claro que a diferença de potencial é a mesma seja qual for o caminho através do qual é feita a integração da intensidade de campo. Seguindo o caminho pela região sem distorção, vemos que as distâncias correspondentes a D_2 e D_1 da Equação (4.3) são, respectivamente, D e r_a, na determinação de v_{ab} devido a q_a. Da mesma forma, na determinação de v_{ab} devido a q_b, as distâncias correspondentes a D_2 e D_1 da Equação (4.3) são r_b e D, respectivamente. Convertendo à notação fasorial (q_a e q_b passam a ser números complexos), obtemos

$$V_{ab} = \underbrace{\frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r_a}}_{\text{devido a } q_a} + \underbrace{\frac{q_b}{2\pi k} \ln \frac{r_b}{D}}_{\text{devido a } q_b} \quad \text{V} \tag{4.5}$$

e, como para a linha a dois fios $q_b = -q_a$,

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi k}\left(\ln \frac{D}{r_a} - \ln \frac{r_b}{D}\right) \quad \text{V} \tag{4.6}$$

ou, combinando os termos logarítmicos

$$V_{ab} = \frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D^2}{r_a r_b} \quad \text{V} \tag{4.7}$$

A capacitância entre condutores é

$$C_{ab} = \frac{q_a}{V_{ab}} = \frac{2\pi k}{\ln (D^2/r_a r_b)} \quad \text{F/m} \tag{4.8}$$

Se $r_a = r_b = r$,

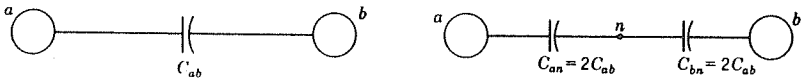
$$C_{ab} = \frac{\pi k}{\ln (D/r)} \quad \text{F/m} \tag{4.9}$$

A Equação (4.9) dá a capacitância entre condutores de uma linha a dois fios. Às vezes, é desejável conhecer a capacitância entre um dos condutores e um ponto neutro entre eles. Por exemplo, se a linha for alimentada por um transformador com uma derivação central aterrada, a diferença de potencial entre cada condutor e a terra será igual à metade da diferença de potencial entre os dois condutores e a *capacitância à terra*, ou *capacitância ao neutro*, será a carga em um condutor por unidade de diferença de potencial entre o condutor e a terra. A capacitância ao neutro para a linha a dois fios é o *dobro* da *capacitância linha-linha* (capacitância entre condutores). Se a capacitância entre linhas for considerada composta por duas capacitâncias

iguais em série, a tensão de linha se dividirá igualmente entre elas e sua junção estará ao potencial de terra. A capacitância ao neutro será, portanto, igual a qualquer das duas capacitâncias iguais em série, ou seja, duas vezes a capacitância linha-linha. Portanto,

$$C_n = C_{an} = C_{bn} = \frac{2\pi k}{\ln (D/r)} \quad \text{F/m ao neutro} \tag{4.10}$$

O conceito de capacitância ao neutro é ilustrado pela Figura 4.5.



(*a*) Representação da capacitância de linha. (*b*) Representação da capacitância por fase.

Figura 4.5 Comparação dos conceitos de capacitância de linha e capacitância por fase.

A Equação (4.10) corresponde à Equação (3.34) para a indutância. Deve-se tomar cuidado com uma diferença que existe entre as equações de capacitância e de indutância. O raio na equação da capacitância é o raio externo real do condutor e não o raio médio geométrico (RMG) do condutor, como na fórmula da indutância.

As Equações (4.5) e (4.10) foram deduzidas a partir da Equação (4.3), que se baseia na suposição de distribuição uniforme de carga sobre a superfície do condutor. Quando estiverem presentes outras cargas, a distribuição de carga sobre a superfície do condutor não será uniforme e as equações deduzidas a partir da Equação (4.3) não serão precisamente corretas. No entanto, a desuniformidade da distribuição de cargas pode ser inteiramente desprezada em linhas aéreas, pois o erro na Equação (4.10) será apenas de 0,01% mesmo para um afastamento de condutores que resulte em um quociente $D/r = 50$.

Resta uma questão a ser respondida, que se refere ao valor a ser usado no denominador do argumento do logaritmo na Equação (4.10), quando o condutor for encordoado, uma vez que a equação foi deduzida para um condutor sólido de seção circular. Sabendo que o fluxo elétrico é perpendicular à superfície de um condutor perfeito, o campo elétrico na superfície de um condutor encordoado não é igual ao que existe na superfície de um condutor cilíndrico. Portanto, estaremos cometendo um erro ao calcularmos a capacitância de um condutor encordoado pela substituição de r pelo raio externo do condutor na Equação (4.10), devido à diferença entre o campo na vizinhança de um condutor deste tipo e o campo próximo a um condutor cilíndrico para o qual foi deduzida a Equação (4.10). Este erro, no entanto, é muito pequeno porque somente o campo muito próximo à superfície do condutor é afetado. Assim sendo, é usado o raio externo do condutor encordoado no cálculo da capacitância.

Tendo sido obtida a capacitância ao neutro, a reatância capacitiva entre um condutor e o neutro, para uma permissividade relativa $k_r = 1$, é calculada usando a expressão de C dada na Equação (4.10).

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{2{,}862}{f} \times 10^9 \ln \frac{D}{r} \quad \Omega \cdot \text{m para o neutro} \tag{4.11}$$

Sendo o valor de C na Equação (4.11) dado em farads por metro, a unidade apropriada para X_C será ohms-metros. Devemos também notar que a Equação (4.11) representa a reatância ao neutro para um metro de linha. Como as reatâncias capacitivas estão em paralelo ao longo da linha, X_C em ohms-metros deve ser *dividida* pelo comprimento da linha em metros para que se obtenha a reatância capacitiva ao neutro em ohms para toda a linha.

Dividindo a Equação (4.11) por 1.609, obtemos a reatância capacitiva em ohms-milhas.

$$X_C = \frac{1{,}779}{f} \times 10^6 \ln \frac{D}{r} \quad \Omega \cdot \text{mi para o neutro} \tag{4.12}$$

A Tabela A.1 apresenta os diâmetros externos mais usados em condutores CAA. Se D e r na Equação (4.2) forem dados em pés, a *reatância capacitiva para um pé de espaçamento* X'_a será o primeiro termo e o *fator de espaçamento de reatância capacitiva* X'_d será o segundo termo na equação seguinte

$$X_C = \frac{1{,}779}{f} \times 10^6 \ln \frac{1}{r} + \frac{1{,}779}{f} \times 10^6 \ln D \quad \Omega \cdot \text{mi para o neutro} \tag{4.13}$$

A Tabela A.1 inclui os valores de X'_a para as bitolas mais comuns de cabos CAA, e existem à disposição tabelas para os outros tipos de condutores, em suas diferentes bitolas. Na Tabela A.3, é apresentada uma lista de valores de X'_d.

Exemplo 4.1 Determine a susceptância capacitiva por milha de uma linha monofásica que opera a 60 Hz. O condutor é o *Partridge*, e o espaçamento entre centros é de 20 pés.

Solução Para este condutor, a Tabela A.1 apresenta um diâmetro externo de 0,642 pol. e, portanto,

$$r = \frac{0{,}642}{2 \times 12} = 0{,}0268 \text{ pé}$$

e da Equação (4.12)

$$X_C = \frac{1{,}779}{60} \times 10^6 \ln \frac{20}{0{,}0268} = 0{,}1961 \times 10^6 \ \Omega \cdot \text{mi para o neutro}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = 5{,}10 \times 10^{-6} \text{ S/mi para o neutro}$$

ou, em termos da reatância capacitiva a 1 pé de espaçamento e do fator de espaçamento da reatância capacitiva obtidos nas Tabelas A.1 e A.3

$$X'_a = 0{,}1074 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi}$$

$$X'_d = 0{,}0889 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi}$$

$$X_C = 0{,}1074 + 0{,}0889 = 0{,}1963 \text{ M}\Omega \cdot \text{mi por condutor}$$

A reatância e a susceptância capacitivas da linha (linha-linha) são

$$X_{C'} = 2 \times 0{,}1963 \times 10^6 = 0{,}3926 \times 10^6 \ \Omega/\text{mi}$$

$$B_{C'} = \frac{1}{X_{C'}} = 2{,}55 \times 10^{-6} \ \text{S/mi}$$

4.4 CAPACITÂNCIA DE UMA LINHA TRIFÁSICA COM ESPAÇAMENTO EQÜILÁTERO

Três condutores idênticos de raio r são mostrados na Figura 4.6, formando uma linha trifásica de espaçamento eqüilátero. Para uma distribuição de cargas sobre os condutores considerada uniforme, a Equação (4.5) fornece a tensão entre dois condutores devida à carga em cada um deles. Portanto, a tensão v_{ab} de uma linha trifásica devida somente às cargas dos condutores a e b é

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\underbrace{\left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D}\right)}_{\text{devido a } q_a \text{ e } q_b} \quad \text{V} \tag{4.14}$$

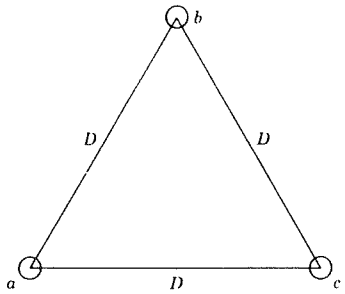


Figura 4.6 Seção transversal de uma linha trifásica com espaçamento eqüilátero

A Equação (4.3) nos permite incluir o efeito de q_c pois a distribuição uniforme de carga sobre a superfície de um condutor é equivalente a uma carga concentrada no centro do condutor. Portanto, devido somente à carga q_c

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi k} \ln \frac{D}{D} \quad \text{V}$$

que é igual a zero pois q_c é eqüidistante de a e de b. Entretanto, para mostrar que estamos considerando todas as três cargas, podemos escrever

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D}\right) \quad \text{V} \tag{4.15}$$

Da mesma forma

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D}\right) \quad \text{V} \tag{4.16}$$

Somando as Equações (4.15) e (4.16) obtemos

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k}\left[2q_a \ln \frac{D}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{r}{D}\right] \quad \text{V} \tag{4.17}$$

Na dedução destas equações, admitimos que a terra esteja tão afastada que tenha efeito desprezível. Sendo as tensões tomadas como senóides com notação fasorial, as cargas também serão senóides com notação fasorial. Se não existirem outras cargas nas vizinhanças, a soma das cargas nos três condutores será nula e poderemos substituir, na Equação (4.17), $q_b + q_c$ por $-q_a$, obtendo

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r} \quad \text{V} \tag{4.18}$$

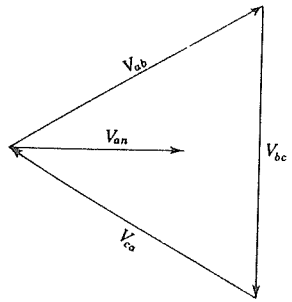


Figura 4.7 Diagrama fasorial das tensões equilibradas de uma linha trifásica.

A Figura 4.7 é o diagrama fasorial das tensões. Obtemos, desta forma, as seguintes relações entre as tensões de linha V_{ab} e V_{ac} e a tensão V_{an} entre a fase a e o neutro do circuito trifásico

$$V_{ab} = \sqrt{3}V_{an}(0{,}866 + j0{,}5) \tag{4.19}$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3}V_{an}(0{,}866 - j0{,}5) \tag{4.20}$$

Somando as Equações (4.19) e (4.20), obtemos

$$V_{ab} + V_{ac} = 3V_{an} \tag{4.21}$$

Substituindo, na Equação (4.18), $V_{ab} + V_{ac}$ por $3V_{an}$, temos

$$V_{an} = \frac{q_a}{2\pi k} \ln \frac{D}{r} \quad \text{V} \tag{4.22}$$

Como a capacitância ao neutro é o quociente da carga em um condutor pela queda de tensão entre aquele condutor e o neutro, temos

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln (D/r)} \text{ F/m para o neutro} \tag{4.23}$$

Comparando as Equações (4.23) e (4.10), vemos que as duas são idênticas. Estas equações representam a capacitância ao neutro de linhas trifásicas com espaçamento eqüilátero e de linhas monofásicas, respectivamente. Nós vimos no Capítulo 3 que as equações da indutância por condutor eram as mesmas para linhas monofásicas e linhas trifásicas com espaçamento eqüilátero.

O termo *corrente de carregamento* é aplicado à corrente associada com a capacitância de uma linha. Para um *circuito monofásico*, a corrente de carregamento é o produto da tensão de linha pela susceptância linha-linha, ou, em notação fasorial

$$I_{\text{chg}} = j\omega C_{ab} V_{ab} \tag{4.24}$$

Para uma linha trifásica, a corrente de carregamento é obtida multiplicando a tensão de fase pela susceptância capacitiva ao neutro. Com isto, obtemos a corrente de carregamento por fase, o que está de acordo com o cálculo de circuitos trifásicos equilibrados com base em um circuito monofásico com retorno pelo neutro. A corrente de carregamento, em notação fasorial, para a fase a é

$$I_{\text{chg}} = j\omega C_n V_{an} \quad \text{A/mi} \tag{4.25}$$

Como o valor eficaz da tensão varia ao longo da linha, a corrente de carregamento não é igual em toda a sua extensão. Freqüentemente, a tensão utilizada no cálculo da corrente de carregamento é a tensão nominal de projeto da linha, como 220 ou 500 kV, que provavelmente não será igual à tensão real em nenhum dos terminais da linha.

4.5 CAPACITÂNCIA DE UMA LINHA TRIFÁSICA COM ESPAÇAMENTO ASSIMÉTRICO

Quando os condutores de uma linha trifásica não estão com espaçamento eqüilátero, torna-se mais difícil o problema do cálculo da capacitância. Na linha usual, sem transposição, as capacitâncias de cada fase ao neutro não são iguais. Em uma linha transposta, a capacitância média ao neutro, em um ciclo completo de transposição, é a mesma para qualquer das fases pois o condutor de cada fase ocupa a mesma posição de qualquer dos outros numa distância igual, uma vez ao longo do ciclo de transposição. A assimetria das linhas não transpostas é pequena nas configurações usuais, de forma que todos os cálculos serão realizados considerando como se todas as linhas fossem transpostas.

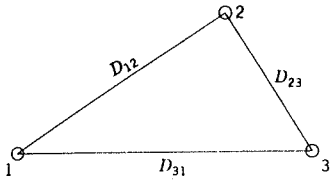


Figura 4.8 Seção transversal de uma linha trifásica com espaçamento assimétrico.

Para a linha mostrada na Figura 4.8, serão obtidas 3 equações de V_{ab} para as três posições diferentes no ciclo de transposição. Com a fase a na posição 1, b na posição 2 e c na posição 3,

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{31}}\right) \quad \text{V} \tag{4.26}$$

Com a na posição 2, b na posição 3 e c na posição 1,

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \ln \frac{D_{31}}{D_{12}}\right) \quad \text{V} \tag{4.27}$$

e, com a na posição 3, b na posição 1 e c na posição 2,

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln \frac{D_{31}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12}}{D_{23}}\right) \quad \text{V} \tag{4.28}$$

As Equações (4.26) a (4.28) são semelhantes às Equações (3.60) a (3.62) para os enlaces de fluxo de um condutor de uma linha transposta. Entretanto, nas equações para os enlaces de fluxo, notamos que a corrente em qualquer das fases era a mesma em qualquer parte do ciclo de transposição. Nas Equações (4.26) a (4.28), se desconsiderarmos a queda de tensão ao longo da linha, a tensão ao neutro de uma fase em uma parte do ciclo de transposição será igual à tensão ao neutro da mesma fase em qualquer outra parte do mesmo ciclo. Portanto, a queda de tensão entre dois condutores quaisquer será a mesma em todas as partes do ciclo de transposição. Segue-se que a carga sobre um condutor deve ser diferente quando a posição do condutor varia com respeito aos outros condutores. Daí, não ser rigoroso um tratamento das Equações (4.26) a (4.28) conforme ao que é dado às Equações (3.60) a (3.62).

A solução rigorosa para a capacitância é excessivamente trabalhosa, exceto talvez para espaçamento horizontal com iguais distâncias entre condutores. Para os espaçamentos e para os condutores usuais, obtém-se precisão suficiente supondo que a carga por unidade de comprimento da linha seja a mesma em qualquer seção do ciclo de transposição. Quando se faz esta

consideração a respeito da carga, a tensão entre um par de condutores será diferente em cada seção do ciclo de transposição. Podemos então obter um valor médio da tensão entre condutores e calcular a capacitância a partir deste valor. Obtemos o valor médio das tensões, somando e dividindo por três as Equações (4.26), (4.27) e (4.28). A tensão média entre os condutores a e b, baseada na suposição de mesma carga sobre um condutor, independente de sua posição no ciclo de transposição, é

$$V_{ab} = \frac{1}{6\pi k}\left(q_a \ln \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{12}D_{23}D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right)$$

$$= \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{eq}}\right) \quad \text{V} \tag{4.29}$$

onde

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}} \tag{4.30}$$

Da mesma forma, a queda de tensão média entre o condutor a e o condutor c é

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_c \ln \frac{r}{D_{eq}}\right) \quad \text{V} \tag{4.31}$$

Aplicando a Equação (4.21) para obter a tensão ao neutro, temos

$$3V_{an} = V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi k}\left(2q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{eq}} + q_c \ln \frac{r}{D_{eq}}\right) \quad \text{V} \tag{4.32}$$

Como $q_a + q_b + q_c = 0$ em um circuito trifásico equilibrado,

$$3V_{an} = \frac{3}{2\pi k} q_a \ln \frac{D_{eq}}{r} \quad \text{V} \tag{4.33}$$

e

$$C_n = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi k}{\ln (D_{eq}/r)} \text{ F/m para o neutro} \tag{4.34}$$

A Equação (4.34) para a capacitância ao neutro de uma linha trifásica transposta corresponde à Equação (3.65) para a indutância por fase de uma linha semelhante. Para se obter a reatância capacitiva ao neutro correspondente a C_n, ela pode ser desenvolvida em componentes de reatância capacitiva a 1 pé de espaçamento X'_a e de fator de espaçamento da reatância capacitiva X'_d, como foi definido pela Equação (4.13).

Exemplo 4.2 Determine a capacitância e a reatância capacitiva por milha, da linha descrita no Exemplo 3.4. Se o comprimento da linha for de 175 milhas e a tensão normal de operação de 200 kV, determine a reatância capacitiva ao neutro para toda a linha e a sua corrente de carregamento por milha, bem como os megavolt-ampères totais de carregamento.

Solução

$$r = \frac{1{,}108}{2 \times 12} = 0{,}0462 \text{ pé}$$

$$D_{eq} = 24{,}8 \text{ pé}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}}{\ln (24{,}8/0{,}0462)} = 8{,}8466 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$X_C = \frac{10^{12}}{2\pi \times 60 \times 8{,}8466 \times 1609} = 0{,}1864 \times 10^6 \ \Omega \cdot \text{mi}$$

ou, pelas tabelas

$$X'_a = 0{,}0912 \times 10^6 \qquad X'_d = 0{,}0953 \times 10^6$$

$$X'_C = (0{,}0912 + 0{,}0953) \times 10^6 = 0{,}1865 \times 10^6 \ \Omega \cdot \text{mi para o neutro}$$

Para um comprimento de 175 milhas

$$\text{Reatância capacitiva} = \frac{0{,}1865 \times 10^6}{175} = 1066 \ \Omega \text{ para o neutro}$$

$$I_{chg} = 2\pi 60 \frac{220.000}{\sqrt{3}} \times 8{,}8466 \times 10^{-12} \times 1609 = 0{,}681 \text{ A/mi}$$

ou $0{,}681 \times 175 = 119$ A para toda a linha. A potência reativa será $Q = \sqrt{3} \times 220 \times 119 \times 10^{-3} = 45{,}3$ MVAr. O sinal desta potência reativa absorvida pela linha é negativo de acordo com a convenção discutida no Capítulo 2. Em outras palavras, está sendo *gerada* uma potência reativa positiva pela capacitância distribuída pela linha.

4.6 EFEITO DA TERRA SOBRE A CAPACITÂNCIA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICAS

A terra afeta a capacitância de uma linha de transmissão porque sua presença altera o campo elétrico da linha. Supondo que a terra seja um condutor perfeito na forma de um plano horizontal de extensão infinita, fica evidente que o campo elétrico dos condutores acima da terra não é o mesmo que existiria se a superfície eqüipotencial da terra não estivesse presente. O campo elétrico

dos condutores carregados é forçado a mudar de forma devido à presença da superfície da terra. A consideração de uma superfície eqüipotencial plana é evidentemente limitada pelas irregularidades do terreno e pelo tipo de superfície da terra. Entretanto, esta consideração nos permite compreender o efeito de um solo condutor sobre os cálculos de capacitância.

Consideremos um circuito constituído de um único condutor aéreo com retorno pela terra. Ao carregarmos o condutor, chegam cargas da terra para o condutor, e passa a existir uma diferença de potencial entre os dois. A terra estará carregada com uma carga de igual valor e de sinal contrário à do condutor. O fluxo elétrico que liga as cargas do condutor às cargas da terra é perpendicular à superfície eqüipotencial da terra, pois esta superfície é supostamente um condutor perfeito. Imaginemos um condutor fictício de mesma forma e bitola que o condutor aéreo, colocado verticalmente abaixo do mesmo, e a uma distância do primeiro igual a duas vezes a distância entre o condutor aéreo e a terra. Este condutor fictício estará abaixo da superfície da terra, a uma distância igual à que a separa do condutor aéreo. Se a terra for removida e considerarmos uma carga igual e oposta à do condutor aéreo colocada no condutor fictício, o plano a meio caminho entre os dois condutores será uma superfície eqüipotencial e estará na mesma posição da superfície eqüipotencial da terra. Então, o fluxo elétrico entre o condutor elétrico e esta superfície eqüipotencial será o mesmo que existiria entre o condutor e a terra. Assim, no que concerne ao cálculo da capacitância, a terra pode ser substituída por um condutor fictício denominado *condutor-imagem* colocado abaixo da superfície da terra a uma distância igual à distância do condutor aéreo à terra e carregado com uma carga igual e de sinal contrário à do condutor aéreo.

O método de cálculo da capacitância pela substituição da terra pela imagem de um condutor aéreo pode ser estendido a mais de um condutor. Se colocarmos um condutor-imagem para cada condutor aéreo, o fluxo entre os condutores originais e suas imagens será perpendicular ao plano que substitui a terra e este plano será uma superfície eqüipotencial. O fluxo acima do plano é o mesmo que existiria com a presença da terra no lugar dos condutores-imagem.

Para aplicarmos o método das imagens ao cálculo da capacitância de linhas trifásicas, usaremos a Figura 4.9 como referência. Admitiremos que a linha seja transposta e que os condutores a, b e c possuam cargas q_a, q_b e q_c e ocupem as posições 1, 2, 3, respectivamente, na primeira seção do ciclo de transposição. São mostradas a superfície (plana) da terra, e sob ela os condutores com as cargas-imagens $-q_a$, $-q_b$ e $-q_c$. Para as três seções do ciclo de transposição, podem ser escritas equações para a queda de tensão do condutor a para o condutor b, determinadas pelos três condutores carregados e por suas imagens. Com o condutor a na posição 1, b na posição 2 e c na posição 3, temos

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\left[q_a\left(\ln\frac{D_{12}}{r} - \ln\frac{H_{12}}{H_1}\right) + q_b\left(\ln\frac{r}{D_{12}} - \ln\frac{H_2}{H_{12}}\right) + q_c\left(\ln\frac{D_{23}}{D_{31}} - \ln\frac{H_{23}}{H_{31}}\right)\right] \qquad (4.35)$$

Para as outras seções do ciclo de transposição, podem ser escritas equações semelhantes para V_{ab}. Partindo da aproximação de carga constante por unidade de comprimento de cada condutor em todas as seções do ciclo de transposição, podemos obter um valor médio para o fasor

V_{ab}. A equação para o valor médio do fasor V_{ac} é obtida de modo semelhante. O valor de $3V_{an}$ é obtido somando os valores médios de V_{ab} e V_{ac}. Sabendo que a soma das cargas é nula, obtemos

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln(D_{eq}/r) - \ln(\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}/\sqrt[3]{H_1H_2H_3})} \text{ F/m para o neutro} \qquad (4.36)$$

Uma comparação das Equações (4.34) e (4.36) evidencia que o efeito da terra é de aumentar a capacitância de uma linha. Para considerar a terra, o denominador da Equação (4.34) deve ser subtraído do termo

$$\log(\sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{31}}/\sqrt[3]{H_1H_2H_3}).$$

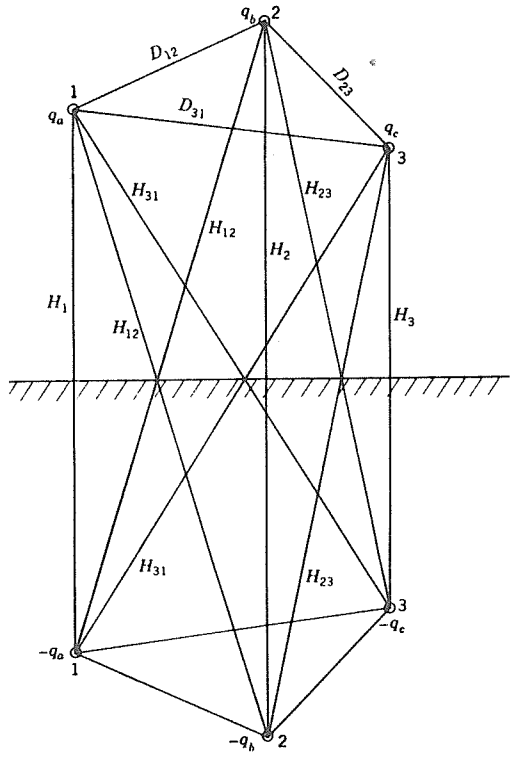


Figura 4.9 Linha trifásica e sua imagem.

Se os condutores estão bastante afastados da terra em relação às distâncias entre eles, as distâncias diagonais do numerador do termo de correção serão aproximadamente iguais às distâncias verticais do denominador, e assim este termo ficará muito pequeno. Este é o caso usual, e geralmente este efeito da terra é desprezado em linhas trifásicas, exceto no caso de cálculos para componentes simétricos quando a soma das três correntes de linha não é nula.

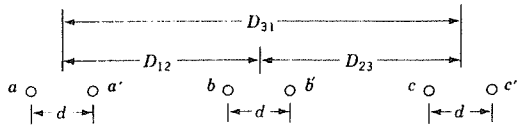


Figura 4.10 Seção transversal de uma linha trifásica de cabos múltiplos.

4.7 CABOS MÚLTIPLOS

A Figura 4.10 mostra uma linha de cabos múltiplos para a qual podemos escrever uma equação para a tensão entre os cabos a e b como fizemos ao deduzirmos a Equação (4.26), exceto que neste caso devemos considerar as cargas em todos os seis condutores individuais. Os condutores de cada cabo estão em paralelo, e podemos admitir que a carga por cabo se divide igualmente entre os condutores deste cabo, pois o afastamento entre condutores de mesma fase é usualmente mais do que 15 vezes menor do que o espaçamento entre cabos. Também, como D_{12} é muito maior do que d, podemos usar D_{12} no lugar de $D_{12}-d$ e de $D_{12}+d$ e de forma semelhante substituir as expressões mais exatas obtidas no cálculo de V_{ab} pelas distâncias entre os centros dos cabos múltiplos. Mesmo quando os cálculos são realizados com 5 ou 6 algarismos significativos, não se pode detectar as diferenças que surgem nos resultados finais, devidas a estas simplificações.

Se a carga na fase a for q_a, cada um dos condutores a e a' terá uma carga $q_a/2$; para as fases b e c serão admitidas divisões semelhantes de carga. Então

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\left[\frac{q_a}{2}\underbrace{\left(\ln\frac{D_{12}}{r}\right)}_{a} + \underbrace{\left(\ln\frac{D_{12}}{d}\right)}_{a'}\right.$$

$$\left. + \frac{q_b}{2}\underbrace{\left(\ln\frac{r}{D_{12}}\right)}_{b} + \underbrace{\left(\ln\frac{d}{D_{12}}\right)}_{b'} + \frac{q_c}{2}\underbrace{\left(\ln\frac{D_{23}}{D_{31}}\right)}_{c} + \underbrace{\left(\ln\frac{D_{23}}{D_{31}}\right)}_{c'}\right] \quad (4.37)$$

As letras sob cada termo logarítmico indicam o condutor cuja carga é considerada naquele termo. Combinando os termos, obtemos

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi k}\left(q_a \ln\frac{D_{12}}{\sqrt{rd}} + q_b \ln\frac{\sqrt{rd}}{D_{12}} + q_c \ln\frac{D_{23}}{D_{31}}\right) \quad (4.38)$$

A Equação (4.38) é semelhante à Equação (4.26) com exceção da substituição de r por $\sqrt{rd}$. Segue-se, portanto, que se a linha fosse considerada transposta, teríamos obtido

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln (D_{eq}/\sqrt{rd})} \text{ F/m para o neutro} \quad (4.39)$$

O termo $\sqrt{rd}$ é equivalente a D_s^b para um cabo múltiplo de dois condutores, exceto pela substituição de D_s por r. Isto nos leva à importante conclusão de que se pode aplicar um método DMG modificado ao cálculo da capacitância de uma linha trifásica de cabos múltiplos com dois condutores por fase. A modificação consiste no uso do raio externo em lugar do RMG de um condutor.

É lógico concluir que o método DMG modificado se aplica a outras configurações de cabos múltiplos. Se usarmos a notação D_{sC}^b para o RMG modificado para ser usado em cálculos de capacitância para distingui-lo da D_s^b usada no cálculo da indutância, temos

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln (D_{eq}/D_{sC}^b)} \text{ F/m para o neutro} \quad (4.40)$$

Então, para um cabo múltiplo de dois condutores

$$D_{sC}^b = \sqrt[4]{(r \times d)^2} = \sqrt{rd} \quad (4.41)$$

para um cabo múltiplo de três condutores

$$D_{sC}^b = \sqrt[9]{(r \times d \times d)^3} = \sqrt[3]{rd^2} \quad (4.42)$$

e para um cabo múltiplo de quatro condutores

$$D_{sC}^b = \sqrt[16]{(r \times d \times d \times d \times 2^{1/2})^4} = 1{,}09\sqrt[4]{rd^3} \quad (4.43)$$

Exemplo 4.3 Determine a reatância capacitiva ao neutro da linha descrita no Exemplo 3.5, em ohms-quilômetros (e em ohms-milhas) por fase.

Solução Calculando a partir do diâmetro dado na Tabela A.1

$$r = \frac{1{,}382 \times 0{,}3048}{2 \times 12} = 0{,}01755 \text{ m}$$

$$D_{sC}^b = \sqrt{0{,}01755 \times 0{,}45} = 0{,}0889 \text{ m}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 16} = 10{,}08 \text{ m}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}}{\ln (10{,}08/0{,}0889)} = 11{,}754 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$X_C = \frac{10^{12} \times 10^{-3}}{2\pi 60 \times 11{,}754} = 0{,}2257 \times 10^6\ \Omega \cdot \text{km por fase para o neutro}$$

$$\left(X_C = \frac{0{,}2257 \times 10^6}{1{,}609} = 0{,}1403 \times 10^6\ \Omega \cdot \text{mi por fase para o neutro}\right)$$

4.8 LINHAS TRIFÁSICAS DE CIRCUITOS EM PARALELO

Em nossa discussão da capacitância, temos notado a semelhança das equações de indutância e de capacitância. Foi obtido um método de DMG modificado para ser aplicado na obtenção da capacitância de linhas de cabos múltiplos. Poderíamos mostrar que este método é igualmente válido para linhas trifásicas duplas transpostas com espaçamento eqüilátero (com os condutores nos vértices de um hexágono) para espaçamento vertical (com os condutores das três fases de cada circuito colocados no mesmo plano vertical). É razoável supor que o método do DMG modificado possa ser usado para as disposições intermediárias entre as eqüiláteras e as verticais. Embora não tenha sido demonstrado, este método é geralmente utilizado. Um exemplo deve ser o suficiente para esclarecê-lo.

Exemplo 4.4 Determine a susceptância capacitiva ao neutro em 60 Hz por milha por fase para a linha de circuito duplo descrita no Exemplo 3.6.

Solução Pelo Exemplo 3.6, $D_{eq} = 16{,}1$ pés.

O cálculo de D_{sC}^p é semelhante ao cálculo de D_s^p do Exemplo 3.6, exceto pelo uso do raio externo do condutor *Ostrich* em lugar de seu RMG. O diâmetro externo do condutor CAA, 26/71, *Ostrich* é 0,680 pol.

$$r = \frac{0{,}680}{2 \times 12} = 0{,}0283 \text{ pé}$$

$$D_{sC}^p = (\sqrt{26{,}9 \times 0{,}0283}\sqrt{21 \times 0{,}0283}\sqrt{26{,}9 \times 0{,}0283})^{1/3}$$

$$= \sqrt{0{,}0283}\,(26{,}9 \times 21 \times 26{,}9)^{1/6} = 0{,}837 \text{ pé}$$

$$C_n = \frac{2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}}{\ln (16{,}1/0{,}837)} = 18{,}807 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$B_C = 2\pi \times 60 \times 18{,}807 \times 1609 = 11{,}41 \times 10^{-6} \text{ s/m por fase para o neutro}$$

4.9 SUMÁRIO

A semelhança entre os cálculos de indutância e de capacitância foi enfatizada em nossa apresentação. Como no cálculo de indutâncias, se for requerido um grande número de cálculos de capacitâncias, torna-se recomendável o uso de um programa de computador. Entretanto, as tabelas dos tipos A.1 e A.3 tornam muito simples os cálculos, exceto no caso de linhas de circuitos em paralelo.

A equação principal para o cálculo da capacitância ao neutro de uma linha trifásica de circuito simples é

$$C_n = \frac{2\pi k}{\ln D_{eq}/D_{sC}} \text{ F/m para o neutro} \qquad (4.44)$$

sendo D_{sC} o raio externo do condutor r, para uma linha que contenha apenas um condutor por fase. Para linhas aéreas, o valor de k é $8{,}85 \times 10^{-12}$ pois k_r é igual a 1,0 para o ar. A reatância capacitiva em ohms-metros é $1/2\pi fC$ onde C é dado em farads por metro. Portanto, a 60 Hz

$$X_C = 4{,}77 \times 10^4 \ln \frac{D_{eq}}{D_{sC}} \quad \Omega \cdot \text{km para o neutro} \qquad (4.45)$$

ou, após divisão por 1,609 km/mi

$$X_C = 2{,}965 \times 10^4 \ln \frac{D_{eq}}{D_{sC}} \quad \Omega \cdot \text{mi para o neutro} \qquad (4.46)$$

Os valores da susceptância capacitiva em siemens/quilômetro e em siemens/milha são os inversos daqueles dados pelas Equações (4.45) e (4.46), respectivamente.

Devemos usar as mesmas unidades para D_{eq} e D_{sC}, usualmente pés. Para os cabos múltiplos, deve-se substituir D_{sC} por D_{sC}^b como é definido na Seção 4.7. Para linhas de cabos simples e múltiplos

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}$$

Para linhas de cabos múltiplos, D_{ab}, D_{bc} e D_{ca} são as distâncias entre os centros das fases a, b e c.

Para linhas com um condutor por fase, é mais cômodo determinar X_C somando o valor de X_a' para o condutor, obtido de tabelas do tipo A.1 ao valor de X_d' obtido na Tabela A.3 em correspondência com D_{eq}.

A capacitância e a reatância capacitiva de linhas de circuitos paralelos são obtidas seguindo o Exemplo 4.4.

PROBLEMAS

4.1 Uma linha de transmissão trifásica possui espaçamento horizontal com 2 m entre condutores adjacentes. Em determinado instante, a carga de um dos condutores externos é de 60 μC/km, e as cargas no condutor central e no outro condutor externo são de $-30\ \mu$C/km. O raio de cada condutor é de 0,8 cm. Despreze o efeito de terra e determine a queda de tensão entre os dois condutores identicamente carregados naquele instante.

4.2 A reatância capacitiva ao neutro, a 60 Hz, de um condutor sólido que faz parte de uma linha trifásica com espaçamento eqüilátero equivalente de 5 pés é de 196,1 kΩ·mi. Que valor de reatância seria especificado em uma tabela que apresentasse a reatância capacitiva em ohms-milha ao neutro para o condutor com 1 pé de espaçamento a 25 Hz? Qual é a seção transversal do condutor em circular-mils?

4.3 Deduza uma equação para a capacitância ao neutro em farads por metro de uma linha monofásica, considerando o efeito da terra. Use a mesma nomenclatura usada na equação deduzida para a capacitância de uma linha trifásica na qual o efeito da terra é representado por cargas-imagens.

4.4 Calcule a capacitância ao neutro em farads por metro de uma linha monofásica composta de dois condutores sólidos com diâmetro de 0,229 pol. cada um. Os condutores estão afastados de 10 pés entre si e 25 pés acima da terra. Compare os valores obtidos pela Equação (4.10) e pela equação deduzida no Problema 4.3.

4.5 Uma linha de transmissão trifásica, a 60 Hz, tem seus condutores distribuídos em uma formação triangular, de forma que duas das distâncias entre condutores são de 25 pés e a terceira é de 42 pés. Os condutores são de CAA tipo *Ospray*. Determine a capacitância ao neutro em microfarads por milha e a reatância capacitiva em ohms-milha. Para um comprimento da linha de 150 mi, determine a capacitância ao neutro e a reatância capacitiva da linha.

4.6 Uma linha trifásica a 60 Hz possui espaçamento horizontal. Os condutores têm diâmetro externo de 3,28 cm com 12 m entre condutores. Determine a reatância capacitiva ao neutro em ohms-metro e a reatância capacitiva da linha em ohms para um comprimento de 125 milhas.

4.7 Uma linha trifásica de 60 Hz composta de um condutor CAA tipo *Bluejay* por fase possui espaçamento horizontal com 11 m entre condutores adjacentes. Compare a reatância capacitiva em ohms-quilômetro por fase desta linha com aquela de um cabo múltiplo com dois condutores CAA 26/7 por fase com a mesma seção transversal total de alumínio e com os mesmos 11 m de distância entre centros de cabos múltiplos. O espaçamento entre condutores no cabo múltiplo é de 40 cm.

4.8 Calcule a reatância capacitiva em ohms-quilômetro de uma linha trifásica de cabos múltiplos a 60 Hz, com 3 condutores CAA tipo *Rail* por cabo afastados 45 cm entre si. Os espaçamentos entre cabos são de 9 m, 9m e 18 m.

4.9 Seis condutores de CAA tipo *Drake* constituem uma linha trifásica de circuito duplo a 60 Hz. A disposição destes condutores é a da Figura 3.15. O espaçamento vertical é, entretanto, de 14 pés; a distância horizontal maior é de 32 pés e as menores são de 25 pés. Determine a reatância capacitiva ao neutro em ohms-milha e a corrente de carregamento por milha por fase e por condutor a 138 kV.

CAPÍTULO

5

RELAÇÕES DE TENSÃO E DE CORRENTE EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

Temos examinado os parâmetros de uma linha de transmissão e estamos preparados para considerar a linha como um elemento de um sistema de potência. A Figura 5.1 mostra uma linha de 500 kV com cabos múltiplos. Em linhas aéreas, os condutores são suspensos à torre e isolados dela e entre si por cadeias de isoladores onde o número de isoladores por cadeia é determinado pela tensão da linha. Cada cadeia de isoladores da Figura 5.1 possui 22 isoladores. Os dois braços mais curtos, acima dos condutores das fases, suportam fios usualmente feitos de aço. Estes fios são de diâmetro muito menor do que os condutores das fases e nem são visíveis na fotografia, mas são eletricamente conectados à torre e, portanto, estão ao mesmo potencial da terra. São chamados cabos de cobertura e protegem os condutores das fases das descargas atmosféricas.

Um problema muito importante no projeto e na operação de um sistema de potência é a conservação da tensão dentro de limites especificados em vários pontos do sistema. Neste capítulo, desenvolveremos fórmulas pelas quais podemos calcular a tensão, a corrente e a potência em qualquer ponto de uma linha de transmissão, quando estes valores são conhecidos em outro ponto, usualmente em uma extremidade da linha. Faremos, também, uma introdução ao estudo de transitórios em linhas sem perdas de modo a indicar como surgem os problemas devidos a surtos causados por descargas atmosféricas e por chaveamentos.

Entretanto, desenvolver equações não é o único objetivo deste capítulo; nele, estudaremos também os efeitos dos parâmetros da linha sobre as tensões nas barras e sobre o fluxo de potência. Desta forma, poderemos ver a importância do projeto da linha e melhor apreciar as discussões de capítulos posteriores.

Nos modernos sistemas de potência são usados computadores em tempo real que recebem continuamente dados de todo o sistema, os quais são processados com a finalidade de manter o controle ou de obter informações. Os fluxos de carga realizados pelos computadores fornecem respostas rápidas às questões referentes aos efeitos do chaveamento de linhas que são colocadas ou retiradas do sistema, ou de variações nos parâmetros das linhas. As equações deduzidas neste

capítulo continuam importantes, no entanto, no desenvolvimento de uma compreensão global do que ocorre em um sistema de potência e no cálculo do rendimento da transmissão, das perdas e dos limites de fluxo de potência em uma linha, tanto em regime permanente como em situações transitórias.

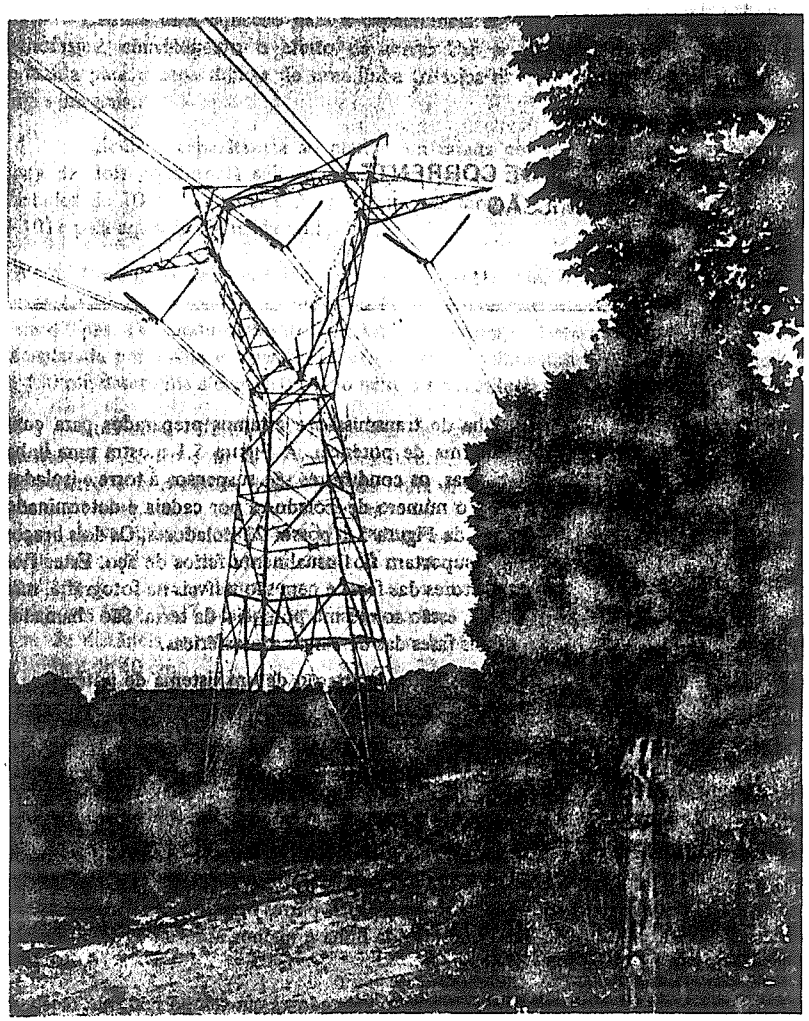


Figura 5.1 Linha de transmissão de 500 kV. Os condutores são do tipo CAA 76/19 com seção transversal de alumínio de 2.515.000 cmil. O espaçamento entre fases é de 30 pés e 3 pol e a distância entre os condutores da mesma fase é de 18 pol. (*Cortesia Carolina Power and Light Company.*)

5.1 REPRESENTAÇÃO DE LINHAS

As equações gerais que relacionam tensão e corrente em uma linha de transmissão partem do princípio de que os quatro parâmetros da linha, discutidos nos capítulos anteriores, são distribuídos ao longo da linha. Posteriormente, desenvolveremos estas equações gerais mas, antes, usaremos parâmetros concentrados que dão boa precisão para linhas curtas e de comprimento médio. Se uma linha aérea é classificada como curta, a capacitância em derivação é tão pequena que pode ser inteiramente desprezada sem perda apreciável de precisão, e é suficiente considerar apenas a resistência em série R e a indutância em série L para todo o comprimento da linha. A Figura 5.2 mostra um gerador conectado em Y, alimentando uma carga equilibrada, também conectada em Y, através de uma linha de transmissão curta. Os valores de R e de L são mostrados como parâmetros concentrados. No que se refere às medidas tomadas nas extremidades da linha, não há diferença entre a representação com parâmetros concentrados ou distribuídos, quando é desprezada a admitância em derivação, uma vez que neste caso a corrente será a mesma ao longo de toda a linha. O gerador é representado por uma impedância conectada em série com a FEM do gerador por fase.

Uma linha média pode ser representada com precisão suficiente por parâmetros R e L concentrados e com metade da capacitância ao neutro por fase concentrada em cada extremidade do circuito equivalente, que é apresentado na Figura 5.3. A condutância em derivação G, conforme já foi esclarecido, é usualmente desprezada no cálculo de corrente e de tensão em linhas aéreas de transmissão de potência.

No que se refere à consideração da capacitância, as linhas aéreas de até 80 km (50 milhas) são linhas curtas. *Grosso modo*, as linhas de 80 km (50 milhas) até 240 km (150 milhas) são consideradas médias. Em linhas com mais de 240 km (150 milhas), é necessário realizar os cálculos em termos de parâmetros distribuídos, quando for requerido um elevado grau de precisão, embora, para alguns propósitos, possa ser usada uma representação em termos de parâmetros concentrados para linhas de até 320 km (200 milhas).

Normalmente, as linhas de transmissão funcionam com cargas trifásicas equilibradas. Embora as linhas não possuam espaçamento eqüilátero e não sejam transpostas, a assimetria resultante é pequena e as fases podem ser consideradas equilibradas.

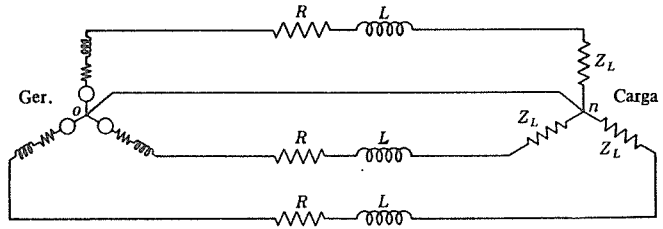


Figura 5.2 Gerador alimentando uma carga equilibrada em Y, através de uma linha de transmissão cujas resistência R e indutância L são valores totais (todo o comprimento) da linha. A capacitância da linha é omitida.

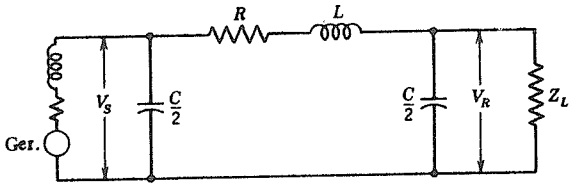


Figura 5.3 Equivalente monofásico do circuito da Figura 5.2 com a adição da capacitância ao neutro total (todo o comprimento) da linha dividida entre os dois terminais da linha.

Para estabelecer uma diferença entre a impedância total em série da impedância em série por unidade de comprimento de uma linha, será adotada a seguinte nomenclatura:

z = impedância em série por fase por unidade de comprimento.
y = admitância em derivação por fase ao neutro por unidade de comprimento.
l = comprimento da linha.
$Z \triangleq zl$ = impedância total em série por fase.
$Y = yl$ = admitância total em derivação por fase ao neutro.

5.2 LINHA DE TRANSMISSÃO CURTA

O circuito equivalente de uma linha de transmissão curta é apresentado na Figura 5.4, onde I_S e I_R são as correntes nas barras transmissora e receptora e V_S e V_R são as tensões ao neutro na mesma barra.

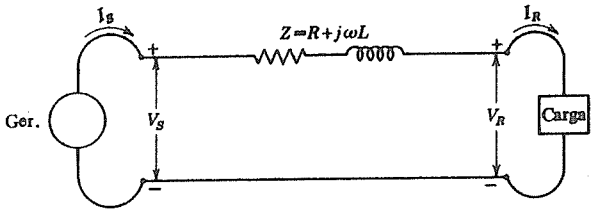


Figura 5.4 Circuito equivalente de uma linha de transmissão curta, na qual a resistência R e a indutância L são os valores totais da linha.

O circuito é resolvido como um circuito de CA série simples. Não existindo ramos de derivação, a corrente é a mesma nas duas extremidades da linha, e

$$I_S = I_R \tag{5.1}$$

A tensão na barra transmissora é

$$V_S = V_R + I_R Z \tag{5.2}$$

onde Z tem por valor zl, a impedância total da linha.

O efeito da variação do fator de potência na carga sobre a *regulação de tensão* da linha é melhor compreendido para a linha curta e por isto será considerado neste ponto. A regulação de tensão de uma linha de transmissão é o aumento de tensão na barra receptora, dado em percentagem da tensão de plena carga, quando toda a carga, a um determinado fator de potência, é retirada da linha, mantendo constante a tensão da barra transmissora. Em equação

$$\text{Regulação em } \% = \frac{|V_{R,NL}| - |V_{R,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100 \tag{5.3}$$

onde $|V_{R,NL}|$ é a amplitude da tensão em vazio na barra receptora e $|V_{R,FL}|$ é a tensão de plena carga na mesma barra, com $|V_S|$ constante. Quando a carga de uma linha de transmissão curta, como a representada pelo circuito da Figura 5.4, é removida, a tensão na barra receptora é igual à tensão na barra transmissora. Na Figura 5.4, com a carga conectada, a tensão da barra receptora é designada por V_R e $|V_R| = |V_{R,FL}|$. A tensão na barra transmissora é V_S e $|V_S| = |V_{R,NL}|$. Os diagramas fasoriais da Figura 5.5 foram traçados para as mesmas amplitudes de tensão e de corrente na barra receptora e mostram que se requer uma tensão mais elevada na barra transmissora para manter a tensão desejada na barra receptora, quando a corrente nesta barra estiver atrasada em relação à tensão, do que quando esta corrente e esta tensão estiverem em fase. Uma tensão ainda menor na barra transmissora se faz necessária para manter a tensão dada na barra receptora quando a corrente estiver adiantada em relação à tensão. A queda da tensão na impedância em série é a mesma em todos os casos mas, devido aos diferentes valores do fator de potência, esta queda de tensão é acrescentada à tensão da barra receptora em ângulos diferentes, em cada caso. A regulação é maior para fator de potência atrasado e menor, ou mesmo negativa, para fator de potência adiantado. A reatância indutiva é maior do que a resistência, em linhas de transmissão, e o princípio da regulação ilustrado na Figura 5.5 é verdadeiro para qualquer carga alimentada por um circuito predominantemente indutivo. As amplitudes das quedas de tensão $I_R R$ e $I_R X_L$ para uma linha curta foram exageradas em relação à de V_R no traçado dos diagramas, com o objetivo de tornar mais clara a ilustração do fato. A relação entre fator de potência e a regulação para linhas mais longas é semelhante à das linhas curtas mas não pode ser tão facilmente visualizada.

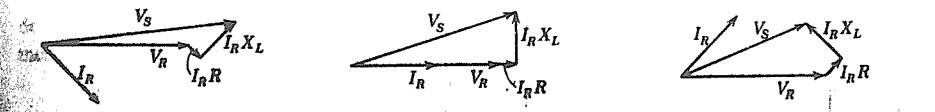


Figura 5.5 Diagramas fasoriais de uma linha de transmissão curta. Todos os diagramas são traçados para as mesmas amplitudes de V_R e de I_R.

5.3 LINHA DE TRANSMISSÃO MÉDIA

A admitância em derivação, normalmente uma capacitância pura, é incluída no cálculo de linhas médias. Se a admitância total em derivação da linha for dividida em duas partes iguais colocadas junto às barras transmissora e receptora da linha, o circuito recebe o nome de π-nominal. Na dedução das equações, nos referiremos à Figura 5.6. Para obtermos uma expressão de V_S, observemos que a corrente na capacitância da barra receptora é $V_R Y/2$ e a corrente no ramo em série é $I_R + V_R Y/2$. Então

$$V_S = \left(V_R \frac{Y}{2} + I_R\right) Z + V_R \tag{5.4}$$

$$V_S = \left(\frac{ZY}{2} + 1\right) V_R + ZI_R \tag{5.5}$$

Para deduzirmos I_S, notemos que a corrente na capacitância em derivação na barra transmissora é $V_S Y/2$, que somada com a corrente no ramo em série dá

$$I_S = V_S \frac{Y}{2} + V_R \frac{Y}{2} + I_R \tag{5.6}$$

Substituindo V_S, dado pela Equação 5.5, na Equação 5.6, temos

$$I_S = V_R Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) + \left(\frac{ZY}{2} + 1\right) I_R \tag{5.7}$$

Podem ser deduzidas equações semelhantes para o T-nominal que tem toda a admitância em derivação da linha concentrada no ramo em derivação do T e a impedância em série dividida igualmente entre os dois ramos em série.

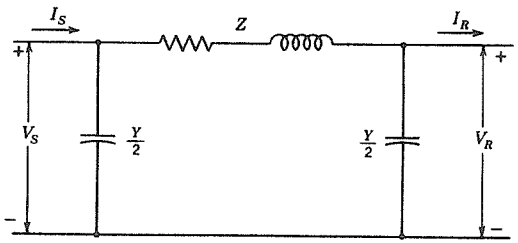


Figura 5.6 Circuito π-nominal de uma linha de transmissão de comprimento médio.

As Equações (5.5) e (5.7) podem ser representadas na forma geral

$$V_S = AV_R + BI_R \tag{5.8}$$

$$I_S = CV_R + DI_R \tag{5.9}$$

onde

$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1$$

$$B = Z \quad C = Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right) \tag{5.10}$$

Estas constantes $ABCD$ são às vezes denominadas *constantes generalizadas do circuito* da linha de transmissão. Em geral, elas são números complexos. A e D são adimensionais e iguais se a linha for a mesma quando vista dos dois terminais. As dimensões de B e C são ohms e siemens, respectivamente. Estas constantes são aplicáveis a redes lineares, passivas e bilaterais com dois pares de terminais (quadripolos).

É fácil atribuir um significado físico a elas. Fazendo $I_R = 0$ na Equação (5.8), concluímos que A é a razão V_S/V_R em vazio. Da mesma forma, B é a razão V_S/I_R quando a barra receptora é curto-circuitada. A constante A é útil no cálculo da regulação. Se $V_{R,FL}$ é a tensão na barra receptora em plena carga para uma tensão igual a V_S na barra transmissora, a Equação 5.3 toma a forma

$$\text{Regulação em } \% = \frac{|V_s|/|A| - |V_{R,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100 \tag{5.11}$$

As constantes $ABCD$ não são muito empregadas. Elas foram aqui introduzidas porque simplificam o trabalho com as equações. A Tabela A.6 do Apêndice dá uma lista de constantes $ABCD$ para várias redes e combinações de redes.

5.4 LINHA DE TRANSMISSÃO LONGA: SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Na solução exata de qualquer linha de transmissão e na solução com alto grau de precisão de linhas de 60 Hz com mais de 150 milhas de comprimento, devemos considerar que os parâmetros da linha são atribuídos uniformemente ao longo dela e não concentrados.

A Figura 5.7 mostra a conexão de uma fase e do neutro de uma linha trifásica. Não são mostrados parâmetros concentrados porque vamos considerar a solução da linha com admitância e impedância distribuídos uniformemente. O mesmo diagrama pode também representar uma linha monofásica se utilizarmos a impedância em série do laço da linha monofásica no lugar da impedância por fase da linha trifásica e se utilizarmos a admitância em derivação entre os dois condutores em lugar da admitância em derivação entre linha e neutro da linha trifásica.

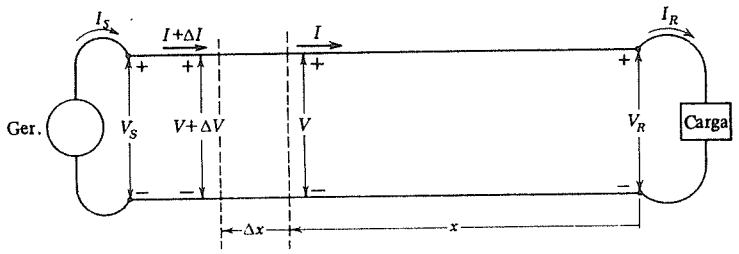


Figura 5.7 Diagrama simplificado de uma linha de transmissão, mostrando uma fase e o retorno pelo neutro. Estão indicadas as nomenclaturas para a linha e para o elemento de comprimento.

Consideremos um elemento muito pequeno da linha e calculemos a diferença de tensão e a diferença de corrente entre as duas extremidades do elemento. Chamaremos x a distância medida a partir da *barra receptora* até o pequeno elemento da linha, e chamaremos o comprimento do elemento Δx. Então, $z\,\Delta x$ será a impedância em série, e $y\,\Delta x$ a admitância em derivação do elemento da linha. A tensão ao neutro na extremidade do elemento do lado da carga é V, que é a expressão complexa do valor eficaz da tensão, cujas amplitude e fase variam com a distância ao longo da linha. A tensão na extremidade do lado do gerador é $V+\Delta V$. A elevação de tensão neste elemento da linha no sentido do crescimento de x é ΔV, que é a tensão na extremidade do lado do gerador menos a tensão na do lado da carga. Esta elevação de tensão é também o produto da corrente que circula em direção oposta ao crescimento de x pela impedância do elemento, ou $Iz\,\Delta x$. Então

$$\Delta V = Iz\,\Delta x \tag{5.12}$$

ou

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = Iz \tag{5.13}$$

e, quando $\Delta x \to 0$, o limite do quociente acima se torna

$$\frac{dV}{dx} = Iz \tag{5.14}$$

Da mesma forma, a corrente que flui para fora do elemento no lado da carga é I. A amplitude e a fase da corrente I variam com a distância ao longo da linha, devido à admitância em derivação distribuída pela mesma. A corrente que flui para dentro do elemento, do lado do gerador, é $I+\Delta I$. A corrente que entra no elemento pelo lado do gerador é maior do que a que sai pelo lado da carga de uma quantidade ΔI. Esta diferença de corrente é a corrente $Vy\,\Delta x$ que flui pela admitância em derivação do elemento. Portanto

$$\Delta I = Vy\,\Delta x$$

e, através de passos semelhantes aos seguidos nas Equações (5.12) e (5.13), obtemos

$$\frac{dI}{dx} = Vy \tag{5.15}$$

Derivando as Equações (5.14) e (5.15) em relação a x, obtemos

$$\frac{d^2V}{dx^2} = z\frac{dI}{dx} \tag{5.16}$$

e

$$\frac{d^2I}{dx^2} = y\frac{dV}{dx} \tag{5.17}$$

Se substituirmos os valores de dI/dx e dV/dx das Equações (5.15) e (5.14) nas Equações (5.16) e (5.17) respectivamente, obtemos

$$\frac{d^2V}{dx^2} = yzV \tag{5.18}$$

e

$$\frac{d^2I}{dx^2} = yzI \tag{5.19}$$

Agora, temos uma equação, (5.18), onde as únicas variáveis são V e x e outra equação, (5.19), na qual as únicas variáveis são I e x. As soluções das Equações (5.18) e (5.19) para V e I, respectivamente, devem ser expressões que quando derivadas duas vezes em relação a x levem à expressão original multiplicada pela constante yz. Por exemplo, a solução de V quando derivada duas vezes em relação a x deve dar yzV. Isto sugere uma solução exponencial.

Suponhamos que a solução da Equação (5.18) seja*

$$V = A_1 \exp\left(\sqrt{yz}\,x\right) + A_2 \exp\left(-\sqrt{yz}\,x\right) \tag{5.20}$$

Tomando a segunda derivada de V em relação a x da Equação (5.20), temos

$$\frac{d^2V}{dx^2} = yz[A_1 \exp\left(\sqrt{yz}\,x\right) + A_2 \exp\left(-\sqrt{yz}\,x\right)] \tag{5.21}$$

* O termo $\exp(\sqrt{yz}\,x)$ na Equação (5.20) e em equações semelhantes é equivalente a e elevado à potência $\sqrt{yz}\,x$.

que é yz vezes a solução admitida para V. Portanto, a Equação (5.20) é a solução da Equação (5.18). Quando substituirmos na Equação (5.14) o valor de V dado pela Equação (5.20), obteremos

$$I = \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_1 \exp(\sqrt{yz}\, x) - \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_2 \exp(-\sqrt{yz}\, x) \tag{5.22}$$

As constantes A_1 e A_2 podem ser calculadas usando as condições de contorno na barra receptora da linha, ou seja, $x = 0$, $V = V_R$ e $I = I_R$. Substituindo estes valores nas Equações (5.20) e (5.22), temos

$$V_R = A_1 + A_2 \qquad \text{e} \qquad I_R = \frac{1}{\sqrt{z/y}}(A_1 - A_2)$$

Substituindo $Z_c = \sqrt{z/y}$ e resolvendo para A_1, temos

$$A_1 = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} \qquad \text{e} \qquad A_2 = \frac{V_R - I_R Z_c}{2}$$

Então, substituindo os valores obtidos para A_1 e A_2 nas Equações (5.20) e (5.22) e fazendo $\gamma = \sqrt{yz}$, obtemos

$$V = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} \varepsilon^{\gamma x} + \frac{V_R - I_R Z_c}{2} \varepsilon^{-\gamma x} \tag{5.23}$$

$$I = \frac{V_R/Z_c + I_R}{2} \varepsilon^{\gamma x} - \frac{V_R/Z_c - I_R}{2} \varepsilon^{-\gamma x} \tag{5.24}$$

onde $Z_c = \sqrt{z/y}$ é chamada a *impedância característica* da linha, e $\gamma = \sqrt{yz}$ é chamada a *constante de propagação*.

As Equações (5.23) e (5.24) fornecem os valores eficazes de V e I e seus ângulos de fase em qualquer ponto sobre a linha em termos da distância x entre a barra receptora e o ponto dado, desde que V_R, I_R e os parâmetros da linha sejam conhecidos.

5.5 LINHA DE TRANSMISSÃO LONGA: INTERPRETAÇÃO DAS EQUAÇÕES

Tanto γ quanto Z_c, são grandezas complexas. A parte real da constante de propagação γ é denominada *constante de atenuação* α e é medida em nepers por unidade de comprimento. A parte imaginária de γ é chamada *constante de fase* β e é medida em radianos por unidade de comprimento. Então

$$\gamma = \alpha + j\beta \tag{5.25}$$

e as Equações (5.23) e (5.24) se tornam

$$V = \frac{V_R + I_R Z_c}{2} \varepsilon^{\alpha x} \varepsilon^{j\beta x} + \frac{V_R - I_R Z_c}{2} \varepsilon^{-\alpha x} \varepsilon^{-j\beta x} \tag{5.26}$$

e

$$I = \frac{V_R/Z_c + I_R}{2} \varepsilon^{\alpha x} \varepsilon^{j\beta x} - \frac{V_R/Z_c - I_R}{2} \varepsilon^{-\alpha x} \varepsilon^{-j\beta x} \tag{5.27}$$

As propriedades de $\epsilon^{\alpha x}$ e de $\epsilon^{j\beta x}$ ajudam a explicar a variação dos valores fasoriais de tensão e de corrente em função da distância ao longo da linha. Com variações de x, $\epsilon^{\alpha x}$ varia em amplitude, enquanto $\epsilon^{j\beta x}$, que é idêntico a $\cos\beta x + j\,\text{sen}\beta x$, tem amplitude constante igual a 1,0 e provoca um deslocamento de fase de β radianos por unidade de comprimento da linha.

O primeiro termo da Equação (5.26), $[(V_R + I_R Z_c)/2]\epsilon^{\alpha x}\epsilon^{j\beta x}$, cresce em amplitude e avança em fase, à medida que cresce a distância a partir da barra receptora. Inversamente, se considerarmos o deslocamento pela linha a partir da barra transmissora, este termo diminui em amplitude e se atrasa em fase. Esta é a característica de uma onda viajante e é semelhante ao comportamento de uma onda na água, cuja amplitude varia com o tempo, em qualquer ponto, enquanto sua fase é retardada e seu valor máximo diminui com a distância à origem. A variação no valor instantâneo não é representada no termo mas é evidente, por serem V_R e I_R fasores. O primeiro termo da Equação (5.26) é chamado *tensão incidente.*

O segundo termo da Equação (5.26), $[(V_R + I_R Z_c)/2]\epsilon^{-\alpha x}\epsilon^{-j\beta x}$, diminui em amplitude e se atrasa em fase da barra receptora para a barra transmissora. Ele é chamado *tensão refletida.* Em qualquer ponto ao longo da linha, a tensão é a soma das componentes incidente e refletida naquele ponto

Como a equação da corrente é semelhante à equação da tensão, ela também pode ser considerada composta de correntes incidente e refletida.

Se uma linha for conectada à sua impedância característica Z_c, a tensão na barra receptora V_R será igual a $I_R Z_c$ e não haverá ondas refletidas de corrente nem de tensão, como se pode ver trocando V_R por $I_R Z_c$ nas equações (5.26) e (5.27). Uma linha que alimenta a sua impedância característica é chamada *linha plana* ou *linha infinita*. A segunda denominação se baseia no fato de que uma linha infinita não pode produzir onda refletida. Normalmente, as linhas de potência não alimentam sua impedância característica, mas as linhas de comunicação freqüentemente são assim projetadas, de modo a eliminar a onda refletida. Um valor típico de Z_c é de 400 Ω para uma linha aérea de circuito simples e de 200 Ω para dois circuitos em paralelo. O ângulo de fase de Z_c situa-se quase sempre entre 0° e -15°. As linhas de cabos múltiplos possuem valores de Z_c mais baixos porque possuem valores menores de L e valores maiores de C do que as linhas com um único condutor por fase.

Em sistemas de potência, a impedância característica é freqüentemente chamada *impedância de surto*. Este termo é, no entanto, reservado apenas para linhas sem perdas. Se uma linha é sem perdas, ela possui resistência e condutância nulas, e a impedância característica se reduz a $\sqrt{L/C}$, que é uma resistência pura. Quando se estudam altas freqüências ou surtos

devidos a descargas atmosféricas, as perdas são quase sempre desprezadas e a impedância de surto se torna importante. O carregamento de uma linha pela impedância de surto (SIL) é a potência fornecida por uma linha a uma carga resistiva pura igual a sua impedância de surto. Nestas condições, a linha fornece uma corrente de

$$|I_L| = \frac{|V_L|}{\sqrt{3} \times \sqrt{L/C}} \quad \text{A}$$

onde $|V_L|$ é a tensão de linha na carga. Como a carga é uma resistência pura

$$\text{SIL} = \sqrt{3}|V_L| \frac{|V_L|}{\sqrt{3} \times \sqrt{L/C}} \quad \text{W}$$

ou, com $|V_L|$ em kV,

$$\text{SIL} = \frac{|V_L|^2}{\sqrt{L/C}} \quad \text{MW} \tag{5.28}$$

Às vezes, os engenheiros de sistemas de potência consideram conveniente representar a potência transmitida por uma linha em valores por unidade de SIL, isto é, a razão entre a potência transmitida e o carregamento pela impedância de surto. Por exemplo, o carregamento permitido de uma linha de transmissão pode ser representado por uma fração de seu SIL, e o SIL fornece um termo de comparação das capacidades de carregamento das linhas*.

Um *comprimento de onda* λ é a distância entre dois pontos da linha correspondente a um ângulo de fase de 360°, ou 2π rad. Se β for o defasamento em radianos por quilômetro, o comprimento de onda em quilômetros será

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \tag{5.29}$$

A uma freqüência de 60 Hz, o comprimento de onda é de aproximadamente 4.800 km (3.000 milhas). A velocidade de propagação de uma onda em quilômetros por segundo é o produto do comprimento de onda em quilômetros pela freqüência em Hz, ou

$$\text{Velocidade} = f\lambda \tag{5.30}$$

Se a linha estiver em vazio, I_R será igual a zero, e como foi determinado pelas Equações (5.26) e (5.27), as ondas incidente e refletida são iguais em amplitude e em fase na barra receptoa. Neste caso, as correntes incidente e refletida são iguais em amplitude mas defasadas de 180° na barra receptora. Então, as correntes incidente e refletida se cancelam na barra receptora de uma linha em aberto, mas não em qualquer outro ponto da mesma, a menos que a linha seja inteiramente sem perdas de modo que a atenuação α seja nula.

* Veja R. D. Dunlop, R. Gutman, e P. P. Marchenko, "Analytical Development of Loadability Characteristics for EHV and UHV Transmission Lines", *IEEE Trans. PAS*, vol. 98, nº 2, 1979, p. 606-617.

5.6 LINHA DE TRANSMISSÃO LONGA: FORMA HIPERBÓLICA DAS EQUAÇÕES

No cálculo da tensão de uma linha de potência, raramente se determina a onda incidente e a onda refletida. O motivo de havermos discutido a tensão e a corrente de uma linha de transmissão em termos das componentes incidente e refletida se deve ao fato de que tal análise é útil na obtenção de um entendimento mais completo de alguns dos fenômenos das linhas de transmissão. Uma forma de equações mais conveniente para o cálculo da corrente e da tensão de uma linha de potência é obtida pela introdução de funções hiperbólicas, as quais são definidas em forma exponencial por

$$\operatorname{senh} \theta = \frac{\varepsilon^{\theta} - \varepsilon^{-\theta}}{2} \tag{5.31}$$

$$\cosh \theta = \frac{\varepsilon^{\theta} + \varepsilon^{-\theta}}{2} \tag{5.32}$$

Reagrupando as Equações (5.23) e (5.24) e substituindo os termos exponenciais por funções hiperbólicas, obtemos um novo conjunto de equações. As novas equações, que dão a tensão e a corrente ao longo da linha, são

$$V = V_R \cosh \gamma x + I_R Z_c \operatorname{senh} \gamma x \tag{5.33}$$

e

$$I = I_R \cosh \gamma x + \frac{V_R}{Z_c} \operatorname{senh} \gamma x \tag{5.34}$$

Fazendo $x = l$, obtemos a tensão e a corrente na barra transmissora

$$V_S = V_R \cosh \gamma l + I_R Z_c \operatorname{senh} \gamma l \tag{5.35}$$

e

$$I_S = I_R \cosh \gamma l + \frac{V_R}{Z_c} \operatorname{senh} \gamma l \tag{5.36}$$

Examinando as equações acima, vemos que as constantes generalizadas de uma linha longa são

$$A = \cosh \gamma l \qquad C = \frac{\operatorname{senh} \gamma l}{Z_c} \tag{5.37}$$

$$B = Z_c \operatorname{senh} \gamma l \qquad D = \cosh \gamma l$$

As Equações (5.35) e (5.36) podem ser resolvidas para se obter V_R e I_R em termos de V_S e I_S obtendo-se

$$\begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix}$$

$$V_R = V_S \cosh \gamma l - I_S Z_c \operatorname{senh} \gamma l \tag{5.38}$$

$$I_R = I_S \cosh \gamma l - \frac{V_S}{Z_c} \operatorname{senh} \gamma l \tag{5.39}$$

Para linhas trifásicas equilibradas, usa-se a corrente de linha e a tensão por fase, isto é, a tensão de linha dividida por $\sqrt{3}$ nas equações acima. Para resolver as equações, devem ser calculadas as funções hiperbólicas. Como usualmente γl é um número complexo, as funções hiperbólicas também são complexas e não podem ser obtidas diretamente de tabelas comuns ou por meio de calculadoras eletrônicas. Antes da difusão do computador digital, muitos métodos gráficos, alguns dos quais especialmente adaptados aos valores normalmente encontrados em cálculos de linhas de transmissão, foram muito usados para o cálculo de funções hiperbólicas de argumentos complexos. Hoje, o computador digital é o meio usual de incorporação destas funções em nossos cálculos.

Existem diversas opções para a solução de um problema ocasional sem a necessidade de se recorrer a um computador ou a gráficos. Um primeiro método, cujas equações damos abaixo, consiste em desenvolver os senos e co-senos hiperbólicos em termos de funções hiperbólicas e trigonométricas de argumentos reais.

$$\cosh (\alpha l + j\beta l) = \cosh \alpha l \cos \beta l + j \operatorname{senh} \alpha l \operatorname{sen} \beta l \tag{5.40}$$

$$\operatorname{senh} (\alpha l + j\beta l) = \operatorname{senh} \alpha l \cos \beta l + j \cosh \alpha l \operatorname{sen} \beta l \tag{5.41}$$

As Equações (5.40) e (5.41) tornam possível o cálculo de funções hiperbólicas de argumentos complexos. A unidade correta para βl é o radiano, e o radiano é a unidade obtida para βl quando se calcula a parte imaginária de γl. As Equações (5.40) e (5.41) podem ser comprovadas por substituição das formas exponenciais das funções hiperbólicas e circulares.

Um outro método conveniente para a obtenção de uma função hiperbólica consiste em desenvolvê-la em uma série de potências. A expansão em série de Maclaurin dá

$$\cosh \theta = 1 + \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^6}{6!} + \cdots \tag{5.42}$$

e

$$\operatorname{senh} \theta = \theta + \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \frac{\theta^7}{7!} + \cdots \tag{5.43}$$

A série converge rapidamente com os valores usuais de γl, e pode-se obter uma precisão suficiente com o cálculo de alguns poucos termos.

Um terceiro método de cálculo das funções hiperbólicas é sugerido pelas Equações (5.31) e (5.32). Substituindo θ por $\alpha + j\beta$, obtemos

$$\cosh (\alpha + j\beta) = \frac{\varepsilon^{\alpha}\varepsilon^{j\beta} + \varepsilon^{-\alpha}\varepsilon^{-j\beta}}{2} = \tfrac{1}{2}(\varepsilon^{\alpha} \angle \beta + \varepsilon^{-\alpha} \angle -\beta) \tag{5.44}$$

e

$$\operatorname{senh} (\alpha + j\beta) = \frac{\varepsilon^{\alpha}\varepsilon^{j\beta} - \varepsilon^{-\alpha}\varepsilon^{-j\beta}}{2} = \tfrac{1}{2}(\varepsilon^{\alpha} \angle \beta - \varepsilon^{-\alpha} \angle -\beta) \tag{5.45}$$

Exemplo 5.1 Uma linha de transmissão de 60 Hz de circuito simples tem um comprimento de 370 km (230 milhas). Os condutores são do tipo *Rook* com espaçamento horizontal plano de 7,25 m (23,8 pés) entre condutores. A carga na linha é de 125 MW, a 215 kV, com fator de potência de 100%. Determine a tensão, a corrente e a potência na barra transmissora e a regulação de tensão da linha. Determine também o comprimento de onda e a velocidade de propagação da linha.

Solução Para que possamos utilizar as Tabelas A.1 até A.3 devemos usar pés e milhas em lugar de metros e quilômetros.

$$D_{eq} = \sqrt[3]{23{,}8 \times 23{,}8 \times 47{,}6} \cong 30{,}0 \text{ pé}$$

e, pelas tabelas, para o *Rook*,

$$z = 0{,}1603 + j(0{,}415 + 0{,}4127) = 0{,}8431 \angle 79{,}04^\circ \ \Omega/\text{mi}$$

$$y = j[1/(0{,}0950 + 0{,}1009)] \times 10^{-6} = 5{,}105 \times 10^{-6} \angle 90^\circ \ \text{S/mi}$$

$$\gamma l = \sqrt{yz}\, l = 230 \sqrt{0{,}8431 \times 5{,}105 \times 10^{-6}} \angle \frac{79{,}04^\circ + 90^\circ}{2}$$

$$= 0{,}4772 \angle 84{,}52^\circ = 0{,}0456 + j0{,}4750$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0{,}8431}{5{,}105 \times 10^{-6}}} \angle \frac{79{,}04^\circ - 90^\circ}{2} = 406{,}4 \angle -5{,}48^\circ \ \Omega$$

$$V_R = \frac{215.000}{\sqrt{3}} = 124.130 \angle 0^\circ \text{ V para o neutro}$$

$$I_R = \frac{125.000.000}{\sqrt{3} \times 215.000} = 335{,}7 \angle 0^\circ \text{ A}$$

Das Equações (5.40) e (5.41)

$$\begin{aligned}\cosh \gamma l &= \cosh 0{,}0456 \cos 0{,}475 + j \operatorname{senh} 0{,}0456 \operatorname{sen} 0{,}475\dagger \\ &= 1{,}0010 \times 0{,}8893 + j0{,}0456 \times 0{,}4573 \\ &= 0{,}8902 + j0{,}0209 = 0{,}8904\underline{/1{,}34°} \\ \operatorname{senh} \gamma l &= \operatorname{senh} 0{,}0456 \cos 0{,}475 + j \cosh 0{,}0456 \operatorname{sen} 0{,}475 \\ &= 0{,}0456 \times 0{,}8893 + j1{,}0010 \times 0{,}4573 \\ &= 0{,}0405 + j0{,}4578 = 0{,}4596\underline{/84{,}94°}\end{aligned}$$

Então da Equação (5.35)

$$\begin{aligned}V_S &= 124.130 \times 0{,}8904\underline{/1{,}34°} + 335{,}7 \times 406{,}4\ \underline{/-5{,}48°} \times 0{,}4596\underline{/84{,}94°} \\ &= 110.495 + j2.585 + 11.480 + j61.642 \\ &= 137.851\underline{/27{,}77}\ \text{V}\end{aligned}$$

e da Equação (5.36)

$$\begin{aligned}I_S &= 335{,}7 \times 0{,}8904\underline{/1{,}34°} + \frac{124\,130}{406{,}4\ \underline{/-5{,}48°}} \times 0{,}4596\underline{/84{,}94°} \\ &= 298{,}83 + j6{,}99 - 1{,}03 + j140{,}33 \\ &= 332{,}27\underline{/26{,}33°}\end{aligned}$$

† 0,475 rad = 27,2°

Na barra transmissora

$$\begin{aligned}\text{Tensão de linha} &= \sqrt{3} \times 137{,}85 = 238{,}8\ \text{kV} \\ \text{Fator de potência} &= 332{,}3\ \text{A} \\ \text{Corrente de linha} &= \cos(27{,}78° - 26{,}33°) = 0{,}9997 \cong 1{,}0 \\ \text{Potência} &= \sqrt{3} \times 238{,}8 \times 332{,}3 \times 1{,}0 = 137.440\ \text{kW}\end{aligned}$$

Pela Equação (5.35) vemos que em vazio ($I_R = 0$)

$$V_R = \frac{V_S}{\cosh \gamma l}$$

De modo que a regulação é

$$\frac{137{,}85/0{,}8904 - 124{,}13}{124{,}13} \times 100 = 24{,}7\%$$

O comprimento de onda e a velocidade de propagação podem ser calculados como segue

$$\beta = \frac{0{,}4750}{230} = 0{,}002065\ \text{rad/mi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0{,}002065} = 3043\ \text{mi}$$

$$\text{Velocidade} = f\lambda = 60 \times 3043 = 182{,}580\ \text{mi/s}$$

Neste exemplo, observamos particularmente que nas equações para V_S e I_S o valor da tensão deve ser dado em volts e deve ser o valor da tensão fase-neutro.

Exemplo 5.2 Obtenha a tensão e a corrente na barra transmissora do Exemplo 5.1 usando valores por-unidade nos cálculos.

Solução Escolheremos uma base de 125 MVA, 215 kV para obtermos valores p.u. (por-unidade) mais simples. Calcularemos a impedância e a corrente bases como segue

$$\text{Impedância base} = \frac{(215)^2}{125} = 370\ \Omega$$

$$\text{Corrente base} = \frac{125.000}{\sqrt{3} \times 215} = 335{,}7\ \text{A}$$

Então

$$Z_c = \frac{406{,}4\ \underline{/-5{,}48°}}{370} = 1{,}098\ \underline{/-5{,}48°}\ \text{p.u.}$$

$$V_R = \frac{215}{215} = \frac{215/\sqrt{3}}{215/\sqrt{3}} = 1{,}0\ \text{p.u.}$$

Para utilizarmos a Equação (5.35), escolhemos V_R como tensão de referência. Assim,

$$V_R = 1{,}0\underline{/0°}\ \text{p.u. (baseada na tensão de fase-neutro)}$$

e como o fator de potência de carga é unitário

$$I_R = \frac{337{,}5\underline{/0°}}{337{,}5} = 1{,}0\underline{/0°}$$

Se o fator de potência fosse menor do que 100%, I_R seria maior do que 1,0 e estaria com um ângulo determinado pelo fator de potência.

Pela Equação (5.35)

$$V_S = 1{,}0 \times 0{,}8904 + 1{,}0 \times 1{,}098\underline{/-5{,}48^\circ} \times 0{,}4596\underline{/84{,}94^\circ}$$
$$= 0{,}8902 + j0{,}0208 + 0{,}0923 + j0{,}4961$$
$$= 1{,}1102\underline{/27{,}75^\circ} \text{ p.u.}$$

e pela Equação (5.36)

$$I_S = 1{,}0 \times 0{,}8904\underline{/1{,}34^\circ} + \frac{1{,}0/0^\circ}{1{,}098\underline{/-5{,}48^\circ}} \times 0{,}4596\underline{/84{,}94^\circ}$$
$$= 0{,}8902 + j0{,}0208 - 0{,}0031 + j0{,}4186$$
$$= 0{,}990\underline{/26{,}35^\circ} \text{ p.u.}$$

Na barra transmissora

$$\text{Tensão da linha} = 1{,}1102 \times 215 = 238{,}7 \text{ V}$$
$$\text{Corrente de linha} = 0{,}990 \times 335{,}7 = 332{,}3 \text{ A}$$

Observemos que multiplicamos a base de tensão de linha pelo valor p.u. da tensão para obtermos o valor da tensão de linha. Poderíamos também multiplicar a base de tensão de fase pela tensão em p.u. para obtermos a tensão de fase. O fator $\sqrt{3}$ não entra nos cálculos após havermos representado todas as grandezas em p.u.

5.7 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UMA LINHA LONGA

Os circuitos π-nominal e T-nominal não representam precisamente uma linha de transmissão porque não consideram que os parâmetros da linha são distribuídos. À medida que o comprimento da linha cresce, aumentam as discrepâncias entre os circuitos π- e T-nominais e a rede real. No entanto, é possível obter o circuito equivalente de uma linha de transmissão longa e representá-la com precisão por uma rede de parâmetros concentrados, desde que estejamos interessados apenas nas medidas dos valores nas extremidades da linha. Admitamos que um circuito π semelhante ao da Figura 5.6 seja o circuito equivalente de uma linha longa, mas denominemos Z' o ramo em série e $Y'/2$ os ramos em derivação do circuito π-equivalente, para distingui-los do circuito π-nominal. A Equação (5.5) nos dá a tensão na barra transmissora de um circuito π simétrico em termos de seus ramos em série e em derivação e em termos da tensão e da corrente na barra receptora. Substituindo Z e $Y/2$ por Z' e $Y'/2$ na Equação (5.5), obtemos a tensão na barra transmissora de nosso circuito equivalente em termos de seus ramos em série e em derivação e da tensão e da corrente na barra receptora.

$$V_S = \left(\frac{Z'Y'}{2} + 1\right)V_R + Z'I_R \tag{5.46}$$

Para que nosso circuito seja equivalente à linha de transmissão longa, os coeficientes de V_R e de I_R devem ser idênticos, respectivamente, nas Equações (5.46) e (5.35). Igualando os coeficientes de I_R nas equações, temos

$$Z' = Z_c \operatorname{senh} \gamma l = B \tag{5.47}$$

$$Z' = \sqrt{\frac{z}{y}} \operatorname{senh} \gamma l = zl \frac{\operatorname{senh} \gamma l}{\sqrt{zy}\, l}$$

$$Z' = Z \frac{\operatorname{senh} \gamma l}{\gamma l} \tag{5.48}$$

onde Z é igual a zl, a impedância total da linha. O termo $(\operatorname{senh} \gamma l)/\gamma l$ é o fator pelo qual deve ser multiplicada a impedância em série do π-nominal para convertê-lo no π-equivalente. Para pequenos valores de γl, $\operatorname{senh} \gamma l$ e γl são quase idênticos, comprovando que o π-nominal representa a linha de transmissão média com boa precisão, no que se refere ao ramo em série.

Para analisarmos os ramos em derivação do circuito π-equivalente, igualamos os coeficientes de V_R nas Equações (5.35) e (5.36) e obtemos

$$\frac{Z'Y'}{2} + 1 = \cosh \gamma l \tag{5.49}$$

Substituindo Z' por $Z_c \operatorname{senh} \gamma l$, temos

$$\frac{Y'Z_c \operatorname{senh} \gamma l}{2} + 1 = \cosh \gamma l \tag{5.50}$$

e

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \frac{\cosh \gamma l - 1}{\operatorname{senh} \gamma l} = \frac{A - 1}{B} \tag{5.51}$$

Outra forma da expressão para a admitância em derivação do circuito equivalente pode ser obtida substituindo na Equação (5.51) a identidade

$$\tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{\operatorname{senh} \gamma l} \tag{5.52}$$

Esta identidade pode ser verificada substituindo as funções hiperbólicas pelas formas exponenciais das Equações (5.31) e (5.32) e considerando que $\tanh \theta = \operatorname{senh} \theta / \cosh \theta$. Assim

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} \tag{5.53}$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{Y}{2} \frac{\tanh (\gamma l/2)}{\gamma l/2} \tag{5.54}$$

onde Y, igual a γl, é a admitância total da linha. A Equação (5.54) mostra o fator de conversão usado para converter a admitância dos ramos em derivação do π-nominal na dos ramos do π-equivalente. Como para valores pequenos de γl, $\tanh \gamma l$ e γl são aproximadamente iguais, o π-nominal representa com boa precisão as linhas de comprimento médio, pois já vimos que nestas linhas o fator de correção do ramo em série tem efeito desprezível. O circuito π-equivalente é mostrado na Figura 5.8. Também pode ser obtido em circuito T-equivalente para uma linha de transmissão

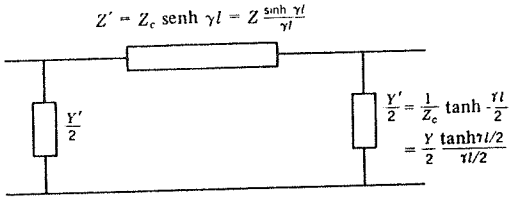


Figura 5.8 Circuito π-equivalente de uma linha de transmissão.

Exemplo 5.3 Determine o circuito π-equivalente para a linha descrita no Exemplo 5.1 e compare-o com o π-nominal.

Solução Como $\operatorname{senh} \gamma l$ e $\cosh \gamma l$ são conhecidos do Exemplo 5.1, podem ser usadas as Equações (5.47) e (5.51)

$$Z' = 406{,}4 \angle -5{,}48^\circ \times 0{,}4596 \angle 84{,}94^\circ = 186{,}78 \angle 79{,}46^\circ \ \Omega \text{ no ramo série}$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{0{,}8902 + j0{,}0208 - 1}{186{,}78 \angle 79{,}46^\circ} = \frac{0{,}1118 \angle 169{,}27^\circ}{186{,}78 \angle 79{,}46^\circ}$$

$$= 0{,}000599 \angle 89{,}81^\circ \text{ S em cada ramo em derivação}$$

O circuito π-nominal tem uma impedância em série de

$$Z = 230 \times 0{,}8431 \angle 79{,}04^\circ = 193{,}9 \angle 79{,}04^\circ$$

e admitâncias iguais nos ramos em derivação com valor

$$\frac{Y}{2} = \frac{5{,}105 \times 10^{-6} \angle 90^\circ}{2} \times 230 = 0{,}000587 \angle 90^\circ \text{ S}$$

Para esta linha, a impedância em série do π-nominal excede à do π-equivalente em 3,8%. A condutância em derivação do π-nominal é 2% menor do que a do π-equivalente. Concluímos assim que o π-nominal pode representar linhas longas com precisão suficiente, quando não é requerido um grau elevado de precisão.

5.8 FLUXO DE POTÊNCIA EM UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

Apesar de ser sempre possível obter o fluxo de potência em qualquer ponto de uma linha de transmissão quando forem conhecidos ou puderem ser determinados a tensão, a corrente e o fator de potência, podemos deduzir equações muito interessantes para a potência em termos dos parâmetros $ABCD$. Com certeza, tais equações se aplicam a qualquer quadripolo. Repetindo a Equação (5.8) e isolando a corrente na barra receptora I_R, temos

$$V_S = AV_R + BI_R \tag{5.55}$$

$$I_R = \frac{V_S - AV_R}{B} \tag{5.56}$$

Sejam

$$A = |A| \angle \alpha \qquad B = |B| \angle \beta$$
$$V_R = |V_R| \angle 0^\circ \qquad V_S = |V_S| \angle \delta$$

obtemos

$$I_R = \frac{|V_S|}{|B|} \angle \delta - \beta - \frac{|A| \cdot |V_R|}{|B|} \angle \alpha - \beta \tag{5.57}$$

Então, a potência complexa $V_R I_R^*$ na barra receptora é

$$P_R + jQ_R = \frac{|V_S| \cdot |V_R|}{|B|} \angle \beta - \delta - \frac{|A| \cdot |V_R|^2}{|B|} \angle \beta - \alpha \tag{5.58}$$

e as potências ativa e reativa na barra receptora são

$$P_R = \frac{|V_S| \cdot |V_R|}{|B|} \cos(\beta - \delta) - \frac{|A| \cdot |V_R|^2}{|B|} \cos(\beta - \alpha) \tag{5.59}$$

$$Q_R = \frac{|V_S| \cdot |V_R|}{|B|} \operatorname{sen}(\beta - \delta) - \frac{|A| \cdot |V_R|^2}{|B|} \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \tag{5.60}$$

Observando que a Equação (5.58) mostra que a expressão da potência complexa $P_R + jQ_R$ é o resultado da combinação de dois fasores representados em forma polar, podemos traçar estes dois fasores no plano complexo, onde as coordenadas horizontal e vertical sejam dadas em unidades de potência (watts e vars). A Figura (5.9) mostra as duas grandezas complexas e sua diferença representada pela Equação (5.58). A Figura (5.10) mostra os mesmos fasores com a origem do

eixo de coordenadas deslocada. Esta figura é um diagrama de potência no qual a amplitude da resultante é $|P_R + jQ_R|$ ou $|V_R| \cdot |I_R|$, formando um ângulo θ_R com o eixo horizontal. Como seria de esperar, as componentes real e imaginária de $P_R + jQ_R$ são

$$P_R = |V_R| \cdot |I_R| \cos \theta_R \tag{5.61}$$

e

$$Q_R = |V_R| \cdot |I_R| \operatorname{sen} \theta_R \tag{5.62}$$

onde θ_R é o ângulo de fase pelo qual V_R se adianta a I_R, conforme foi discutido no Capítulo 2. O sinal de Q é consistente com a convenção que atribui valores positivos a Q quando a corrente está atrasada em relação à tensão.

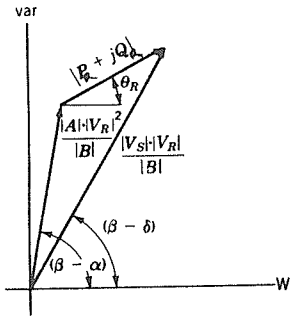


Figura 5.9 Fasores da Equação 5.58, trocados no plano complexo, com indicação das amplitudes e ângulos.

Examinemos agora alguns pontos do diagrama de potências da Figura 5.10 para várias cargas, com valores fixos de $|V_R|$ e de $|V_S|$. Primeiro, observamos que a posição do ponto n é independente da corrente I_R e não sofre alterações enquanto $|V_R|$ for constante. Além disso, notamos que a distância do ponto n ao ponto k é constante para valores fixos de $|V_S|$ e $|V_R|$. Daí, à medida que a distância entre 0 e k varia com a carga, o ponto k, que deve ficar a uma distância fixa de n, é obrigado a se mover sobre uma circunferência com centro em n. Qualquer variação em P_R exigirá uma variação correspondente em Q_R, para manter k sobre a circunferência. Se for escolhido outro valor constante de $|V_S|$, para o mesmo valor de $|V_R|$, a localização do ponto n não se modifica, mas será obtida uma nova circunferência de raio nk.

Nas Equações (5.50) a (5.52), $|V_S|$ e $|V_R|$ são tensões de fase e as coordenadas na Figura 5.10 serão watts e vars por fase. Entretanto, se $|V_S|$ e $|V_R|$ são tensões de linha, cada distância na Figura (5.10) será multiplicada por 3 e as coordenadas no diagrama serão watts e vars trifásicos totais. Se as tensões forem em kV, as potências serão em megawatts e megavars.

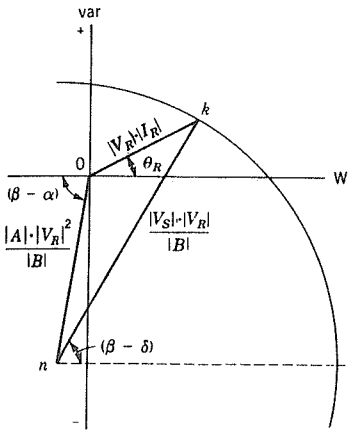


Figura 5.10 Diagrama de potências obtido pela translação da origem dos eixos das coordenadas da Figura 5.9.

Se for mantida constante a tensão na barra receptora e forem traçadas circunferências para diferentes valores de tensão na barra transmissora, as circunferências resultantes serão concêntricas porque a localização do centro das circunferências de potência na barra receptora não depende da tensão na barra transmissora. Na Figura (5.11) é mostrada uma família de circunferências de potência na barra receptora para um valor de tensão nesta barra. A linha de carga mostrada na Figura 5.11 é conveniente se a carga varia sem alterar seu fator de potência. O ângulo entre a linha de carga e o eixo horizontal é o ângulo cujo co-seno é o fator de potência da carga. A linha de carga da Figura 5.11 foi desenhada para carga indutiva pois todos os pontos da linha estão no primeiro quadrante onde a potência reativa é positiva.

Com o advento dos computadores, os diagramas circulares passaram a ter pouco uso prático. Eles foram aqui introduzidos porque ilustram alguns conceitos de linhas de transmissão. Por exemplo. um exame da Figura (5.10) mostra que existe um limite para a potência que pode ser transmitida à barra receptora da linha para valores especificados de $|V_R|$ e de $|V_S|$. Um aumento na potência fornecida implica que o ponto k se mova pela circunferência, até que o ângulo β-δ seja nulo, isto é, mais potência será fornecida até que δ seja igual a β. Outros aumentos em δ resultarão em diminuição da potência recebida. A potência máxima é

$$P_{R,\,\max} = \frac{|V_S| \cdot |V_R|}{|B|} - \frac{|A| \cdot |V_R|^2}{|B|} \cos (\beta - \alpha) \tag{5.63}$$

A carga deve drenar uma grande corrente adiantada, para que seja atingida a condição de máxima potência recebida.

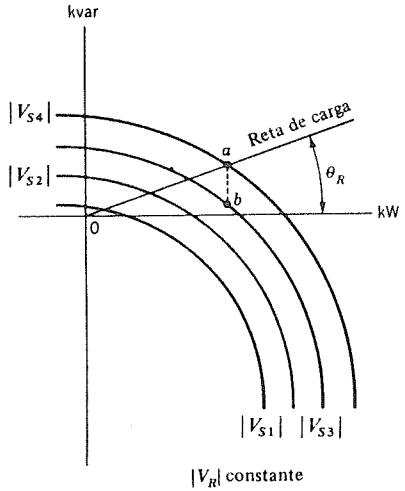


Figura 5.11 Circunferências de potência na barra receptora para diversos valores de $|V_S|$ e para um único valor de $|V_R|$.

Na Figura 5.11, o comprimento da linha vertical entre a interseção a da reta de carga com a circunferência $|V_{S4}|$ e o ponto b na circunferência $|V_{S3}|$ é a quantidade de potência reativa negativa que deve ser drenada por capacitores acrescentados em paralelo com a carga de forma a conservar $|V_R|$ constante quando a tensão na barra transmissora for reduzida de $|V_{S4}|$ para $|V_{S3}|$. O acréscimo de poucos quilovars capacitivos resultará em uma carga combinada com fator de potência unitário e uma redução ainda maior de $|V_S|$ para o mesmo $|V_R|$. É claro que esta análise significa que, para $|V_S|$ constante, teremos valores cada vez maiores de $|V_R|$, à medida que forem acrescentados capacitores em derivação com a carga indutiva.

Entre os muitos resultados que se evidenciam no estudo do diagrama circular da Figura 5.11 está a necessidade de variação da tensão da barra transmissora para se manter constante a tensão na barra receptora quando há variação nos valores da potência real e da potência reativa recebidas pela carga. Por exemplo, para θ_R constante na carga, as coordenadas da interseção da reta de carga com uma circunferência de tensão constante na barra de transmissão fornecem os valores de P e de Q da carga para aquele valor de $|V_S|$ e para o valor de $|V_R|$ para o qual é traçado o diagrama.

5.9 COMPENSAÇÃO REATIVA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Pode-se melhorar o comportamento das linhas de transmissão, especialmente as de comprimento médio e as mais longas, por compensação reativa em série ou em derivação. A compensação em série consiste na conexão de um banco de capacitores em série com o condutor de cada fase da

linha. A compensação em derivação é feita pela conexão de indutores entre cada fase e o neutro para reduzir parcial ou completamente a susceptância em derivação de uma linha de alta tensão, que se torna particularmente importante nas situações de cargas leves quando, sem compensação, a tensão na barra receptora tenderia a se elevar excessivamente.

A compensação em série reduz a impedância em série da linha, que é a causa principal da queda de tensão e o fator mais importante na determinação da máxima potência que pode ser transmitida. Para que se entenda o efeito da impedância em série Z na potência máxima transmitida, examinemos a Equação (5.63) e veremos que a máxima potência transmitida é dependente do inverso da constante generalizada B que é igual a Z para o π-nominal e $Z(\text{senh } \gamma l)/\gamma l$ para o π-equivalente. Como as constantes A, C e D são funções de Z, elas também variam, mas de forma muito menos significativa do que a constante B.

O valor desejado para a reatância do banco de capacitores pode ser determinado de forma a compensar uma fração determinada da reatância indutiva total da linha. Isto implica a definição do "fator de compensação" X_C/X_L, onde X_C é a reatância capacitiva do banco de capacitores em série por fase e X_L é a reatância indutiva total da linha por fase.

Quando se usa o circuito π-nominal para representar a linha e o banco de capacitores, não se leva em consideração a posição física do banco de capacitores na linha. Quando se quer estudar apenas as variáveis das barras transmissora e receptora, esta consideração não produz erro significativo. Entretanto, quando há interesse nas condições de operação ao longo da linha, deve-se considerar a posição física do banco de capacitores na mesma. Isto pode ser mais facilmente realizado, determinando as constantes $ABCD$ dos segmentos de linha de cada lado do banco de capacitores e representando o banco de capacitores por suas constantes $ABCD$. As constantes equivalentes da combinação da série linha-capacitor-linha podem então ser determinadas pela aplicação das equações encontradas na Tabela A.6 do Apêndice.

Na região sudoeste dos Estados Unidos, a compensação em série é de grande importância porque grandes usinas geradoras estão localizadas a centenas de milhas dos centros de carga e grandes quantidades de potência devem ser transmitidas por longas distâncias. A menor queda de tensão na linha com compensação em série é uma vantagem adicional. Os capacitores em série também são úteis no equilíbrio das quedas de tensão em duas linhas em paralelo.

Exemplo 5.4 Para mostrar as variações relativas da constante B, comparadas com as variações das constantes A, C e D em uma linha na qual é utilizada compensação em série, determine as constantes da linha do Exemplo 5.1 sem compensação e com uma compensação em série com um fator de 70%.

Solução O circuito π-equivalente e os parâmetros obtidos nos Exemplos 5.1 e 5.3 podem ser utilizados em conjunto com as Equações (5.37) para obtermos, para a linha sem compensação:

$$A = D = \cosh \gamma l = 0{,}8904 \underline{/1{,}34°}$$

$$B = Z' = 186{,}78 \underline{/79{,}46°}\ \Omega$$

$$C = \frac{\text{senh } \gamma l}{Z_c} = \frac{0{,}4596 \underline{/84{,}94°}}{406{,}4 \underline{/-5{,}48°}}$$

$$= 0{,}001131 \underline{/90{,}42°}\ \text{S}$$

A compensação em série altera somente o ramo em série do circuito π-equivalente. A nova impedância em série é também a constante B generalizada. Portanto

$$B = 186{,}78\angle 79{,}46° - j0{,}7 \times 230(0{,}415 + 0{,}4127)$$
$$= 34{,}17 + j50{,}38 = 60{,}88\angle 55{,}85° \ \Omega$$

e, pelas Equações (5.10)

$$A = 60{,}88\angle 55{,}85° \times 0{,}000599\angle 89{,}81° + 1 = 0{,}970\angle 1{,}24°$$
$$C = 2 \times 0{,}000599\angle 89{,}81° + 60{,}88\angle 55{,}85°(0{,}000599\angle 89{,}81)^2$$
$$= 0{,}001180\angle 90{,}41° \ \text{S}$$

Por este exemplo, se vê que a compensação reduziu a constante B a quase um terço do seu valor na linha sem compensação sem afetar de forma apreciável as constantes A e C. Desta forma, a máxima potência transmissível foi aumentada em uns 300%.

Quando uma linha de transmissão, com ou sem compensação em série, tem a capacidade de transmissão desejada, deve ser voltada a atenção para a operação em vazio ou com cargas leves. A corrente de carregamento é um fator importante a ser considerado e não deve exceder o valor da corrente de plena carga nominal da linha.

A Equação (4.25) mostra-nos que a corrente de carregamento é usualmente definida como $B_C|V|$, sendo B_C a susceptância capacitiva total da linha e $|V|$ a tensão nominal ao neutro. Conforme a observação feita após a Equação (4.25), este cálculo não fornece um valor exato da corrente de carregamento devido à variação de $|V|$ ao longo da linha. Se ligarmos indutores entre fase e terra em vários pontos da linha de tal forma que a susceptância total indutiva seja B_L, a corrente de carregamento passa a ser

$$I_{chg} = (B_C - B_L)|V|$$
$$= B_C|V|\left(1 - \frac{B_L}{B_C}\right) \tag{5.64}$$

É evidente que a corrente de carregamento é reduzida pelo termo entre parênteses. O fator de compensação em derivação é B_L/B_C.

A redução da tendência de aumento excessivo da tensão na barra receptora nas linhas longas de alta tensão sem carga se constitui em outra grande vantagem da compensação em derivação. Nos comentários que antecedem à Equação (5.11), observamos que $|V_S|/|A|$ é igual a $|V_{R,NL}|$. Também, notamos que quando a capacitância em derivação é desprezada o valor de A passa a ser 1,0. No entanto, a presença da capacitância reduz o valor de A nas linhas média e longa. Portanto, a redução da susceptância em derivação a um valor de $(B_C - B_L)$ pode limitar o aumento da tensão em vazio na barra receptora se forem introduzidos indutores em derivação à medida que a carga for removida.

Pela aplicação de compensação em série e em derivação a linhas de transmissão longas, torna-se possível transmitir eficientemente grandes quantidades de potência dentro das restrições de tensão desejadas. Idealmente, os elementos em derivação e em série deveriam ser colocados a intervalos regulares ao longo da linha. Os capacitores em série podem ser curto circuitados e os indutores em derivação podem ser desligados sempre que for conveniente. Como no caso da compensação em série, as constantes $ABCD$ fornecem um método direto de análise da compensação em derivação.

Exemplo 5.5 Determine a regulação de tensão da linha do Exemplo 5.1 quando é colocado um indutor em derivação na barra receptora da linha quando ela está em vazio, sabendo que o reator compensa 70% da admitância total em derivação da linha.

Solução Pelo Exemplo 5.1, a admitância em derivação da linha é

$$y = j5{,}105 \times 10^{-6} \ \text{S/mi}$$

e para a linha inteira

$$B_C = j5{,}105 \times 10^{-6} \times 230 = 0{,}001174 \ \text{S}$$

Para 70% de compensação

$$B_L = -j0{,}7 \times 0{,}001174 = 0{,}000822$$

O exemplo 5.4 fornece-nos as constantes $ABCD$ da linha. A Tabela A.6 no Apêndice informa-nos que o indutor sozinho é representado pelas constantes generalizadas

$$A = D = 1 \qquad B = 0 \qquad C = -j0{,}000822 \ \text{S}$$

Pela equação da Tabela A.6 que fornece as constantes da combinação de duas redes em cascata, temos para a linha e o indutor

$$A_{eq} = 0{,}8904\angle 1{,}34° + 186{,}78\angle 79{,}46°(0{,}000822\angle -90°)$$
$$= 1{,}0411\angle -0{,}40°$$

A regulação de tensão, com o reator em derivação conectado quando a linha estiver em vazio, passa a ser

$$\frac{137{,}85/1{,}0411 - 124{,}13}{124{,}13} = 6{,}67\%$$

que apresenta uma redução considerável quando comparada com a regulação de 24,7% da linha sem compensação.

5.10 TRANSITÓRIOS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

As sobretensões transitórias que ocorrem em um sistema de potência podem ter origem externa (por exemplo, uma descarga elétrica atmosférica) ou podem ser originadas internamente por operações de chaveamento. Em geral, os transitórios dos sistemas de transmissão se originam de qualquer mudança brusca nas condições de operação ou na configuração do sistema. Uma descarga atmosférica é sempre um prejuízo em potencial para o equipamento de um sistema de potência, mas as operações de chaveamento também podem causar danos ao equipamento. Em tensões inferiores a 230 kV, o nível de isolação das linhas e dos equipamentos é ditado pela necessidade de proteção contra descargas atmosféricas. Em sistemas cujas tensões excedam a 230 kV mas não ultrapassem os 700 kV, as operações de chaveamento são tão potencialmente danosas quanto as descargas atmosféricas. Em tensões superiores a 700 kV, os surtos de chaveamento são os determinantes principais do nível de isolação.

Os cabos subterrâneos são, evidentemente, imunes às descargas atmosféricas diretas e podem ser protegidos contra os transitórios originados nas linhas aéreas. Entretanto, por razões econômicas e técnicas, predominam as linhas aéreas em tensão de transmissão, exceto em circunstâncias especiais, e para curtas distâncias como na travessia de um rio.

As linhas aéreas podem ser protegidas contra descargas diretas de raios na maioria dos casos por um ou mais fios ao potencial de terra suspensos acima dos condutores da linha de potência, como foi mencionado na descrição da Figura 5.1. Estes fios protetores, chamados cabos de cobertura, são conectados à terra através da torre que suporta a linha. Usualmente, se considera que a zona de proteção esteja contida em um ângulo de 30° de cada lado do condutor, medido em relação à vertical que passa pelo condutor; isto é, a linha deve ficar contida neste ângulo de 60°. Na maioria dos casos, os cabos de cobertura, em vez da linha de potência, recebem as descargas atmosféricas.

Quando um raio atinge os cabos de cobertura ou os condutores de potência, provocam uma injeção de corrente que se divide, sendo que metade da corrente se desloca em um sentido e a outra metade em outro. O valor de crista da corrente no condutor atingido varia amplamente, devido à grande variação na intensidade dos raios. São típicos os valores de 10.000 A e acima deste valor. No caso em que uma linha de potência receba um raio direto, o dano ao equipamento nos terminais da linha é causado pelas tensões entre linha e terra resultantes das cargas injetadas que se deslocam através das linhas em forma de corrente. Estas tensões são tipicamente superiores a um milhão de volts. Os raios que atingem os cabos de cobertura também podem produzir surtos de alta tensão nas linhas de potência por indução eletromagnética.

5.11 ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS: ONDAS VIAJANTES

O estudo de surtos de qualquer origem sobre linhas de transmissão é muito complexo e consideraremos apenas o caso de uma linha sem perdas*.

* Para estudos posteriores veja A. Greenwood, *Electrical Transients in Power Systems*, Wiley-Interscience, New York, 1971.

Uma linha sem perdas é uma boa representação para linhas de alta freqüência nas quais ωL e ωC se tornam muito grandes comparados com R e G. Para surtos de descargas atmosféricas em uma linha de transmissão, o estudo de uma linha sem perdas é uma simplificação que nos permite compreender alguns dos fenômenos sem nos envolvermos em demasia com teorias complicadas.

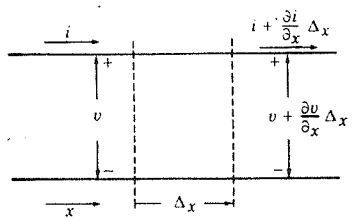


Figura 5.12 Diagrama simplificado de uma seção elementar de uma linha de transmissão, mostrando uma fase e o retorno pelo neutro. A tensão v e a corrente i são funções de x e de t. A distância x é medida a partir do terminal transmissor da linha.

Nossa abordagem do problema é semelhante àquela usada anteriormente para a dedução das relações de tensão e de corrente em regime permanente para uma linha longa com parâmetros distribuídos. Agora, mediremos a distância x ao longo da linha a partir da barra transmissora (e não a partir da barra receptora), até o elemento diferencial de comprimento Δx mostrado na Figura 5.12. A tensão v e a corrente i são funções de x e de t, de modo que deveremos usar derivadas parciais. A queda de tensão em série através do elemento de linha é

$$i(R\Delta x) + (L\Delta x)\frac{\partial i}{\partial t}$$

e podemos escrever

$$\frac{\partial v}{\partial x}\Delta x = -\left(Ri + L\frac{\partial i}{\partial t}\right)\Delta x \tag{5.65}$$

O sinal negativo é necessário porque, para valores positivos de i e de $\partial i/\partial t$, $v + (\partial v/\partial x)\Delta x$ deve ser menor do que v. Da mesma forma

$$\frac{\partial i}{\partial x}\Delta x = -\left(Gv + C\frac{\partial v}{\partial t}\right)\Delta x \tag{5.66}$$

Podemos dividir ambos os termos das Equações (5.65) e (5.66) por Δx, e como estamos considerando somente uma linha sem perdas, serão iguais a zero resultando em

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -L\frac{\partial i}{\partial t} \tag{5.67}$$

e

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C\frac{\partial v}{\partial t} \tag{5.68}$$

Podemos agora eliminar i tomando a derivada parcial de ambos os termos da Equação (5.67) com respeito a x e a derivada parcial de ambos os termos da Equação (5.68) com relação a t. Este procedimento resulta no aparecimento de $\partial^2 i/\partial x \partial t$ em ambas as equações resultantes, e a eliminação desta derivada parcial de segunda ordem de i das duas equações resulta em

$$\frac{1}{LC}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{5.69}$$

A Equação (5.69) é a chamada equação da onda viajante de uma linha de transmissão sem perdas. Uma solução da equação é uma função de $(x - vt)$, e a tensão é representada por

$$v = f(x - vt) \tag{5.70}$$

Esta função é indefinida mas deve ser unívoca. A constante v é dimensionada em metros por segundo se x for dado em metros e t em segundos. Podemos verificar esta solução substituindo esta expressão de v na Equação (5.69) para determinar v. Primeiro, fazemos a troca de variáveis

$$u = x - vt \tag{5.71}$$

e escrevemos

$$v(x, t) = f(u) \tag{5.72}$$

Logo

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial f(u)}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$= -v\frac{\partial f(u)}{\partial u} \tag{5.73}$$

e

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} \tag{5.74}$$

Da mesma forma obtemos

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} \tag{5.75}$$

Substituindo estas derivadas parciais de segunda ordem de v na Equação (5.69), temos

$$\frac{1}{LC}\frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} = v^2\frac{\partial^2 f(u)}{\partial u^2} \tag{5.76}$$

e vemos que a Equação (5.70) é uma solução de (5.69) se

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{5.77}$$

A tensão representada pela Equação (5.70) é uma onda viajante que se desloca no sentido positivo de x. A Figura 5.13 mostra uma função de $(x - vt)$ que é semelhante à forma de uma onda de tensão provocada por uma descarga atmosférica que se desloca através de uma linha. A função é mostrada para dois valores de tempo, t_1 e t_2, sendo $t_2 > t_1$. Um observador que se desloque junto com a onda, e permaneça no mesmo ponto sobre ela, não perceberá variação de tensão naquele ponto. Para este observador

$$x - vt = \text{uma constante}$$

de onde se conclui que

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{m/s} \tag{5.78}$$

para L e C em H/m e F/m, respectivamente. Portanto, a onda de tensão viaja no sentido positivo de x com velocidade v.

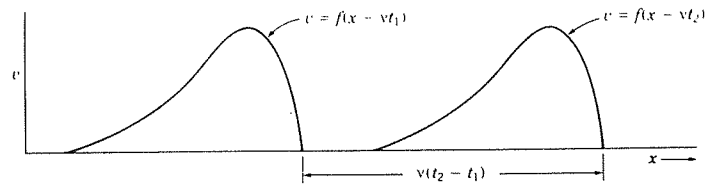


Figura 5.13 Uma onda de tensão que é função de $(x - vt)$ é mostrada para valores de t iguais a t_1 e t_2.

Uma função de $(x + vt)$ também é uma solução da Equação (5.69), como pode ser comprovado, e por um raciocínio semelhante pode ser interpretada como uma onda que se desloque no sentido negativo de x. A solução geral da Equação (5.69) é, então,

$$v = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \tag{5.79}$$

que é uma solução para a ocorrência simultânea de componentes que se desloquem para frente e para trás sobre a linha. As condições iniciais e as condições de contorno (terminais) determinam os valores particulares de cada componente.

Se representarmos uma onda viajante que se desloque para frente, também chamada onda incidente, por

$$v^+ = f_1(x - vt) \tag{5.80}$$

resultará uma onda de corrente das cargas que se movem, que será representada por

$$i^+ = \frac{1}{\sqrt{L/C}} f_1(x - vt) \tag{5.81}$$

que pode ser verificada por substituição destes valores de tensão e de corrente na Equação (5.67), considerando que v é igual a $1/\sqrt{LC}$.

Da mesma forma, para uma onda que se desloque para trás, onde

$$v^- = f_2(x + vt) \tag{5.82}$$

a corrente correspondente é

$$i^- = -\frac{1}{\sqrt{L/C}} f_2(x + vt) \tag{5.83}$$

Das Equações (5.80) e (5.81), obtemos

$$\frac{v^+}{i^+} = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{5.84}$$

e das Equações (5.82) e (5.83),

$$\frac{v^-}{i^-} = -\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{5.85}$$

Se para a corrente i^- houvéssemos decidido admitir o sentido positivo como sendo o da onda que se desloca para trás, os sinais negativos desapareceriam das Equações (5.83) e (5.85). Entretanto, preferimos considerar a corrente positiva no sentido positivo de x tanto para a onda que se desloca para frente quanto para a que se desloca para trás.

O quociente entre v^+ e i^+ é chamado impedância característica Z_c da linha. Anteriormente, já encontramos a impedância característica na solução da linha longa em regime permanente, onde Z_c foi definido por $\sqrt{z/y}$ que é igual a $\sqrt{L/C}$ quando R e G são nulos.

5.12 ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS: REFLEXÕES

Consideraremos agora o que acontece quando uma tensão é aplicada à barra transmissora de uma linha de transmissão que termina em uma impedância Z_R. Em nosso tratamento simplificado, consideraremos Z_R como sendo uma resistência pura. Se a carga fosse diferente de uma resistência pura, deveríamos recorrer a transformadas de Laplace. As transformadas da tensão, da corrente e da impedância seriam funções da variável s da transformada de Laplace.

Quando se fecha a chave aplicando uma tensão a uma linha, uma onda de tensão v^+ e uma onda de corrente i^+ começam a viajar pela linha. Em qualquer tempo, o quociente entre a tensão v_R no final da linha e a corrente i_R no final da linha deve ser igual à resistência de carga Z_c. Portanto, a chegada de v^+ e de i^+ na barra receptora onde estes valores são v_R^+ e i_R^+ deve resultar em ondas viajantes refletidas, ou que se deslocam para trás v^- e i^- que na barra receptora tenham valores v_R^- e i_R^-, de tal forma que

$$\frac{v_R}{i_R} = \frac{v_R^+ + v_R^-}{i_R^+ + i_R^-} = Z_R \tag{5.86}$$

onde v_R^- e i_R^- são os valores das ondas refletidas v^- e i^- medidos na barra receptora.

Se fizermos $Z_c = \sqrt{L/C}$, obteremos pelas Equações (5.84) e (5.85)

$$i_R^+ = \frac{v_R^+}{Z_c} \tag{5.87}$$

e

$$i_R^- = -\frac{v_R^-}{Z_c} \tag{5.88}$$

Substituindo estes valores de i_R^+ e de i_R^- na Equação (5.86), temos

$$v_R^- = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c} v_R^+ \tag{5.89}$$

A tensão v_R^- na barra receptora é evidentemente a mesma função de t de v_R^+ (porém com amplitude diminuída, a menos que Z_R seja zero ou infinito). O coeficiente de reflexão ρ_R para a tensão na barra receptora da linha é definida como v_R^-/v_R^+ donde, *para a tensão*,

$$\rho_R = \frac{Z_R - Z_c}{Z_R + Z_c} \tag{5.90}$$

Pelas Equações (5.87) e (5.88), vemos que

$$\frac{i_R^+}{i_R^-} = -\frac{v_R^+}{v_R^-} \tag{5.91}$$

e que, portanto, o coeficiente de reflexão para a corrente é sempre o negativo do coeficiente de reflexão para a tensão.

Se a linha alimenta sua impedância característica Z_c, os coeficientes de reflexão de tensão e de corrente serão nulos. Não existirão ondas refletidas e a linha se comportará como se fosse infinitamente longa. Somente quando uma onda refletida retorna à barra transmissora é que a fonte percebe que a linha não é infinitamente longa nem terminada em sua impedância característica Z_c.

A terminação em um curto-circuito resulta em um ρ_R igual a -1 para a tensão. Se a linha termina em um circuito aberto, Z_R será infinito e ρ_R será obtido dividindo o numerador e o denominador da Equação (5.90) por Z_R e levando Z_R a tender ao infinito, obtendo no limite $\rho_R = 1$ para a tensão.

Neste momento, poderíamos observar que as ondas que se deslocam para trás em direção à barra transmissora sofrem novas reflexões determinadas pelo coeficiente de reflexão ρ_s da barra transmissora. Para uma impedância igual a Z_s na barra receptora, Equação (5.90) se torna

$$\rho_s = \frac{Z_s - Z_c}{Z_s + Z_c} \tag{5.92}$$

Com uma impedância Z_s na barra receptora, o valor da tensão inicial injetada na linha seria a tensão da fonte multiplicada por $Z_c/(Z_s + Z_c)$. A Equação (5.84) mostra que a onda incidente de tensão encontra uma impedância de linha de Z_c e, no momento em que a fonte é ligada à linha, Z_c e Z_s em série agem como um divisor de tensão.

Exemplo 5.6 Uma fonte CC de 120 V com resistência desprezível é ligada através de uma chave S a uma linha de transmissão sem perdas com $Z_c = 30\ \Omega$. Se a linha termina em uma resistência de 90 Ω, faça um gráfico de v_R em função do tempo até $t = 5T$ onde T é o tempo necessário para que uma onda de tensão percorra todo o comprimento da linha. O circuito é mostrado na Figura 5.14*a*.

Solução Quando S é fechado, a onda incidente de tensão inicia a viagem através da linha e é representada pela equação

$$v = 120U(vt - x)$$

onde $U(vt - x)$ é a função degrau unitário que é igual a zero quando $(vt - x)$ é negativo e igual à unidade quando $(vt - x)$ é positivo. Não existirá onda refletida enquanto a onda incidente não atingir o final da linha. A impedância à onda incidente é $Z_c = 30\ \Omega$. Como a resistência da fonte é nula, $v^+ = 120$ V.

$$\rho_R = \frac{90 - 30}{90 + 30} = \frac{1}{2}$$

Quando v^+ atinge o final da linha, origina-se uma onda refletida de valor

$$v^- = (\tfrac{1}{2})120 = 60 \text{ V}$$

e assim

$$v_R = 120 + 60 = 180 \text{ V}$$

quando $t = 2T$, a onda refletida chega à barra transmissora, onde o coeficiente de reflexão ρ_s da barra transmissora é calculado pela Equação (5.92). A terminação da linha para a onda refletida é Z_g, a impedância em série com a fonte, que neste caso é zero. Assim

$$\rho_s = \frac{0 - 30}{0 + 30} = -1$$

e uma onda refletida de -60 V parte para a barra receptora, para manter a tensão na barra transmissora igual a 120 V. Esta nova onda atinge a barra receptora em $t = 3T$ e reflete para a barra transmissora uma onda de

$$\tfrac{1}{2}(-60) = -30 \text{ V}$$

e a tensão na barra receptora se torna

$$180 - 60 - 30 = 90 \text{ V}$$

Um excelente método de acompanhar as várias reflexões à medida que elas ocorrem é o diagrama de treliças mostrado na Figura 5.14*b*. Neste diagrama, o tempo é medido no eixo vertical em unidades de T. Nas linhas oblíquas, estão registrados os valores das ondas incidente e refletida. No espaço triangular entre as linhas oblíquas, é mostrada a soma das ondas acima do espaço o que corresponde à corrente ou à tensão em um ponto naquela área do diagrama. Por exemplo, para x igual a três quartos do comprimento da linha e $t = 4{,}25T$, a interseção das linhas tracejadas que passam por estes pontos está dentro da área que indica a tensão de 90 V.

A Figura 5.14*c* mostra a tensão na barra receptora em função do tempo. A tensão tende a seu valor permanente de 120 V.

Os diagramas de treliças também podem ser feitos para a corrente. Devemos lembrar, no entanto, que o coeficiente de reflexão para a corrente é sempre o negativo do coeficiente de reflexão para a tensão.

Se a resistência do final da linha do Exemplo 5.6 for reduzida para 10 Ω como é mostrado no circuito da Figura 5.15*a*, o diagrama de treliças e o gráfico da tensão toma a forma apresentada nas Figuras 5.15*b* e *c*. A resistência de 10 Ω nos dá um valor negativo para o coeficiente de reflexão para a tensão, que sempre ocorrerá para resistências quando Z_R for menor do que Z_c. Como se pode ver comparando as Figuras 5.14 e 5.15, um valor negativo de ρ_R faz com que a tensão na barra receptora cresça gradualmente até 120 V enquanto um valor positivo de ρ_R provoca um salto inicial de tensão a um valor maior do que o aplicado originalmente na barra transmissora.

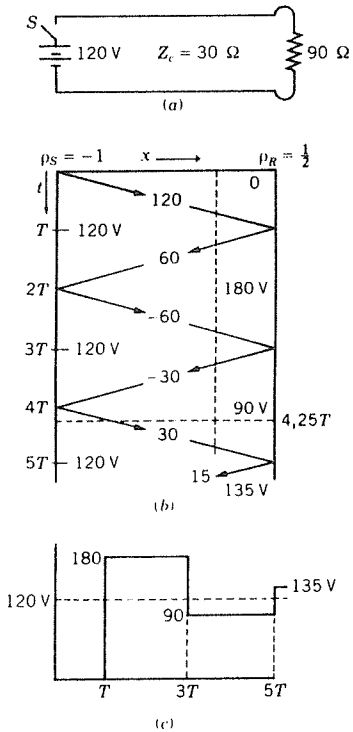


Figura 5.14 Esquema do circuito, diagrama de treliça e gráfico da tensão em função do tempo para o Exemplo 5.6, onde a resistência na barra é de 90 Ω.

As reflexões não ocorrem necessariamente apenas nas extremidades da linha. Se uma linha estiver conectada a uma outra de impedância característica diferente, como no caso de uma linha aérea conectada a um cabo subterrâneo, uma onda incidente à junção se comportará como se a primeira linha terminasse no Z_c da segunda. Entretanto, a parte da onda incidente que não é refletida viajará (como uma onda refratada) pela segunda linha até o seu final onde ocorrerá uma onda refletida. As bifurcações de uma linha também provocarão ondas refletidas e refratadas.

Deve, agora, ser evidente que um estudo subseqüente de transitórios em geral em linhas de transmissão é um problema complicado. Evidenciamos, entretanto, que um surto de tensão como aquele mostrado na Figura 5.13 ao encontrar uma impedância no final de uma linha sem perdas (por exemplo, em uma barra transformadora) fará com que uma onda de tensão com mesma forma viaje de volta para a fonte do surto. A onda refletida será reduzida em amplitude se a impedância no terminal da linha for diferente de um curto-circuito ou de um circuito aberto, mas nosso estudo mostrou que se Z_R for maior do que Z_c a tensão terminal de pico será, muitas vezes, maior do que quase o dobro da tensão de pico do surto.

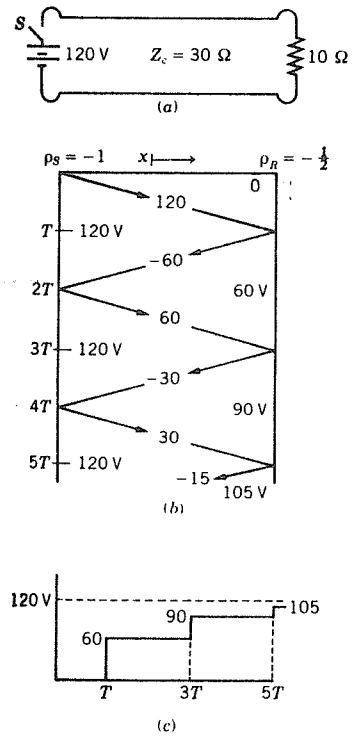


Figura 5.15 Esquema do circuito, diagrama de treliças e gráfico da tensão em função do tempo quando a resistência da barra receptora do Exemplo 5.6 é modificada para 10 Ω.

O equipamento terminal é protegido por pára-raios. Um pára-raios ideal conectado da linha a um neutro aterrado deveria (*a*) tornar-se condutor a uma tensão especificada em projeto, acima da tensão nominal do pára-raios, (*b*) limitar a tensão em seus terminais ao seu valor especificado em projeto, e (*c*) tornar-se novamente não condutor quando a tensão entre fase e neutro cair abaixo do valor de projeto.

Primitivamente, um pára-raios era simplesmente um entreferro. Nesta aplicação, quando a tensão do surto atinge o valor para o qual o entreferro é projetado, surge um arco que forma um caminho ionizado para a terra, essencialmente um curto-circuito. Entretanto, quando finda o surto, ainda fluirá corrente de 60 Hz dos geradores através do arco para a terra. O arco deve ser extinto pela abertura de disjuntores.

Posteriormente, foram desenvolvidos pára-raios capazes de extinguir a corrente de 60 Hz após conduzir a corrente do surto para a terra. Estes pára-raios são construídos usando resistores não-lineares em série com entreferros aos quais é adicionada a capacidade de extinção de arco. A

resistência não-linear decresce rapidamente à medida que a tensão em seus terminais sobe. Resistores típicos feitos de carboneto de silício conduzem correntes aproximadamente proporcionais à quarta potência da tensão em seus terminais. Quando um surto de tensão provoca um arco nos entreferros é formado um caminho de baixa resistência, através dos resistores não-lineares, até a terra. Quando finda o surto e a tensão no pára-raios retorna à tensão normal entre fase e neutro, a resistência é suficiente para limitar a corrente do arco a um valor que possa ser extinguido pelos entreferros em série. A extinção é usualmente realizada através do resfriamento e da desionização do arco alongando-o magneticamente entre placas isoladoras.

O mais recente desenvolvimento em pára-raios é a utilização de óxido de zinco em lugar do carboneto de silício. A tensão nos terminais do resistor de óxido de zinco é extremamente constante em uma faixa muito extensa de corrente, o que significa que sua resistência na tensão normal da linha é tão alta que um entreferro em série não é necessário para limitar o dreno de corrente de 60 Hz em tensão nominal*.

5.13 TRANSMISSÃO EM CORRENTE CONTÍNUA

A transmissão de energia por corrente contínua só se torna econômica em relação à transmissão em CA quando o custo extra do equipamento terminal requerido para linhas de CC é superado pela diminuição do custo de construção das linhas. Os conversores nos dois terminais das linhas de CC operam tanto como retificadores para transformar a corrente alternada gerada em corrente contínua quanto como inversores para converter corrente contínua em alternada, de modo que a potência pode fluir em qualquer sentido.

O ano de 1954 é geralmente reconhecido como a data inicial dos modernos sistemas de transmissão de CC em alta tensão quando começou a operar uma linha de CC a 100 kV entre Vastervik na Suécia continental e Visby na ilha de Gotland, por uma distância de 100 km (62,5 milhas) através do mar Báltico. Muito antes disso já existiam equipamentos de conversão estática para transferir energia entre sistemas de 25 e de 60 Hz, com uma linha de transmissão de comprimento virtualmente nulo. Nos Estados Unidos, uma linha de CC operando em 800 kV transfere potência gerada na Pacific Northwest para o sudoeste da Califórnia. Como o custo do equipamento de conversão decresce em relação ao custo de construção da linha, o comprimento econômico mínimo de linhas de CC é atualmente de uns 600 km (375 milhas).

Em 1977, teve início a operação de uma linha de CC para transmissão de potência de uma usina geradora de boca de mina queimando lignite em Center, North Dakota, para a região de Duluth, Minnesota, numa distância de 740 km (460 milhas). Os estudos preliminares mostraram que a linha de CC, incluindo os equipamentos terminais, custaria em torno de 30% menos do que uma linha de CA com o equipamento auxiliar. Esta linha opera em ± 250 kV (500 kV entre linhas) e transmite 500 MW.

As linhas de CC usualmente possuem um condutor que está a um potencial positivo em relação à terra e um segundo condutor operando a um potencial negativo igual. Uma linha assim é denominada bipolar. A linha poderia ser operada com um condutor energizado e com o retorno

* Veja E. C. Sakshaug, J. S. Kresge e S. A. Miske, Jr., "A New Concept in Station Arrester Design", *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-96, nº 2, março/abril 1977, p. 647-656.

pela terra, que possui uma resistência à corrente contínua muito menor do que à alternada. Neste caso, ou quando houver um condutor de retorno aterrado, a linha é dita monopolar.

Existem outras vantagens além do baixo custo da transmissão em CC a longas distâncias. A regulação deixa de ser um problema pois a freqüência nula ωL deixa de existir, enquanto ele é o principal contribuinte na queda de tensão em uma linha de CA. Outra vantagem da corrente contínua está na possibilidade de operação monopolar quando um lado de uma linha bipolar ficar aterrado.

O fato da transmissão subterrânea em CA ser limitada a uns 50 km devido à excessiva corrente de carregamento a longas distâncias, a corrente contínua foi escolhida para transferir potência sob o English Channel entre a Grã-Bretanha e a França. O uso de corrente contínua para esta instalação evitou também a dificuldade de sincronização dos sistemas de CA dos dois países.

Atualmente, nenhuma rede de linhas de CC é possível porque não se dispõe de disjuntores capazes de funcionar em CC comparáveis aos altamente desenvolvidos disjuntores para funcionamento em CA. O disjuntor de CA pode extinguir o arco que se forma ao abrir os contatos porque em cada ciclo a corrente passa por zero duas vezes. O sentido e a quantidade de potência são controlados na linha de CC pelos conversores nos quais dispositivos de arco de mercúrio controlados por grade estão sendo substituídos pelo retificador controlado de silício (SCR). Uma unidade retificadora pode conter uns 200 SCRs.

Ainda, uma outra vantagem da corrente contínua é a menor faixa de domínio requerida. A distância entre os dois condutores da linha North Dakota-Duluth de 500 kV é de 25 pés. A linha de CA de 500 kV mostrada na Figura 5.1 tem 60,5 pés entre os condutores externos. Outra consideração é o pico de tensão que na linha de CA é de $\sqrt{2} \times 500 = 707$ kV. Com isso, a linha de CA exige mais isolação entre a torre e os condutores além de um maior afastamento entre eles e a terra.

Concluímos que a transmissão em CC tem muitas vantagens sobre a corrente alternada, mas a transmissão em CC permanece com uma utilização muito limitada exceto para linhas longas porque não existe dispositivo de CC capaz de realizar uma operação eficiente de chaveamento e uma proteção como o faz o disjuntor de CA. Não existe dispositivo simples para variar o nível de tensão, que o transformador faz nos sistemas de CA.

5.14 SUMÁRIO

As equações de linhas longas dadas pelas Equações (5.35) e (5.36) são evidentemente válidas para linhas de qualquer comprimento. As aproximações usadas em linhas curtas e médias simplificam a análise na ausência de um computador.

Os diagramas circulares foram introduzidos devido ao seu valor instrutivo na demonstração da potência máxima que pode ser transmitida por uma linha e também na demonstração do efeito do fator de potência da carga ou da adição de capacitores.

As constantes $ABCD$ fornecem um meio rápido de escrever equações de uma forma bastante concisa e são muito convenientes na solução de problemas que envolvam reduções de redes. Sua utilidade é evidente na discussão das compensações reativas em série e em derivação.

A discussão simplificada de transitórios, embora restrita a linhas sem perdas e às fontes CC deu-nos alguma idéia da complexidade do estudo de transitórios que surjam em conseqüência a descargas atmosféricas e operações de chaveamento em sistemas de potência.

PROBLEMAS

5.1 Uma linha trifásica de circuito simples a 60 Hz, com 18 km é composta de condutores *Partridge* com espaçamento eqüilátero com 1,6 m entre centros. A linha fornece 2500 kW a 11 kV para uma carga equilibrada. Qual deve ser a tensão na barra transmissora quando o fator de potência for de (*a*) 80% atrasado, (*b*) unitário e (*c*) 90% avançado? Admita uma temperatura de 50°C nos condutores.

5.2 Uma linha de transmissão trifásica de 100 milhas fornece 55 MVA com fator de potência 0,8 atrasado com tensão de 132 kV na carga. A linha é composta de condutores *Drake* com espaçamento horizontal tendo 11,9 pés entre condutores adjacentes. Determine a tensão, a corrente e a potência na barra transmissora. Admita uma temperatura de 50°C nos condutores.

5.3 Determine as constantes *ABCD* de um circuito π com um resistor de 600 Ω no ramo em paralelo junto à barra transmissora, um resistor de 1 kΩ no ramo em derivação junto à barra receptora, e um resistor de 80 Ω no ramo em série.

5.4 As constantes *ABCD* de uma linha de transmissão trifásica são

$$A = D = 0{,}936 + j0{,}016 = 0{,}0936\angle 0{,}98°$$
$$B = 33{,}5 + j138 = 142{,}0\angle 76{,}4° \Omega$$
$$C = (-5{,}18 + j914) \times 10^{-6}\ \text{S}$$

A carga na barra receptora é de 50 MW a 220 kV com um fator de potência atrasado de 0.9. Determine a amplitude da tensão na barra transmissora e a regulação de tensão. Admita que a amplitude da tensão na barra transmissora permaneça constante.

5.5 Use valores em p.u. de uma base de 230 kV, 100 MVA para determinar a tensão, a corrente, a potência e o fator de potência na barra transmissora de uma linha de transmissão que fornece uma carga de 60 MW em 230 kV com fator de potência atrasado de 0,8. A linha trifásica é construída com espaçamento horizontal de 15 pés entre condutores *Ostrich* adjacentes. O comprimento da linha é de 70 milhas. Admita uma temperatura de 50°C nos condutores. Não esqueça que a admitância-base deve ser o inverso da impedância-base.

5.6 Calcule $\cosh\theta$ e $\operatorname{senh}\theta$ para $\theta = 0{,}5\angle 82°$.

5.7 Justifique a Equação (5.52), substituindo as funções hiperbólicas pelas expressões exponenciais equivalentes.

5.8 Uma linha de transmissão trifásica de 60 Hz tem 175 milhas de extensão. Ela tem uma impedância em série total de $35 + j140\ \Omega$ e uma admitância em derivação de $930 \times 10^{-6}\angle 90°$S.

Ela fornece 40 MW em 220 kV, com fator de potência de 90% atrasado. Determine a tensão na barra transmissora usando (*a*) aproximação como linha curta, (*b*) aproximação pelo π-nominal e (*c*) equação da linha longa.

5.9 Determine o circuito π-equivalente para a linha do Problema 5.8.

5.10 Determine a regulação de tensão da linha descrita no Problema 5.8. Admita que a tensão na barra transmissora permaneça constante.

5.11 Uma linha de transmissão trifásica de 60 Hz tem 250 milhas de comprimento. A tensão na barra transmissora é de 220 kV. Os parâmetros da linha são $R = 0{,}2\ \Omega$/milha, $X = 0{,}8\ \Omega$/milha e $Y = 5{,}3\ \mu$S/milha. Determine a corrente na barra transmissora quando a linha está em vazio.

5.12 Calcule a corrente, a tensão e a potência na barra transmissora da linha do Problema 5.11 para uma carga de 80 MW em 220 kV, com fator de potência unitário. Admita que a tensão na barra transmissora seja mantida constante, e calcule a regulação de tensão para a carga especificada acima.

5.13 Em áreas urbanas, está se tornando difícil a obtenção de faixas de domínio para circuitos de transmissão, e a capacidade das linhas existentes é aumentada trocando os condutores das linhas ou re-isolando as linhas para operação em tensões mais elevadas. As considerações importantes são os problemas térmicos e a máxima potência que a linha pode transmitir. Uma linha de 138 kV tem 50 milhas de comprimento e é composta de condutores *Partridge* com espaçamento horizontal de 5 m entre condutores adjacentes. Despreze a resistência e determine o aumento percentual de potência que pode ser transmitido para $|V_S|$ e $|V_R|$ constantes quando δ é limitado a 45° (*a*) se o condutor *Partridge* for substituído pelo *Osprey* que possui mais do que o dobro da área em mm^2, (*b*) se um segundo condutor *Partridge* for adicionado formando um cabo múltiplo com dois condutores afastados de 40 cm e com uma distância entre centros de 5 m e (*c*) se a tensão original da linha é elevada para 230 kV com o espaçamento entre condutores aumentado para 8 m.

5.14 Construa um diagrama circular de potência na barra receptora semelhante ao da Figura 5.10 para a linha do Problema 5.8. Localize o ponto correspondente à carga do Problema 5.8 e localize o centro das circunferências para vários valores de $|V_S|$ sendo $|V_R| = 220$ kV. Trace a circunferência que passa pelo ponto da carga. A partir do raio medido na última circunferência, determine $|V_S|$ e compare este valor com os valores calculados no Problema 5.8.

5.15 Use o diagrama construído no Problema 5-14 para determinar a tensão na barra transmissora para diversos valores de quilovars supridos por condensadores síncronos em paralelo com a carga designada na barra receptora. Inclua os valores dos quilovars necessários para atingir um fator de potência unitário e um fator de potência de 0,9 adiantado na barra receptora. Admita que a tensão na barra transmissora é ajustada de forma a manter 220 kV na carga.

5.16 Um diagrama circular de potência na barra receptora é desenhado para uma tensão constante na barra receptora. Para uma certa carga nesta tensão da barra receptora, a tensão na barra transmissora é de 115 kV. A circunferência da barra receptora para $|V_S| = 115$ kV tem um raio de 5 pol. As coordenadas horizontal e vertical das circunferências da barra receptora são -0,25 pol e -4,5 pol, respectivamente. Determine a regulação de tensão de carga.

5.17 Uma linha de transmissão trifásica tem 300 milhas de comprimento e serve uma carga de 400 MVA, com fator de potência 0,8 atrasado e uma tensão de 345 kV. As constantes *ABCD* da linha são

$$A = D = 0{,}8180\angle 1{,}3°$$
$$B = 172{,}2\angle 84{,}2° \ \Omega$$
$$C = 0{,}001933\angle 90{,}4° \ \text{S}$$

(*a*) Determine a tensão entre fase e neutro na barra transmissora, a corrente na mesma barra e a queda percentual de tensão em plena carga.

(*b*) Determine a tensão em vazio entre fase e neutro na barra receptora, a corrente na barra transmissora em vazio e a regulação de tensão

5.18 As constantes *ABCD* para 150 milhas da linha de 300 milhas do Problema 5.17 são

$$A \triangleq D = 0{,}9534\angle 0{,}3°$$
$$B = 90{,}33\angle 84\ 1° \ \Omega$$
$$C = 0{,}001014\angle 90{,}1° \ \text{S}$$

Um banco de capacitores em série deve ser instalado no meio da linha do Problema 5.17. As constantes *ABCD* deste banco são

$$A = D = 1\angle 0°$$
$$B = 146{,}6\angle -90° \ \Omega$$
$$C = 0$$

(*a*) Determine as constantes *ABCD* equivalentes para a combinação da série linha-capacitor-linha. (Veja a Tabela A.6 no Apêndice.)

(*b*) Refaça o Problema 5.17 usando estas constantes *ABCD* equivalentes.

5.19 A admitância em derivação de uma linha de transmissão de 300 milhas de comprimento é

$$y_c = 0 + j6{,}87' \times 10^{-6} \ \text{S mi}$$

Determine as constantes *ABCD* do reator em derivação que compense 60% da admitância total em derivação.

5.20 Um reator em derivação de 250 MVAr, 345 kV cuja admitância é de $0{,}0021\angle -90°$ S é conectado à barra receptora da linha de 300 milhas do Problema 5.17 em vazio.

(*a*) Determine as constantes *ABCD* equivalentes da linha em série com o reator em derivação. (Veja a Tabela A.6 no Apêndice.)

(*b*) Refaça a parte (*b*) do Problema 5.17 usando estas constantes *ABCD* equivalentes e a tensão na barra transmissora encontrada no Problema 5.17.

5.21 Desenhe o diagrama de treliças para a corrente e trace a corrente em função do tempo na barra transmissora da linha do Exemplo 5.6 para a linha terminada em (*a*) um circuito aberto e (*b*) um curto-circuito.

5.22 Trace a tensão em função do tempo para a linha do Exemplo 5.6 em um ponto distante da barra transmissora de uma distância igual a um quarto do comprimento da linha quando a linha termina em uma impedância de 10 Ω.

5.23 Resolva o Exemplo 5.6 para uma resistência de 54 Ω em série com a fonte.

5.24 Pelo fechamento de uma chave, é aplicada uma tensão de CC sobre uma linha de transmissão aérea. O final da linha aérea é conectado a um cabo subterrâneo. Admita que tanto a linha quanto o cabo sejam sem perdas e que a tensão inicial na linha seja v^+. Se as impedâncias características da linha e do cabo forem de 400 Ω e de 50 Ω, respectivamente, e se o final do cabo estiver em aberto determine, em termos de v^+ (*a*) a tensão na junção entre a linha e o cabo imediatamente após a chegada da onda incidente e (*b*) a tensão no terminal aberto do cabo imediatamente após a chegada da primeira onda de tensão:

CAPÍTULO

6

SIMULAÇÃO DE SISTEMAS

Neste ponto de nosso estudo sobre sistemas de potência, já completamos o desenvolvimento do modelo do circuito de uma linha de transmissão e já iniciamos os cálculos de tensão, corrente e potência em uma linha. Neste capítulo, desenvolveremos os modelos de circuito para a máquina síncrona e para o transformador de potência.

A máquina síncrona, funcionando como gerador CA acionado por uma turbina, é o equipamento que converte energia mecânica em energia elétrica. Inversamente, como motor, a máquina converte energia elétrica em energia mecânica. Estamos basicamente interessados no estudo do gerador síncrono, porém daremos alguma atenção ao motor síncrono. O motor de indução é bem mais usado na indústria do que o motor síncrono, todavia o seu estudo está fora do objetivo deste livro. Não podemos abordar a máquina síncrona de uma forma completa, porém existem muitos livros da área de máquinas CA que fornecem uma análise adequada de geradores, motores e transformadores*. O tratamento que damos às máquinas síncronas permite-nos que tenhamos confiança no circuito equivalente o suficiente para entender nosso estudo futuro sobre a participação do gerador em sistemas de potência. Para aqueles que já têm conhecimento do assunto, ele servirá como revisão.

O transformador se constitui no enlaçamento entre o gerador e a linha de transmissão e entre a linha de transmissão e o sistema de distribuição que entrega energia através, ainda, de outros transformadores às cargas do sistema. Da mesma forma que as máquinas síncronas, nosso tratamento sobre o transformador não será extenso porém nos proporcionará o modelo de circuito adequado para nosso estudo.

* Para um estudo muito mais detalhado de máquinas síncronas e transformadores, consulte qualquer um dos textos de máquinas elétricas tais como A. E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr. e A. Kusko, *Máquinas Elétricas*, Editora McGraw-Hill, ou L. W. Matsch, *Electromagnetic and Electromechanical Machines*, 2ª ed., IEP, New York, 1977.

Então, veremos como um diagrama unifilar descreve a combinação dos modelos componentes de modo a formar um sistema completo; estaremos estudando, também, a aplicação de valores por unidade nos cálculos do sistema.

6.1 CONSTRUÇÃO DA MÁQUINA SÍNCRONA

As duas partes principais de uma máquina síncrona são estruturas ferromagnéticas. A parte estacionária que é, essencialmente, um cilindro oco é chamada *estator* ou *armadura* e apresenta ranhuras longitudinais nas quais estão localizadas as bobinas do enrolamento da armadura. Neste enrolamento circula a corrente que é fornecida a uma carga elétrica ou sistema por um gerador, ou a corrente recebida por um motor de uma fonte CA. O rotor é a parte da máquina que é montada sobre o eixo e gira dentro do estator. O enrolamento do rotor é chamado enrolamento de campo e é alimentado com corrente contínua. A força magnetomotriz (fmm) muito elevada, produzida por essa corrente no enrolamento de campo, combina com a fmm produzida pela corrente do enrolamento de armadura. O fluxo resultante no entreferro entre estator e rotor gera tensão nas bobinas no enrolamento da armadura e cria o torque eletromagnético entre estator e rotor. A Figura 6.1 mostra o aspecto de um rotor cilíndrico de quatro pólos no estator de um gerador de 1525 MVA.

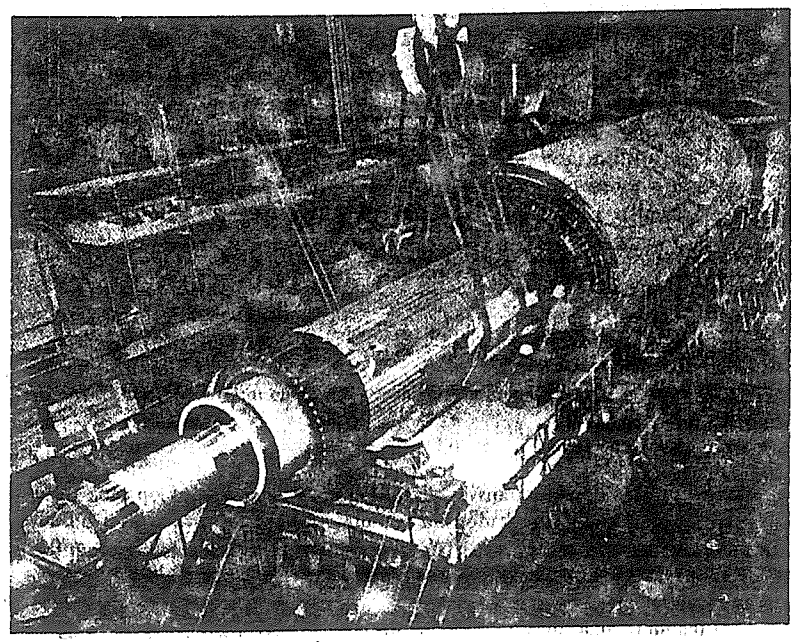


Figura 6.1 Fotografia mostrando a colocação de um rotor cilíndrico de quatro pólos no estator de um gerador de 1525 MVA. (*Cortesia da Utility Corporation.*)

A corrente CC é fornecida ao enrolamento de campo por uma *excitatriz* que pode ser um gerador montado sobre o eixo ou uma fonte CC separada e conectada ao enrolamento de campo através de escovas ou anéis. Geradores CA grandes geralmente apresentam sua excitação consistindo em uma fonte CA com retificadores de estado sólido.

Se a máquina é um gerador, o eixo é acionado por uma máquina primária que normalmente é uma turbina a vapor ou turbina hidráulica. O torque eletromagnético, desenvolvido no gerador quando ele entrega potência, opõe-se ao torque da máquina primária. A diferença entre esses dois torques é devida às perdas no ferro e de atrito. No motor o torque eletromagnético desenvolvido, descontadas as perdas no ferro e de atrito, é entregue ao eixo que aciona a carga mecânica.

A Figura 6.2 mostra um gerador trifásico muito elementar. O enrolamento de campo é apenas indicado por uma bobina. Nesta figura, o gerador é chamado máquina de pólos lisos por possuir um rotor cilíndrico. O rotor da Figura 6.1 é do tipo cilíndrico. Na máquina real, o enrolamento possui um grande número de espiras distribuídas em ranhuras ao redor da circunferência do rotor. O forte campo magnético produzido enlaça as bobinas do estator induzindo tensão no enrolamento da armadura quando o eixo é acionado pela máquina primária.

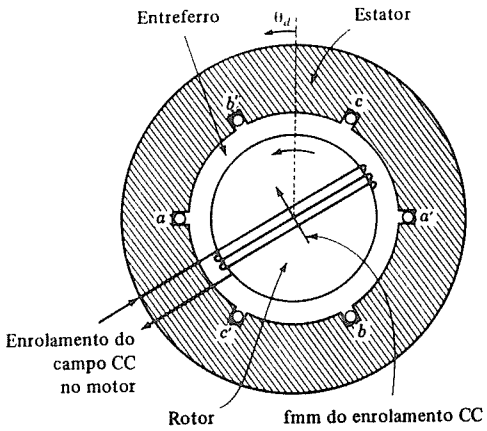


Figura 6.2 Gerador CA elementar, trifásico, mostrando uma vista de trás do rotor cilíndrico de dois pólos e a seção transversal do estator.

O estator é mostrado em seção transversal na Figura 6.2. Os lados opostos de uma bobina, que é quase retangular, estão localizados em ranhuras a e a' distanciadas 180°. Bobinas semelhantes estão nas ranhuras b e b' e c e c'. Os lados de bobina nas ranhuras a, b e c estão distanciados 120°. Os condutores mostrados nas ranhuras indicam uma bobina de apenas uma espira, porém essa bobina pode ter muitas espiras e geralmente está ligada em série com bobinas idênticas em ranhuras adjacentes, de modo a formar um enrolamento tendo extremidades designadas por a e a'. Enrolamentos designados por b e b' e por c e c' são idênticos ao enrolamento a-a' exceto pela sua localização ao redor da armadura.

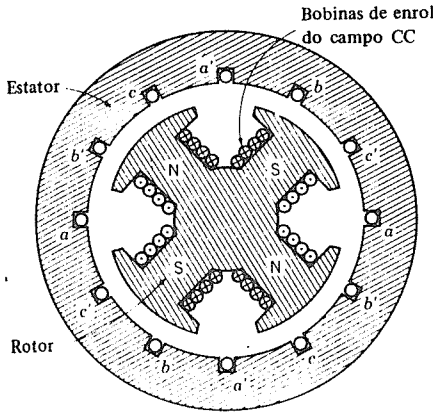


Figura 6.3 Seção transversal de um estator elementar e de um rotor de pólos salientes.

A Figura 6.3 mostra uma máquina de pólos salientes com quatro pólos. Os lados opostos de uma bobina de armadura estão 90° distanciados. Então, há duas bobinas para cada fase. Os lados a, b e c de bobinas adjacentes estão 60° afastados. As duas bobinas de cada fase podem ser ligadas em série ou em paralelo.

Embora não esteja mostrado na Figura 6.3, as máquinas de pólos salientes geralmente possuem enrolamentos amortecedores, os quais consistem em barras de cobre curtocircuitadas incrustadas na face polar, semelhante a uma parte do enrolamento tipo "gaiola de esquilo" de um motor de indução. A finalidade do enrolamento amortecedor é para reduzir as oscilações mecânicas do rotor em torno da velocidade síncrona, a qual é determinada, como veremos em seguida, pelo número de pólos da máquina e a freqüência do sistema ao qual a máquina é ligada.

Na máquina de dois pólos, é gerado um ciclo de tensão para cada rotação do rotor de dois pólos. Na máquina de quatro pólos, dois ciclos são gerados em cada bobina por rotação. Como o número de ciclos por rotação é igual ao número de pares de pólos, a freqüência da tensão gerada é

$$f = \frac{P}{2}\frac{N}{60} \quad \text{Hz} \tag{6.1}$$

onde P é o número de pólos e N é a velocidade do rotor em rotações por minuto.

Como um ciclo de tensão (360° da onda da tensão) é gerado a cada vez que um par de pólos passa por uma bobina, devemos distinguir entre graus elétricos, usados para expressar tensão e corrente, e graus mecânicos, para expressar a posição do rotor. Numa máquina de dois pólos, graus elétricos e mecânicos são iguais. Numa máquina de quatro pólos, dois ciclos ou 720 graus elétricos são produzidos em uma rotação de 360 graus mecânicos. O número de graus elétricos é igual a $P/2$ vezes o número de graus mecânicos em qualquer máquina.

Com um projeto adequado do rotor e uma distribuição apropriada dos enrolamentos do estator ao redor da armadura, poderá ser gerada uma tensão aproximadamente senoidal. Estas tensões são chamadas *tensões geradas em vazio* ou simplesmente *tensões geradas*. Para nossa análise em seções seguintes, podemos considerar a fmm produzida pelo rotor como sendo distribuída senoidalmente.

Se as extremidades dos enrolamentos forem ligadas entre si e a junção for designada por o, as tensões geradas (representadas por *Eao, Ebo* e *Eco* para concordar com a notação adotada no Capítulo 2) estarão defasadas de 120 graus elétricos entre si.

6.2 REAÇÃO DA ARMADURA NA MÁQUINA SÍNCRONA

Quando uma carga trifásica é conectada a um gerador trifásico, circularão correntes trifásicas equilibradas nas fases do enrolamento da armadura. Estas correntes da armadura produzirão forças magnetomotrizes adicionais, as quais precisamos investigar. Vamos observar a fmm produzida por cada um dos três enrolamentos, os quais estão 120° espaçados em torno de uma máquina de dois pólos como na Figura 6.2. Vamos também especificar uma máquina de rotor cilíndrico, novamente como na Figura 6.2, de tal forma que todos os caminhos de fluxo através do entreferro da máquina tenham a mesma relutância.

Desde que podemos escolher t como sendo zero quando i_a tem seu valor máximo, as correntes trifásicas equilibradas podem ser expressas pelas equações:

$$i_a = I_m \cos \omega t \tag{6.2}$$

$$i_b = I_m \cos (\omega t - 120°) \tag{6.3}$$

$$i_c = I_m \cos (\omega t - 240°) \tag{6.4}$$

onde ω é dado em graus elétricos por segundo. Para nossa máquina bipolar, ω é também a velocidade angular do rotor em graus mecânicos por segundo. Vamos admitir que o sentido positivo para a corrente seja na direção do observador no condutor a na Figura 6.2 e faremos suposição semelhante para as correntes b e c.

As posições em torno da armadura serão identificadas pelo deslocamento angular θ_d medido a partir do eixo da bobina a, como indica a Figura 6.2. O subíndice d é usado para distinguir o ângulo de deslocamento θ_d do ângulo θ, o qual estamos acostumados a usar para expressar a defasagem entre uma tensão e uma corrente. Sabemos que a fmm em torno da armadura, produzida pela corrente da armadura em cada fase, deve ser uma função do ângulo θ_d e do tempo t. Designamos a fmm devida à corrente na fase a por $\mathcal{F}$ a (od, t). Como essa fmm é produzida por i_a, ela deve ser uma função senoidal do tempo em fase com i_a.

A distribuição de fmm ao redor da periferia da armadura, devida à corrente de armadura, não é senoidal. Em uma máquina real, cada bobina ocupa um certo número de ranhuras e a distribuição da fmm é aproximadamente triangular, mas em nossa análise estaremos considerando apenas a harmônica fundamental dessa onda triangular.

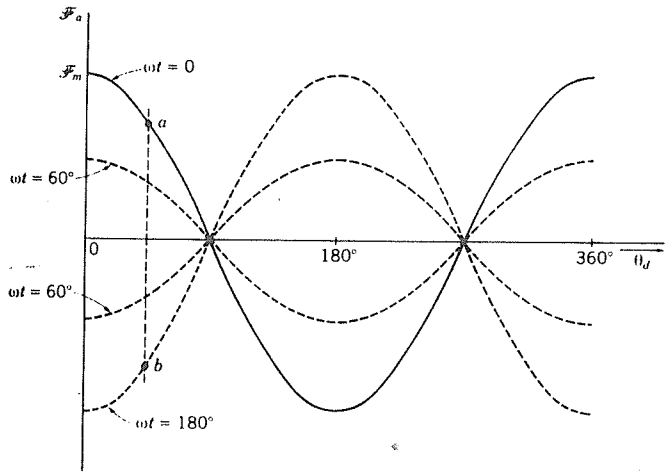


Figura 6.4 Distribuição em volta da armadura da fmm produzida pela corrente na fase a do gerador da Figura 6.2 para vários valores de ωt quando i_a é expressa pela Equação (6.2).

Para a hipótese de distribuição senoidal da fmm, a linha cheia da Figura 6.4 mostra a fmm da fase a em torno da armadura como função de θ_d para $t = 0$; isto acontece quando i_a atinge seu valor máximo. Nesse momento, a distribuição de $\mathcal{F}_a$ em torno da armadura é expressa por:

$$\mathcal{F}_a(\theta_d, 0) = \mathcal{F}_m \cos \theta_d \tag{6.5}$$

onde $\mathcal{F}_m$ é o máximo valor de $\mathcal{F}_a$.

Para alguns valores de t diferentes de zero, as linhas tracejadas da Figura 6.4 mostram a distribuição de $\mathcal{F}_a$ em torno da armadura. Notamos que o máximo valor de $\mathcal{F}_a$ é $0{,}5\,\mathcal{F}_m$ quando ωt for 60° porque nesse instante de tempo i_a é igual a $0{,}5\,I_m$ conforme a Equação (6.2). Na posição fixa de $\theta_d = 45°$, $\mathcal{F}_a$ está variando senoidalmente entre os valores indicados pelos pontos a e b da Figura 6.4. Para $\theta_d = 90°$, $\mathcal{F}_a$ é sempre zero. Então, para calcular $\mathcal{F}_a$ em função do tempo e do espaço, e levando em conta que $\mathcal{F}_a$ está em fase com i_a, temos:

$$\mathcal{F}_a(\theta_d, t) = \mathcal{F}_m \times \underbrace{\cos \theta_d}_{\substack{\text{considerando a} \\ \text{posição na} \\ \text{armadura}}} \times \underbrace{\cos \omega t}_{\substack{\text{considerando a} \\ \text{variação no} \\ \text{tempo}}} \tag{6.6}$$

Similarmente, para as fases b e c

$$\mathcal{F}_b(\theta_d, t) = \mathcal{F}_m \cos (\theta_d - 120°) \cos (\omega t - 120°) \tag{6.7}$$

$$\mathcal{F}_c(\theta_d, t) = \mathcal{F}_m \cos (\theta_d - 240°) \cos (\omega t - 240°) \tag{6.8}$$

A soma dessas três forças magnetomotrizes é a fmm resultante $\mathcal{F}_{ar}$ que é chamada *reação da armadura*. Usando a identidade trigonométrica

$$\cos\alpha\cos\beta = \tfrac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) + \tfrac{1}{2}\cos(\alpha+\beta) \tag{6.9}$$

e notando que a soma dos três termos senoidais de igual magnitude, defasados em 120° e 240°, é zero, temos

$$\mathcal{F}_{ar} = \mathcal{F}_a + \mathcal{F}_b + \mathcal{F}_c = \tfrac{3}{2}\mathcal{F}_m \cos(\theta_d - \omega t) \tag{6.10}$$

A Equação (6.10) descreve uma onda de fmm girando em torno da armadura no sentido do aumento de θ_d. Para um observador movendo-se com um ponto sobre a onda, a fmm é constante e

$$\theta_d - \omega t = \text{uma constante} \tag{6.11}$$

de onde obtemos

$$\frac{d\theta_d}{dt} = \omega \tag{6.12}$$

A Equação (6.12) nos diz que a fmm da reação da armadura está girando em torno da armadura na velocidade angular ω igual à velocidade angular do rotor. Portanto, esta fmm é estacionária em relação à fmm produzida pelo enrolamento CC do rotor. O fluxo resultante no entreferro entre o estator e o rotor é produzido pela resultante dessas duas forças magnetomotrizes.

Se desprezarmos a saturação e lembrarmos que estamos considerando uma máquina de rotor cilíndrico, podemos considerar separadamente os fluxos produzidos por cada uma dessas fmms, e dizer que ϕ_f é produzido pela corrente CC no rotor e ϕ_{ar} é produzido pela reação de armadura. Quando um fluxo com distribuição senoidal está girando em torno da armadura, o máximo fluxo concatenado com uma bobina ocorre quando a orientação da fmm, que causa esse fluxo, coincide com o eixo da bobina, porém nesse instante a taxa de variação do fluxo concatenado é zero. Da mesma maneira, quando o rotor tiver girado 90° o fluxo concatenado com a bobina está 90° defasada do fluxo concatenado. Aplicando a lei de Lenz e levando em consideração os sentidos positivos da corrente na bobina e da fmm na Figura 6.2, poderíamos mostrar que a tensão induzida está atrasada em relação à fmm, em vez de adiantada.

6.3 MODELO DE CIRCUITO DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA

Para traçar o diagrama fasorial para a fase a, visualizamos as componentes em separado do fluxo no eixo da bobina a; isto é, onde θ_d é igual a zero. O fluxo do rotor ϕ_f é o único a ser considerado quando a corrente de armadura é zero. Esse fluxo ϕ_f gera a tensão em vazio *Eao* que designamos aqui por E_f. O fluxo ϕ_{ar} devido à fmm da reação da armadura $\mathcal{F}_{ar}$ está em fase com a corrente i_a (para $\theta_d = 0$) como pode ser visto comparando as Equações (6.2) e (6.10) e observando que $\cos\omega t = \cos(-\omega t)$. A soma de ϕ_f e ϕ_{ar}, desprezando a saturação, é ϕ_r que é o fluxo resultante que gera a tensão E_r nos enrolamentos da bobina que compõe a fase a. O diagrama fasorial para a fase a é mostrado na Figura 6.5. As tensões E_f e E_{ar} estão 90° atrasadas em relação aos fluxos ϕ_f e ϕ_{ar} que as geram. O fluxo resultante ϕ_r é o fluxo do entreferro da máquina e gera E_r no estator. Diagramas similares podem ser traçados para cada fase.

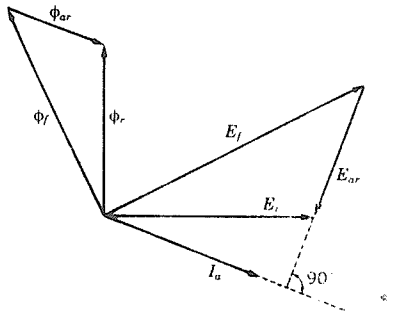


Figura 6.5 Diagrama fasorial mostrando a relação de tempo dos componentes de fluxo no eixo da bobina a ($\theta_d = 0$) e as tensões e correntes de fase a do gerador da Figura 6.2. Diagramas semelhantes podem ser traçados para as fases b e c e valem para todos os geradores de rotor cilíndrico.

Na Figura 6.5 notamos que E_{ar} está 90° atrasada em relação a I_a. O módulo de E_{ar} é determinado por ϕ_{ar} que, por sua vez, é proporcional a $|I_a|$ pois ele é o resultado da corrente da armadura. Então, podemos especificar uma reatância indutiva X_{ar} tal que

$$E_{ar} = -jI_aX_{ar} \tag{6.13}$$

A Equação (6.13) define E_{ar}, com o defasamento apropriado desta tensão com respeito a I_a. Então, a tensão gerada na fase a pelo fluxo do entreferro é E_r onde

$$E_r = E_f + E_{ar} = E_f - jI_aX_{ar} \tag{6.14}$$

A tensão gerada em cada fase pelo fluxo resultante excede o valor da tensão terminal de uma fase apenas pela queda de tensão devida à corrente de armadura vezes a reatância de dispersão X_l do enrolamento, sendo a resistência desprezada. Se a tensão terminal for V_t,

$$V_t = E_r - jI_aX_l \tag{6.15}$$

O produto I_aX_l equivale à queda de tensão causada por aquela porção do fluxo (produzido pela corrente de armadura) que não atravessa o entreferro da máquina. Então, das Equações (6.14) e (6.15)

$$V_t = \underbrace{E_f}_{\text{gerada em vazio}} - \underbrace{jI_aX_{ar}}_{\text{devido à reação da armadura}} - \underbrace{jI_aX_l}_{\text{devido à reatância de dispersão da armadura}} \tag{6.16}$$

ou

$$V_t = E_f - jI_aX_s \tag{6.17}$$

onde X_s, chamada reatância síncrona, é igual a $X_{ar} + X_l$. Se a resistência da armadura R_a for considerada, a Equação (6.17) tornar-se-á

$$V_t = E_f - I_a(R_a + jX_s) \tag{6.18}$$

R_a normalmente é bem menor que X_s, de forma que sua omissão aqui não tem grande influência, pois estamos mais interessados numa abordagem qualitativa.

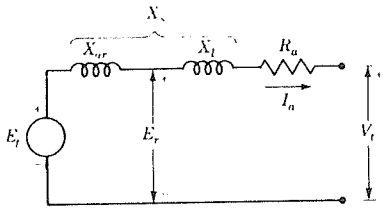


Figura 6.6 Circuito equivalente de um gerador CA.

Chegamos, neste ponto, a uma equação que nos permite representar o gerador por um circuito equivalente simples, porém muito conveniente e que é mostrado na Figura 6.6, o qual corresponde à Equação (6.18).

Um exame da Figura 6.5 revela um detalhe muito importante sobre o gerador síncrono. Quando a corrente I_a está 90° atrasada em relação à tensão em vazio E_f, ϕ_{ar} subtrai diretamente de ϕ_f, e ϕ_r é grandemente reduzido. Por outro lado, quando a corrente se adianta 90° em relação à tensão em vazio, ϕ_{ar} soma-se diretamente à ϕ_f, e ϕ_r é aumentado. A relação entre E_f, E_{ar} e E_t para esses dois casos é mostrada na Figura 6.7. Se uma carga altamente indutiva for aplicada a um gerador, a tensão em seus terminais estará bem abaixo da tensão terminal em vazio. Por outro lado, uma carga capacitiva fará com que a tensão terminal do gerador aumente bastante acima de seu valor em vazio. Esses resultados ajudam a verificar nosso diagrama fasorial e nosso circuito equivalente.

Ao desenvolvermos esta teoria, restringimo-nos a considerar uma máquina de dois pólos. A teoria se aplica igualmente bem a uma máquina multipolar, mas seu desenvolvimento é um pouco mais complexo porque temos de levar em conta as diferenças entre graus elétricos e mecânicos.

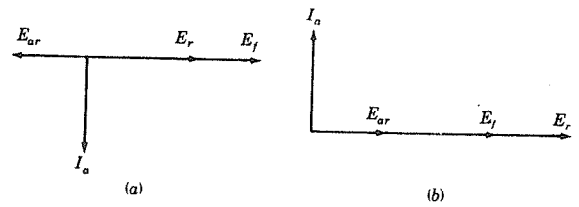


Figura 6.7 Diagramas fasoriais mostrando a relação entre E_f e E_{ar}, quando a corrente fornecida pelo gerador está, em relação a E_f: (*a*) 90° atrasada; (*b*) 90° adiantada.

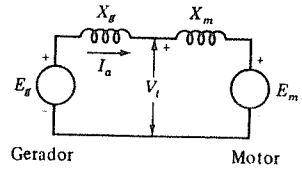


Figura 6.8 Circuito para um gerador e um motor. I_a é a corrente fornecida pelo gerador e recebida pelo motor.

Os princípios que abordamos poderiam ser estendidos ao motor síncrono. O circuito equivalente para o motor é idêntico ao do gerador com o sentido inverso da corrente. As tensões geradas do gerador e do motor são geralmente identificadas pela notação de subíndice simples como E_g e E_m, respectivamente, em vez de E_f, especialmente quando eles estão no mesmo circuito como na Figura 6.8, para os quais as equações são

$$V_t = E_g - jI_aX_g \tag{6.19}$$

e

$$V_t = E_m + jI_aX_m \tag{6.20}$$

As reatâncias síncronas do gerador e do motor são X_g e X_m, respectivamente, e a resistência de armadura é desprezada.

Quando estudarmos faltas numa máquina síncrona, no Capítulo 10, veremos que a corrente que circula imediatamente após a ocorrência de uma falta difere do valor que circula em regime permanente. Em vez da reatância síncrona X_s, usamos a *reatância subtransitória* X'' ou *reatância transitória* X' na simulação de máquinas síncronas para cálculo de faltas. Estas reatâncias serão usadas em alguns problemas, mesmo antes dos futuros estudos de faltas no Capítulo 10.

Quando estivermos considerando máquinas de pólos salientes, teremos de levar em conta a diferença entre o caminho de fluxo diretamente pela face polar (chamado eixo direto) e o caminho entre os pólos (chamado eixo em quadratura). Para isso, a corrente da armadura é dividida em duas componentes. Uma delas está 90° defasada da tensão E_f gerada em vazio, e a outra está em fase com E_f. A primeira componente produz a fmm cujo fluxo causa uma queda de tensão calculada pelo produto desta corrente pela chamada reatância síncrona de *eixo direto* X_d. A outra componente está em fase com E_f e produz a fmm e o fluxo que causa uma queda de tensão calculada pelo produto desta componente de corrente pela reatância síncrona do *eixo em quadratura* X_q.

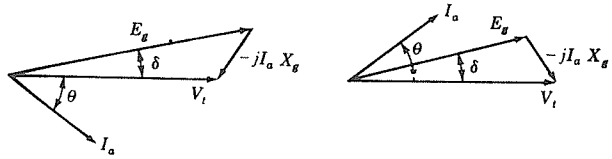
A Tabela A.4 no Apêndice lista os valores em p.u. de várias reatâncias para as máquinas síncronas. Como mostra a tabela, os valores de X_d e X_q são iguais em máquinas de rotor cilíndrico. Por esta razão, não necessitamos considerar X_d e X_q, separadamente, no nosso estudo da reação da armadura, mas simplesmente adotamos a reatância síncrona X_s. Para simplificar nosso trabalho, continuaremos a supor que todas as máquinas síncronas tenham rotor cilíndrico. A teoria das duas reações, que estuda as reatâncias de eixo direto e em quadratura, pode ser encontrada na maioria dos livros sobre máquinas CA. A Tabela A.4 também fornece valores para X'_d e X''_d.

6.4 EFEITO DA EXCITAÇÃO DA MÁQUINA SÍNCRONA

A variação da excitação da máquina síncrona constitui um fator importante para o controle do fluxo de potência reativa. Primeiramente, consideraremos um gerador ligado por seus terminais a um sistema de grande potência, um sistema tão grande que a tensão V_t em seus terminais não será alterada por qualquer variação que ocorra na excitação do gerador. A barra na qual o gerador é ligado é chamada *barra infinita* que significa que sua tensão permanecerá constante e não haverá variação de freqüência mesmo que ocorram variações na potência de entrada ou na excitação de campo do gerador síncrono a ela ligado. Se decidirmos manter um determinado valor de potência de entrada do gerador para o sistema, $|V_t| \cdot |I_a| \cos\theta$ permanecerá constante quando variarmos a excitação de campo CC, e com isso variarmos $|E_g|$. Então, para um valor elevado ou baixo de $|E_g|$, os diagramas fasoriais do gerador são mostrados pela Figura 6.9. O ângulo δ é chamado *ângulo de conjugado* ou *ângulo de potência* da máquina. A excitação normal é definida para quando

$$|E_g| \cos\delta = V_t \tag{6.21}$$

Para a condição da Figura 6.9*a*, o gerador está sobreexcitado e fornece corrente atrasada ao sistema. A máquina também pode ser considerada como recebendo corrente adiantada do sistema. Como um capacitor, ela fornece potência reativa ao sistema. A Figura 6.9*b* é para um gerador subexcitado fornecendo corrente adiantada ao sistema, ou que pode ser considerado como que solicitando corrente atrasada do sistema. O gerador subexcitado recebe potência reativa do sistema. Esta ação pode ser explicada pela fmm da reação de armadura. Por exemplo, quando o gerador é sobreexcitado deve fornecer corrente atrasada, pois a corrente atrasada produz uma fmm em oposição, de modo a reduzir a sobreexcitação.

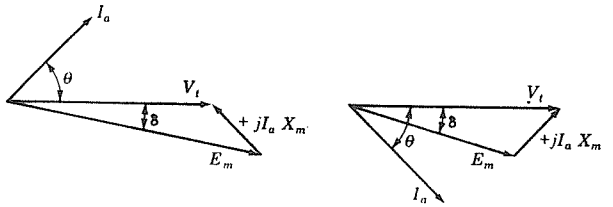


(*a*) Gerador sobreexcitado (*b*) Gerador subexcitado

Figura 6.9 Diagrama fasorial do gerador (*a*) sobreexcitado e (*b*) subexcitado. I_a é a corrente entregue pelo gerador.

Notamos que E_g está adiantada em relação a V_t na Figura 6.9, o que é sempre verdadeiro para um gerador e necessário para satisfazer a Equação (6.19).

A Figura 6.10) mostra o motor síncrono sobreexcitado e subexcitado, solicitando a mesma potência na mesma tensão terminal. O motor sobreexcitado solicita corrente adiantada e se comporta como um circuito capacitivo quando visto do sistema para o qual ele fornece potência reativa. O motor subexcitado solicita corrente em atraso, absorve potência reativa e se comporta tal qual um circuito indutivo quando visto do sistema. Pela Figura 6.10, vemos que E_m está atrasada em relação a V_t de modo a satisfazer a Equação (6.20), e isto é sempre verdadeiro para o motor síncrono. Em resumo, as Figuras 6.9 e 6.10 mostram-nos que os geradores e motores *sobreexcitados fornecem* potência reativa ao sistema e os geradores e motores *subexcitados absorvem* potência reativa do sistema.



(*a*) Motor sobreexcitado (*b*) Motor subexcitado

Figura 6.10 Diagrama fasorial do motor (*a*) sobreexcitado e (*b*) subexcitado. I_a é a corrente absorvida pelo motor.

6.5 TRANSFORMADOR IDEAL

Agora já temos modelos para linhas de transmissão e máquinas síncronas e estamos em condições de estudar os transformadores que consistem em duas ou mais bobinas situadas de tal forma que são enlaçadas pelo mesmo fluxo. Num transformador de potência, as bobinas são colocadas sobre um núcleo de ferro de modo a confinar o fluxo de uma maneira que a quase totalidade desse fluxo enlace todas as bobinas. As várias bobinas podem ser conectadas em série ou em paralelo, de modo a formar um enrolamento, e podem ser empilhadas sobre o núcleo de forma alternada com as de outro ou outros enrolamentos.

A Figura 6.11 é uma foto de um transformador trifásico que eleva a tensão do gerador de uma usina nuclear para a tensão da linha de transmissão. Os valores nominais desse transformador são 750 MVA e 525/22,8 kV.

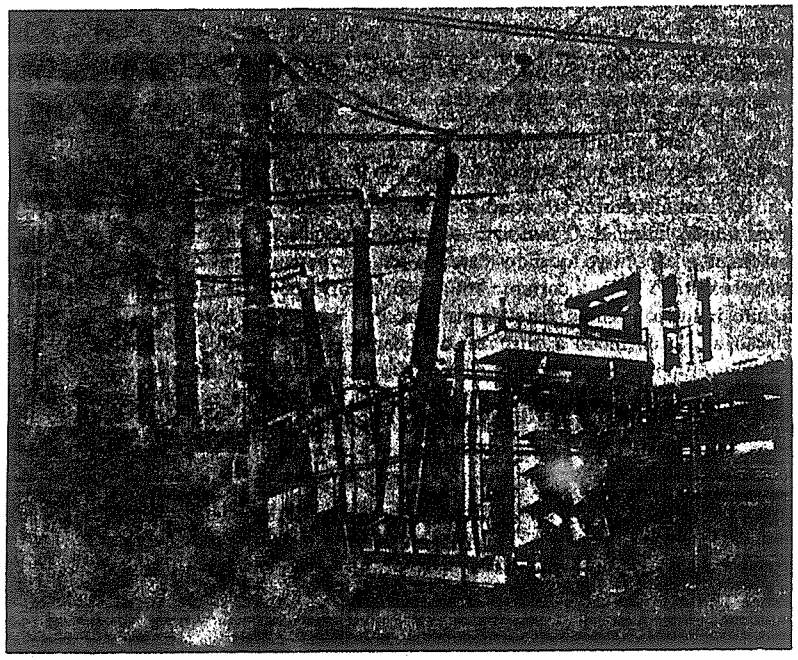


Figura 6.11 Fotografia de um transformador de 750 MVA, 525/22,8 kV. (*Cortesia da Duke Power Company.*)

A Figura 6.12 mostra como dois enrolamentos podem ser posicionados sobre um núcleo de ferro para constituir um transformador monofásico do tipo chamado núcleo envolvente. O número de espiras num enrolamento pode ser de várias centenas até vários milhares.

Começaremos nossa análise supondo que o fluxo varia senoidalmente no núcleo e que o transformador é *ideal*,* o que significa que a permeabilidade μ do núcleo é infinita e a resistência dos enrolamentos é nula. Com a permeabilidade infinita do núcleo, todo o fluxo fica confinado no núcleo e, portanto, enlaça todas as espiras de ambos os enrolamentos. A tensão e induzida em cada enrolamento pelo fluxo variável é também a tensão terminal v dos enrolamentos pois a resistência dos enrolamentos é nula.

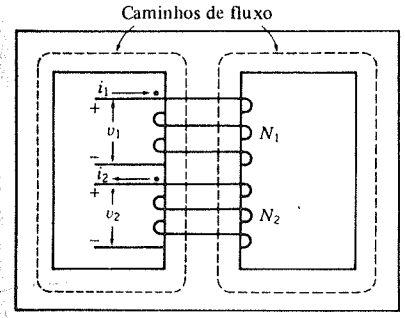


Figura 6.12 Transformador de dois enrolamentos.

Da relação dos enrolamentos mostrada pela Figura 6.12, podemos ver que as tensões e_1 e e_2 induzidas pelo fluxo variável estão em fase definidas pelas marcas de polaridade + e - indicadas na figura. Pela Lei de Faraday

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \tag{6.22}$$

e

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \tag{6.23}$$

onde ϕ é o valor instantâneo do fluxo e N_1 e N_2 são os números de espiras dos enrolamentos *1* e *2*, como mostra a Figura 6.12. Como supusemos uma variação senoidal para o fluxo, podemos converter para a forma fasorial após dividir a Equação (6.22) pela Equação (6.23), para obter

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{6.24}$$

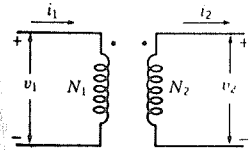


Figura 6.13 Representação esquemática de um transformador de dois enrolamentos.

Geralmente, não conhecemos os sentidos em que as bobinas de um transformador estão enroladas. Uma maneira de identificar o enrolamento é colocar um ponto em um terminal de cada enrolamento de tal forma que todos os terminais assinalados com um ponto sejam positivos no mesmo instante; isto é, as quedas de tensão a partir dos terminais marcados com um ponto

para os não marcados, de todos os enrolamentos, estarão todos em fase. Na Figura 6.12, esses pontos são mostrados no transformador de dois enrolamentos conforme essa convenção. Também observarmos que o mesmo resultado é obtido se colocarmos os pontos de tal maneira que a corrente que circula desde um terminal marcado para o outro não marcado, de cada enrolamento, produza uma fmm atuando no mesmo sentido do circuito magnético. A Figura 6.13 é uma representação esquemática do transformador e fornece a mesma informação sobre o transformador que a da Figura 6.12.

Para obter a relação entre as correntes i_1 e i_2 nos enrolamentos, aplicamos a Lei de Ampère, a qual estabelece que a fmm em torno de um caminho fechado é

$$\oint H \cdot ds = i \tag{6.25}$$

onde i é a corrente envolvida pela integral de linha da intensidade de campo H em torno do caminho. Aplicando essa lei ao redor de cada um dos caminhos fechados do fluxo, mostrado pelas linhas tracejadas da Figura (6.12), i_1 é enlaçada N_1 vezes e a corrente i_2 é envolvida N_2 vezes. Entretanto, $N_1 i_1$ e $N_2 i_2$ produzem forças magnetomotrizes em sentidos opostos e

$$\oint H \cdot ds = N_1 i_1 - N_2 i_2 \tag{6.26}$$

O sinal negativo deveria mudar para positivo se tivéssemos escolhido o sentido oposto para a corrente i_2. A integral da intensidade de campo H ao redor do caminho fechado é nula quando a permeabilidade é infinita. Então, convertendo para a forma fasorial, temos

$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0 \tag{6.27}$$

Então

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{6.28}$$

e I_1 e I_2 estão em fase. Observe que I_1 e I_2 estarão em fase se adotarmos a corrente como sendo positiva quando entra no terminal marcado de um enrolamento e deixa o terminal marcado do outro enrolamento. Se o sentido escolhido para uma das correntes for invertido, elas estarão 180° defasadas.

Da Equação (6.28)

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \tag{6.29}$$

e, no transformador ideal, I_1 deve ser nulo se I_2 for nulo.

O enrolamento ao qual uma impedância ou outra carga pode ser ligada é chamado enrolamento *secundário* e se diz que quaisquer elementos de circuitos conectados a esse enrolamento estão no lado do secundário do transformador. De modo similar, o enrolamento que está ligado à fonte de energia é chamado enrolamento *primário* e está no lado do primário. Em sistema de

potência, a energia geralmente circula em ambos os sentidos através do transformador e a designação de primário e secundário perde seu significado. Porém, esses termos são de uso generalizado, e nós só os usaremos quando não causarem confusão.

Se uma impedância Z_2 é ligada ao enrolamento 2 do circuito da Figura 6.12 ou Figura 6.13

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} \tag{6.30}$$

e substituímos V_2 e I_2 pelos valores obtidos das Equações (6.24) e (6.28),

$$Z_2 = \frac{(N_2/N_1)V_1}{(N_1/N_2)I_1} \tag{6.31}$$

e essa impedância vista do enrolamento primário será

$$Z_2' = \frac{V_1}{I_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 \tag{6.32}$$

Portanto, a impedância ligada ao lado secundário fica referida ao primário, multiplicando a impedância no secundário pelo quadrado da relação de tensões do primário e secundário.

Podemos observar, também, que $V_1 I_1$ e $V_2 I_2$ são iguais como mostra a seguinte equação que faz uso das Equações (6.24) e (6.28)

$$V_1 I_1 = \frac{N_1}{N_2} V_2 \times \frac{N_2}{N_1} I_2 = V_2 I_2 \tag{6.33}$$

e, de igual modo

$$V_1 I_1^* = V_2 I_2^* \tag{6.34}$$

então, os volt-ampères e a potência complexa na entrada do enrolamento primário são iguais a essas mesmas grandezas na saída do secundário, desde que consideremos um transformador ideal.

Exemplo 6.1 Se $N_1 = 2000$ e $N_2 = 500$ no circuito da Figura 6.13 e se $V_1 = 1200\angle 0°$ V e $I_1 = 5\angle -30°$ A com uma impedância Z_2 ligada ao secundário, achar V_2, I_2, Z_2 e a impedância Z_2' que é definida como sendo o valor de Z_2 referido ao lado primário do transformador.

Solução

$$V_2 = \frac{500}{2000}(1200\angle 0°) = 300\angle 0° \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{2000}{500}(5\angle -30°) = 20\angle -30° \text{ A}$$

$$Z_2 = \frac{300\angle 0^\circ}{20\angle -30^\circ} = 15\angle 30^\circ\ \Omega$$

$$Z_2' = (15\angle 30^\circ)\left(\frac{2000}{500}\right)^2 = 240\angle 30^\circ\ \Omega$$

ou

$$Z_2' = \frac{1200\angle 0^\circ}{5\angle -30^\circ} = 240\angle 30^\circ\ \Omega$$

6.6 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UM TRANSFORMADOR REAL

O transformador ideal é uma primeira etapa no estudo de transformador real, no qual (1) a permeabilidade não é infinita, (2) a resistência do enrolamento está presente, (3) perdas ocorrem no núcleo de ferro devido às variações cíclicas do sentido do fluxo, e (4) nem todo o fluxo que enlaça um enrolamento enlaça os outros enrolamentos.

Quando uma tensão senoidal for aplicada ao enrolamento de um transformador com núcleo de ferro e com o secundário em aberto, uma pequena corrente circulará no primário de tal maneira que, num transformador bem projetado, a densidade máxima de fluxo B_m ocorrerá no joelho da curva B-H, ou curva de saturação do transformador. Essa corrente é chamada corrente de magnetização. As perdas no ferro ocorrem devido, primeiramente, às variações cíclicas do sentido do fluxo no ferro as quais requerem energia que é dissipada como calor e é chamada *perda por histerese*. A segunda perda ocorre por correntes circulantes que são induzidas no ferro devido ao fluxo variável, e estas correntes produzem uma perda $|I|^2R$ no ferro chamada *perda por correntes parasitas*. A perda por histerese é reduzida com o uso, no núcleo, de ligas de aço especiais. As perdas por correntes parasitas são reduzidas montando o núcleo com folhas de aço laminadas. Com o secundário aberto, o primário do transformador é, simplesmente, um circuito de elevada impedância devida ao núcleo de ferro. A corrente fica atrasada um pouco menos de 90° em relação à tensão aplicada e a componente de corrente em fase com a tensão corresponde à perda de energia no núcleo. No circuito equivalente de magnetização, a corrente I_E é considerada como circulando num circuito em paralelo formado por uma susceptância B_L e uma condutância G.

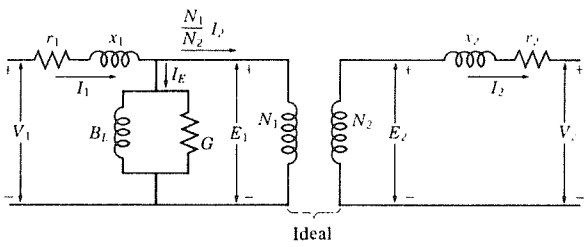


Figura 6.14 Circuito equivalente do transformador usando o conceito do transformador ideal.

No transformador real de dois enrolamentos, parte do fluxo que enlaça o enrolamento primário não enlaça o secundário. Esse fluxo é proporcional à corrente do primário e causa uma queda de tensão que corresponde a uma reatância indutiva x_1, chamada *reatância de dispersão*, a qual é colocada em série com o enrolamento primário do transformador ideal. Uma reatância x_2 semelhante deve ser acrescentada também ao enrolamento secundário para levar em conta a tensão devida ao fluxo que enlaça o secundário porém não enlaça o primário. Quando também consideramos as resistências r_1 e r_2 dos enrolamentos, temos o modelo de transformador mostrado na Figura 6.14. Neste modelo, o transformador ideal é a conexão entre os parâmetros r_1, x_1, G e B_L colocados no lado do primário do transformador, e r_2 e x_2 colocados no lado do secundário.

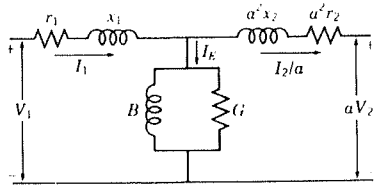


Figura 6.15 Circuito equivalente do transformador com o caminho para corrente de magnetização.

O transformador ideal pode ser omitido no circuito equivalente se referirmos todos os parâmetros do transformador ao lado de alta tensão ou ao lado de baixa tensão. Por exemplo, se referirmos todas as tensões, correntes e impedâncias do circuito da Figura 6.14, em relação ao circuito do primário o qual tem N_1 espiras e, para simplicidade, fizermos $a = N_1/N_2$, teremos o circuito da Figura 6.15. Muitas vezes, desprezamos a corrente de magnetização porque ela é muito pequena comparada aos valores usuais das correntes de carga. Para simplificar ainda mais o circuito, fazemos

$$R_1 = r_1 + a^2 r_2 \tag{6.35}$$

e

$$X_1 = x_1 + a^2 x_2 \tag{6.36}$$

para obtermos o circuito equivalente da Figura 6.16. Todas as impedâncias e tensões na parte do circuito conectado aos terminais do secundário devem, agora, ser referidas ao lado do primário.

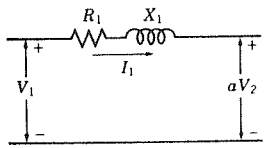


Figura 6.16 Circuito equivalente do transformador, desprezando a corrente de magnetização.

Exemplo 6.2 Um transformador monofásico tem 2.000 espiras no enrolamento primário e 500 no secundário. As resistências de enrolamento são $r_1 = 2{,}0\ \Omega$ e $r_2 = 0{,}125\ \Omega$. As reatâncias de dispersão são $x_1 = 8{,}0\ \Omega$ e $x_2 = 0{,}50\ \Omega$. A resistência da carga Z_2 é $12\ \Omega$. A tensão aplicada nos terminais do enrolamento primário é de 1.200 V. Achar V_2 e a regulação de tensão. Desprezar a corrente de magnetização.

Solução

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{2000}{500} = 4$$

$$R_1 = 2 + 0{,}125(4)^2 = 4{,}0\ \Omega$$

$$X_1 = 8 + 0{,}5(4)^2 = 16\ \Omega$$

$$Z'_2 = 12 \times (4)^2 = 192\ \Omega$$

O circuito equivalente é mostrado na Figura 6.17

$$I_1 = \frac{1200}{192 + 4 + j16} = 6{,}10\underline{/-4{,}67^\circ}\ \text{A}$$

$$aV_2 = 6{,}10\underline{/-4{,}67^\circ} \times 192 = 1171{,}6\underline{/-4{,}67^\circ}\ \text{V}$$

$$V_2 = \frac{1171{,}6\underline{/-4{,}67^\circ}}{4} = 292{,}9\underline{/-4{,}67^\circ}\ \text{V}$$

$$\text{Regulação de tensão} = \frac{1200/4 - 292{,}9}{292{,}9} = 0{,}0242 \quad \text{ou} \quad 2{,}42\%$$

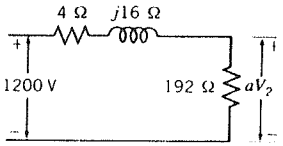


Figura 6.17 Circuito para o Exemplo 6.2.

Embora a corrente de magnetização possa ser desprezada, como no Exemplo 6.2, para a maioria dos cálculos em sistemas de potência, G e B_L podem ser calculados para o circuito equivalente por meio de um teste de circuito aberto. A tensão nominal é aplicada ao enrolamento primário com os outros enrolamentos abertos. A impedância medida nos terminais deste enrolamento, cujas resistência e reatância de dispersão são r_1 e x_1, é

$$Z = r_1 + jx_1 + \frac{1}{G + jB_L} \tag{6.37}$$

e como r_1 e x_1 são muito pequenos comparados com a impedância medida, G e B_L podem ser determinados dessa maneira.

Os parâmetros R e X do transformador de dois enrolamentos são determinados pelo teste de curto-circuito no que a impedância é medida nos terminais de um enrolamento enquanto o outro enrolamento é curtocircuitado. Uma tensão adequada é aplicada de modo a circular a corrente nominal. Como é requerida apenas uma pequena tensão, a corrente de magnetização é insignificante e a impedância medida é praticamente equivalente a $R + jX$.

6.7 AUTOTRANSFORMADOR

O autotransformador difere do transformador comum pois os seus enrolamentos são, ao mesmo tempo, eletricamente conectados e acoplados por um fluxo mútuo. Podemos estudar o autotransformador ligando eletricamente os enrolamentos de um transformador ideal. A Figura 6.18*a* é o diagrama esquemático de um transformador ideal, e a Figura 6.18*b* mostra como os enrolamentos são conectados eletricamente de modo a formar um autotransformador. Aqui, os enrolamentos estão dispostos de maneira que suas tensões sejam aditivas, embora eles possam ser ligados de modo a se oporem mutuamente. A grande desvantagem do autotransformador é que a isolação elétrica entre os enrolamentos fica perdida, mas o exemplo seguinte demonstra o aumento da potência nominal que se verifica.

Exemplo 6.3 Um transformador monofásico de 30 kVA, com tensões nominais 240/120 V, é conectado como autotransformador como mostra a Figura 6.18*b*. A tensão nominal é aplicada ao enrolamento de baixa tensão. Considere o transformador como sendo ideal e a carga sendo tal que as correntes nominais $|I_1|$ e $|I_2|$ circulem nos enrolamentos. Determine $|V_2|$ e os kVA nominais do autotransformador.

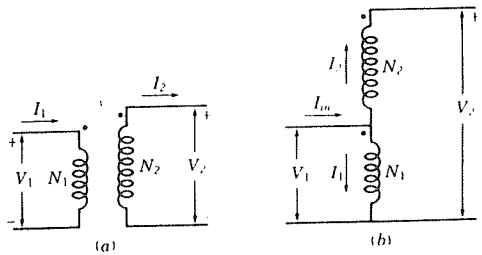


Figura 6.18 Diagrama esquemático do transformador ideal conectado (*a*) na maneira usual e (*b*) como um autotransformador.

Solução

$$|I_1| = \frac{30.000}{120} = 250\ \text{A}$$

$$|I_2| = \frac{30.000}{240} = 125\ \text{A}$$

$$|V_2| = 240 + 120 = 360\ \text{V}$$

Os sentidos escolhidos para corrente positiva, ao se definir I_1 e I_2 em relação aos terminais marcados com um ponto, mostram que estas correntes estão em fase. Então, a corrente de entrada é

$$|I_{ent}|\underline{/\theta} = |I_1|\underline{/\theta} + |I_2|\underline{/\theta}$$

$$|I_{ent}| = 250 + 125 = 375 \text{ A}$$

A entrada em kVA é

$$375 \times 120 \times 10^{-3} = 45 \text{ kVA}$$

A saída em kVA é

$$125 \times 360 \times 10^{-3} = 45 \text{ kVA}$$

Por exemplo, vemos que o autotransformador deu-nos uma relação de tensões maior que o transformador comum e transmitiu mais potência elétrica entre os dois lados do transformador. Portanto, o autotransformador fornece maior potência nominal pelo mesmo custo. Ele também opera mais eficientemente pois as perdas permanecem as mesmas da conexão comum. Entretanto, a perda da isolação elétrica entre os lados de AT e BT do autotransformador é geralmente o fator decisivo em favor da conexão comum na maioria das aplicações. Em sistemas de potência, os autotransformadores trifásicos são usados freqüentemente para produzirem pequenos ajustamentos nas tensões de barra.

6.8 IMPEDÂNCIA POR UNIDADE EM CIRCUITOS COM TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS

Os valores ôhmicos da resistência e da reatância de dispersão de um transformador dependem de que lado se efetuam as medidas, se do lado de AT ou de BT do transformador. Se seus valores são expressos em por-unidade (p.u.), a base em kVA é tomada como sendo a potência nominal do transformador. A tensão-base é escolhida como sendo a tensão nominal do enrolamento de baixa tensão, se os valores da resistência e reatância de dispersão estiverem referidos no lado BT do transformador; caso esses valores estejam referidos no lado AT, é adotada a tensão nominal do lado AT como base de tensão. A impedância p.u. do transformador é a mesma, independente do fato de ter sido obtida a partir dos valores ôhmicos referidos nos lados de AT ou de BT do transformador, como mostra o exemplo seguinte.

Exemplo 6.4 Os valores nominais de um transformador monofásico são 2,5 kV e 110/440 V. A reatância de dispersão medida do lado BT é 0,06 Ω. Determine a reatância de dispersão em p.u.

Solução

$$\text{Impedância-base BT} = \frac{0{,}110^2 \times 1000}{2{,}5} = 4{,}84\ \Omega$$

Em p.u.

$$X = \frac{0{,}06}{4{,}84} = 0{,}0124 \text{ p.u.}$$

Se a reatância de dispersão fosse medida do lado AT, seu valor seria

$$X = 0{,}06\left(\frac{440}{110}\right)^2 = 0{,}96\ \Omega$$

$$\text{Impedância-base AT} = \frac{0{,}440^2 \times 1000}{2{,}5} = 77{,}5\ \Omega$$

Em p.u.

$$X = \frac{0{,}96}{77{,}5} = 0{,}0124 \text{ p.u}$$

Uma grande vantagem em se trabalhar com valores p.u. é obtida por meio da escolha adequada de diferentes bases para os circuitos ligados entre si através de um transformador. Para se usufruir dessa vantagem, em um sistema monofásico, as bases de tensão para o circuito conectado através do transformador devem ter a mesma razão que a relação de espiras dos enrolamentos do transformador. Com essa escolha de bases de tensão e com a mesma base de potência, o valor p.u. de uma impedância será o mesmo quer quando calculado em relação a um lado do transformador quer quando calculado em relação ao outro lado do transformador.

Então, o transformador é representado completamente por sua impedância $(R + jX)$ em p.u. quando a corrente de magnetização é desprezada. Não há necessidade de transformação de tensão em p.u. quando esse sistema é usado, e a corrente também terá o mesmo valor em p.u. em ambos os lados do transformador se a corrente de magnetização for desprezada.

Exemplo 6.5 Três partes de um sistema elétrico monofásico são designadas por *A*, *B* e *C* e estão interligadas entre si através de transformadores, como mostra a Figura 6.19. As características dos transformadores são:

$A - B$ 10.000 kVA, 138/13,8 kV, reatância 10%
$B - C$ 10.000 kVA, 138/69 kV, reatância 8%

Se as bases no circuito B forem 10.000 kVA e 138 kV, calcular a impedância em p.u. da resistência de carga de 300 Ω no circuito C referida aos circuitos C, B e A. Trace o diagrama de impedância, desprezando a corrente de magnetização, as resistências dos transformadores e a impedância da linha. Determine a regulação de tensão se a tensão na carga for 66 kV com a suposição de que a tensão de entrada no circuito A permaneça constante.

Solução

$$\text{Tensão-base no circuito } A = 0{,}1 \times 138 = 13{,}8 \text{ kV}$$

$$\text{Tensão-base no circuito } C = 0{,}5 \times 138 = 69 \text{ kV}$$

$$\text{Impedância-base no circuito } C = \frac{69^2 \times 1000}{10.000} = 476\ \Omega$$

$$\text{Impedância em p.u. da carga no circuito } C = \frac{300}{476} = 0{,}63 \text{ p.u.}$$

Como a escolha da base de tensão nas várias partes do sistema foi determinada pelas relações de transformação dos transformadores, a impedância em p.u. da carga referida a qualquer parte do sistema será a mesma. Isso pode ser verificado como segue:

$$\text{Impedância-base do circuito } B = \frac{138^2 \times 1000}{10.000} = 1900\ \Omega$$

$$\text{Impedância da carga referida ao circuito } B = 300 \times 2^2 = 1200\ \Omega$$

$$\text{Impedância em p.u. da carga referida a } B = \frac{1200}{1900} = 0{,}63 \text{ p.u.}$$

$$\text{Impedância-base do circuito } A = \frac{13{,}8^2 \times 1000}{10.000} = 19\ \Omega$$

$$\text{Impedância da carga referida a } A = 300 \times 2^2 \times 0{,}1^2 = 12\ \Omega$$

$$\text{Impedância em p.u. da carga referida a } A = \frac{12}{19} = 0{,}63 \text{ p.u.}$$

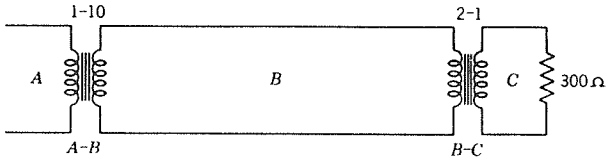


Figura 6.19 Circuito do Exemplo 6.5.

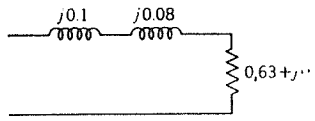


Figura 6.20 Diagrama de impedância do Exemplo 6.5. As impedâncias estão assinaladas em p.u.

A Figura 6.20 é o diagrama de impedância adequado com as impedâncias colocadas em p.u. O cálculo da regulação é

$$\text{Tensão na carga} = \frac{66}{69} = 0{,}957 + j0 \text{ p.u}$$

$$\text{Corrente na carga} = \frac{0{,}957 + j0}{0{,}63 + j0} = 1{,}52 + j0 \text{ p.u.}$$

$$\text{Tensão na entrada} = (1{,}52 + j0)(j0.10 + j0{,}08) + 0{,}957$$

$$= 0{,}957 + j0{,}274 = 0{,}995 \text{ p.u.}$$

$$\text{Tensão na entrada} = \text{tensão na saída com carga removida}$$

Portanto:

$$\text{Regulação} = \frac{0{,}995 - 0{,}957}{0{,}957} \times 100 = 3{,}97\%$$

Devido à vantagem anteriormente apontada, o princípio seguido no exemplo acima, para a escolha da base nas várias partes do sistema, é sempre adotado para o cálculo dos valores em p.u. ou percentuais. A base de potência deve ser a mesma em todas as partes do sistema, e a escolha da base de tensão em uma parte do sistema determina os valores das bases de tensão para as outras partes do sistema de acordo com as relações de transformação dos transformadores. Seguindo esse princípio de fixação das bases de tensão ser-nos-á permitido reunir, em um diagrama de impedância, as impedâncias em p.u. calculadas nas diferentes partes do sistema.

6.9 TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Três transformadores monofásicos idênticos podem ser conectados de tal maneira que os três enrolamentos de uma das tensões nominais estejam ligadas em Δ e os três enrolamentos da outra tensão nominal estejam ligados em Y de modo a formar um transformador trifásico. Dizemos que tal transformador é ligado em Y-Δ ou Δ-Y. As outras conexões possíveis são Y-Y e Δ-Δ. Se cada um dos três enrolamentos monofásicos tiver três enrolamentos (primário, secundário e terciário), dois conjuntos podem ser ligados em Y e um em Δ, ou dois em Δ e o outro

em Y. Em vez de serem usados três transformadores monofásicos idênticos, é mais usual a utilização de uma unidade formada por um transformador trifásico onde todas as três fases estão em uma única estrutura de ferro. A teoria de um transformador trifásico é a mesma que a de um banco trifásico de transformadores monofásicos.

Consideremos um exemplo numérico de um transformador em Y-Y formado de três transformadores monofásicos, cada um de 25 MVA, 38,1/3,81 kV. As características como transformador trifásico serão, portanto, 75 MVA, 66/6,6 kV ($\sqrt{3} \times 38{,}1 = 66$). A Figura 6.21 mostra o transformador com uma carga resistiva equilibrada de 0,6 Ω por fase no lado de baixa tensão. Os enrolamentos do primário e do secundário, desenhados em direções paralelas, pertencem ao mesmo transformador monofásico. Como o circuito é equilibrado e estamos supondo tensões trifásicas equilibradas, o neutro da carga e o neutro do enrolamento de baixa tensão estão no mesmo potencial. Portanto, cada resistor de 0,6 Ω é considerado como estando diretamente conectado a um enrolamento de 3,81 kV, tanto se os neutros estiverem interligados ou não. No lado de alta tensão a impedância medida entre a fase e neutro é

$$0{,}6\left(\frac{38{,}1}{3{,}81}\right)^2 = 0{,}6\left(\frac{66}{6{,}6}\right)^2 = 60\ \Omega$$

A Figura 6.22*a* mostra os mesmos três transformadores conectados em Y-Δ à mesma carga resistiva de 0,6 ohms por fase. No que se refere ao valor da tensão nos terminais de baixa tensão, o banco de transformadores em Y-Δ pode ser substituído por um banco em Y-Y desde que cada transformador monofásico (ou cada par de enrolamentos de fase de um transformador trifásico) tenha uma relação de espiras de 38,1/2,2 kV como mostra a Figura 6.22*b*. Os transformadores das Figuras 6.22*a* e *b* são equivalentes se não considerarmos os defasamentos. Como veremos no Capítulo 11, há um defasamento entre as tensões dos dois lados (AT e BT) do transformador Y-Δ, que não precisa aqui ser levado em conta. A Figura 6.22*b* mostra-nos, que, vista do lado de alta tensão, a resistência de cada fase da carga é

$$0{,}6\left(\frac{38{,}1}{2{,}2}\right)^2 = 0{,}6\left(\frac{66}{3{,}81}\right)^2 = 180\ \Omega$$

Aqui, o fator de multiplicação é igual ao quadrado da relação entre as tensões de linha, e não ao quadrado da relação de transformação dos enrolamentos individuais do transformador Y-Δ.

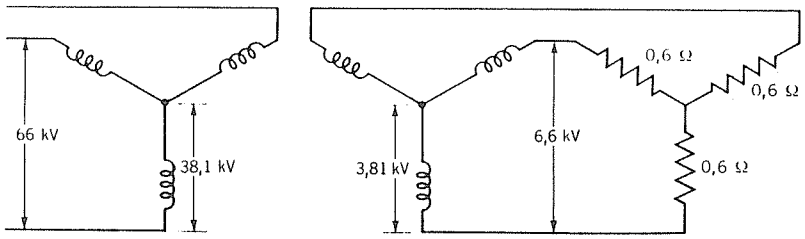


Figura 6.21 Transformador Y-Y de 66/6,6 kV.

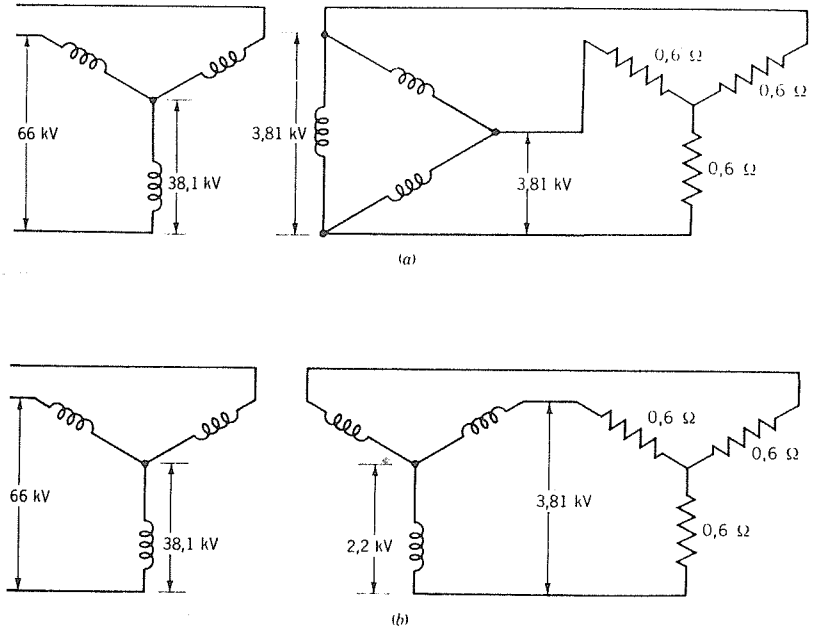


Figura 6.22 Transformador da Figura 6.21: (*a*) ligado em Y-Δ; (*b*) substituído por um transformador Y-Y com a relação de transformação entre tensões de linha igual à do transformador Y-Δ.

Este estudo conduz à conclusão de que, para a transferência do valor ôhmico da impedância referido ao nível de tensão de um lado do transformador trifásico para o nível de tensão do outro lado do transformador, o fator de multiplicação é o quadrado de relação de tensões de linha, independente de estar o transformador conectado em Y-Y ou Y-Δ. Portanto, em cálculos usando p.u. de transformadores em circuitos trifásicos, seguimos o mesmo princípio desenvolvido para circuitos monofásicos e é necessário que as tensões-base dos dois lados do transformador tenham a mesma relação que a das tensões de linha nos dois lados do transformador. A potência-base é a mesma em cada lado.

Exemplo 6.6 Os três transformadores com valores nominais de 25 MVA, 38,1/3,81 kV, mostrados na Figura 6.22*a*, estão conectados em Y-Δ e ligados à carga equilibrada de três resistores de 0,6 ohms ligados em Y. Adote os valores de 75 MVA e 66 kV como bases para o lado de alta tensão e especifique a base para o lado de baixa tensão. Determine a resistência da carga em p.u. na base do lado BT. Então, determine a resistência de carga R_L, referida ao lado de AT e o valor em p.u. dessa resistência na base escolhida.

Solução Os valores nominais do transformador como banco trifásico são 75 MVA, 66 Y/3,81 Δ kV. Então, as bases para o lado BT são 75 MVA e 3,81 kV.

CLEVER S PEREIRA FILHO

A impedância-base para o lado BT é

$$\frac{(3{,}81)^2}{75} = 0{,}1935$$

e a resistência da carga em p.u. nesse lado é

$$R_L = \frac{0{,}6}{0{,}1935} = 3{,}10 \text{ p.u.}$$

A impedância-base no lado AT é

$$\frac{(66)^2}{75} = 58{,}1\ \Omega$$

e já vimos que a resistência por fase referida ao lado AT é 180 Ω. Então

$$R_L = \frac{180}{58{,}1} = 3{,}10 \text{ p.u.}$$

A resistência R e a reatância X de um transformador trifásico são medidas através de um teste de curto-circuito semelhante ao caso do transformador monofásico. Num circuito equivalente trifásico, R e X são ligados em cada linha a um transformador ideal trifásico. Como R e X têm o mesmo valor em p.u., quer calculado no lado AT quer no lado BT do transformador, o circuito equivalente monofásico que leva em conta o transformador será uma impedância $R + jX$ em p.u. sem o transformador ideal se todas as grandezas no circuito estiverem em p.u. através de uma escolha adequada de base.

A Tabela A.5, no Apêndice, lista valores típicos de impedâncias de transformador, os quais são praticamente iguais à reatância de dispersão tendo em vista que a resistência geralmente é menor que 0,01 p.u.

Exemplo 6.7 Um transformador trifásico tem 400 MVA e 220 Y/22 Δ kV como valores nominais. A impedância de curto-circuito medida no lado BT do transformador é 0,121 Ω e, devido à baixa resistência, este valor pode ser considerado igual à reatância de dispersão. Determine a reatância p.u. do transformador e o valor a ser usado para representar este transformador em um sistema cujas bases no lado AT são 100 MVA e 230 kV.

Solução Em sua própria base, a reatância do transformador é

$$\frac{0{,}121}{(22)^2/400} = 0{,}10 \text{ p.u.}$$

Na base escolhida, a reatância passa a ser

$$0{,}1\left(\frac{220}{230}\right)^2 \frac{100}{400} = 0{,}0228 \text{ p.u.}$$

6.10 IMPEDÂNCIAS POR UNIDADE DE TRANSFORMADORES DE TRÊS ENROLAMENTOS

Tanto o primário como o secundário de um transformador de dois enrolamentos possuem a mesma potência nominal, porém os enrolamentos de um transformador de três enrolamentos podem apresentar potências nominais diferentes. A impedância de cada enrolamento de um transformador desse tipo pode ser expressa em valor percentual ou por unidade, tomando por base os valores nominais de seus próprios enrolamentos, ou podem ser realizados testes para determinar as impedâncias. Em qualquer caso, entretanto, todas as impedâncias em p.u. no diagrama de impedâncias devem ser expressas em relação a uma mesma potência-base.

As três impedâncias podem ser medidas pelo teste-padrão de curto-circuito, como segue:

Z_{ps} = impedância medida no primário com o secundário curto-circuitado e o terciário aberto.
Z_{pt} = impedância medida no primário com o terciário curto-circuitado e o secundário aberto.
Z_{st} = impedância medida no secundário com o terciário curto-circuitado e o primário aberto.

Se as três impedâncias medidas em ohms forem referidas à tensão de um dos enrolamentos, as impedâncias de cada enrolamento em separado referidas a esse mesmo enrolamento estarão relacionadas às impedâncias medidas assim referidas, da seguinte maneira

$$\begin{aligned} Z_{ps} &= Z_p + Z_s \\ Z_{pt} &= Z_p + Z_t \\ Z_{st} &= Z_s + Z_t \end{aligned} \tag{6.38}$$

onde Z_p, Z_s e Z_t são as impedâncias dos enrolamentos primário, secundário e terciário referidas ao circuito primário se Z_{ps}, Z_{pt} e Z_{st} forem as impedâncias medidas e referidas ao circuito primário. Resolvendo as Equações (6.38), temos

$$\begin{aligned} Z_p &= \tfrac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{pt} - Z_{st}) \\ Z_s &= \tfrac{1}{2}(Z_{ps} + Z_{st} - Z_{pt}) \\ Z_t &= \tfrac{1}{2}(Z_{pt} + Z_{st} - Z_{ps}) \end{aligned} \tag{6.39}$$

As impedâncias dos três enrolamentos são ligadas em estrela para representar o circuito equivalente monofásico do transformador de três enrolamentos, desprezando a corrente de magnetização, como mostra a Figura 6.23. O ponto comum é fictício e nada relacionado com o o neutro do sistema. Os pontos p, s e t são conectados às extremidades do diagrama de impedância que representa as partes do sistema que está ligado aos enrolamentos primário, secundário e terciário do transformador. Desde que os valores ôhmicos das impedâncias devem estar referidos à mesma tensão, conclui-se que a conversão para impedâncias em p.u. exige a mesma potência-base para todos os três circuitos e exige também que as bases de tensão nos três circuitos apresentem as mesmas relações de transformações que as tensões de linha nominais dos três circuitos do transformador.

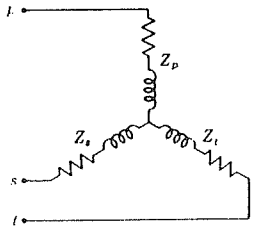


Figura 6.23 Circuito equivalente de um transformador trifásico. Os pontos *p*, *s* e *t* ligam o circuito do transformador aos pontos apropriados do circuito que representa as partes do sistema que está conectado aos enrolamentos do primário, secundário e terciário.

Exemplo 6.8 Os valores nominais de um transformador de três enrolamentos são:

Primário	Conexão Y; 66 kV; 15 MVA
Secundário	Conexão Y; 13,2 kV; 10,0 MVA
Terciário	Conexão Δ; 2,3 kV; 5 MVA

Desprezando as resistências, as impedâncias são

$$Z_{ps} = 7\% \text{ na base 15 MVA, 66 kV}$$
$$Z_{pt} = 9\% \text{ na base 15 MVA, 66 kV}$$
$$Z_{st} = 8\% \text{ na base 10 MVA, 13,2 kV}$$

Calcule as impedâncias em p.u. do circuito equivalente ligado em estrela, tomando como base 15 MVA e 66 kV no circuito primário.

Solução Com bases de 15 MVA, 66 kV no primário, as bases apropriadas para as impedâncias em p.u. do circuito equivalente são 15 MVA e 66 kV para o primário, 15 mVA e 13,2 kV para o secundário e 15 MVA e 2,3 kV para o terciário.

Z_{ps} e Z_{pt} são medidas no circuito do primário e, portanto, já expressas na base apropriada do circuito equivalente. Não há necessidade de mudança de base de tensão para Z_{st}. A mudança necessária de base de potência é feita da seguinte maneira

$$Z_{st} = 8\% \times 15/10 = 12\%$$

Em p.u., em relação à base especificada

$$Z_p = \tfrac{1}{2}(j0{,}07 + j0{,}09 - j0{,}12) = j0{,}02 \text{ p.u.}$$
$$Z_s = \tfrac{1}{2}(j0{,}07 + j0{,}12 - j0{,}09) = j0{,}05 \text{ p.u.}$$
$$Z_t = \tfrac{1}{2}(j0{,}09 + j0{,}12 - j0{,}07) = j0{,}07 \text{ p.u.}$$

Exemplo 6.9 Uma fonte de tensão constante (barra infinita) alimenta uma carga resistiva pura de 5 MW-2,3 kV e um motor síncrono de 7,5 MVA-13,2 kV com reatância subtransitória de $X'' = 20\%$. A fonte está ligada ao primário do transformador de três enrolamentos descrito no Exemplo 6.8. O motor e a carga resistiva estão conectados ao secundário e ao terciário do transformador. Trace o diagrama de impedância do sistema e coloque as impedâncias em p.u. para uma base de 66 kV, 15 MVA no primário.

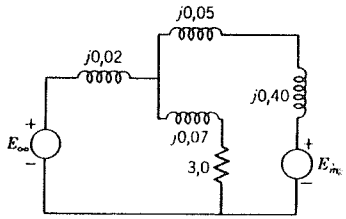


Figura 6.24 Diagrama de impedância do Exemplo 6.9.

Solução A fonte de tensão constante pode ser representada por um gerador sem impedância interna.

A resistência de carga é 1 p.u. na base de 5 MVA-2,3 kV no terciário. Expressa na base de 15 MVA-2,3 kV a resistência da carga é

$$R = 1{,}0 \times \frac{15}{5} = 3{,}0 \text{ p.u.}$$

Mudando a reatância do motor para uma base de 15 MVA-13,2 kV temos

$$X'' = 0{,}20\frac{15}{7{,}5} = 0{,}40 \text{ p.u.}$$

Na Figura 6.24 está o diagrama de impedância solicitado.

6.11 DIAGRAMA UNIFILAR

Temos, já, os modelos de circuito para linhas de transmissão, máquinas síncronas e transformadores. Veremos, agora, como agrupar todos esses componentes de forma a simular um sistema completo. Como o sistema trifásico é sempre resolvido como um circuito monofásico composto de uma das três linhas e o retorno de neutro, raramente é necessário representar mais do que uma fase e o neutro quando se traça o diagrama do circuito. Muitas vezes, o diagrama é mais simplificado omitindo o circuito completo através do neutro e indicando as partes compo-

nentes pelos símbolos padronizados em vez de seus circuitos equivalentes. Os parâmetros do circuito não são indicados e uma linha de transmissão é representada por uma reta apenas entre suas extremidades. Tal diagrama simplificado de um sistema elétrico é chamado diagrama unifilar. Ele representa, através de uma linha única e de símbolos padronizados, as linhas de transmissão e os elementos associados de um sistema de potência.

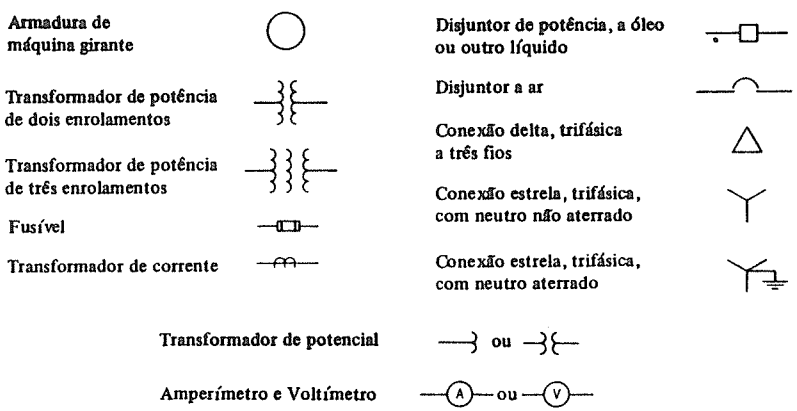


Figura 6.25 Símbolos dos dispositivos de potência.

A finalidade do diagrama unifilar é fornecer, de forma concisa, as principais informações sobre o sistema. A importância das diferentes características de um sistema varia de acordo com o problema sob consideração, e a quantidade de informação incluída no diagrama depende do propósito para o qual o diagrama está sendo destinado. Por exemplo, a localização de disjuntores e relés não é importante no estudo de carga. Disjuntores e relés não serão representados se a função principal do diagrama for para fornecer informação para esse estudo. Por outro lado, a determinação da estabilidade de um sistema sob condições transitórias resultantes de uma falta depende da velocidade com que os relés e disjuntores operam para isolar a parte do sistema com defeito. Portanto, as informações sobre os disjuntores podem ser da máxima importância. Às vezes, o diagrama unifilar inclui informação sobre os transformadores de corrente e de potencial que conectam os relés ao sistema ou que são instalados para medições. As informações encontradas num diagrama unifilar variam de acordo com o problema que se tem em mão e de acordo, também, com a experiência da empresa que prepara o diagrama.

O "American National Standards Institute" (ANSI) e o "Institute of Electrical and Electronics Engineers" publicaram um conjunto de símbolos padronizados para os diagramas elétricos†°. Nem todos os autores seguem esses símbolos de forma consistente, especialmente

† Veja "Graphic Symbols for Electric and Electronics Diagrams", *IEEE Std.* 315-1975.

° N.T. Veja, também, ABNT.

na representação de transformadores. A Figura 6.25 apresenta alguns desses símbolos que são geralmente usados. O símbolo básico para uma máquina ou uma armadura girante é o círculo, porém são listadas tantas adaptações desse símbolo básico que cada peça das máquinas elétricas girantes, de uso habitual, pode ser representada. Para quem não trabalha constantemente com diagrama unifilar, é mais compreensível representar uma determinada máquina pelo símbolo básico acompanhado da informação de seu tipo e características nominais.

Figura 6.26 Diagrama unifilar de um sistema elétrico.

É importante conhecer a localização dos pontos onde um sistema é conectado à terra de modo a se poder calcular quanto de corrente circula quando ocorre uma falta assimétrica para a terra. O símbolo padrão para designar Y trifásico com o neutro solidamente aterrado é mostrado na Figura 6.25. Se um resistor ou reator for inserido entre o neutro do Y e a terra, com a finalidade de limitar a circulação de corrente para a terra durante a falta, o símbolo adequado de resistência ou indutância pode ser acrescido ao símbolo padrão para Y aterrado. A maioria dos neutros de transformadores é solidamente aterrada em sistemas de transmissão. Os neutros em geradores geralmente são aterrados através de resistências um tanto elevadas e algumas vezes através de indutâncias.

A Figura 6.26 é o diagrama unifilar de um sistema de potência bastante simples. Dois geradores, um aterrado através de um reator e outro através de um resistor, são interligados a uma barra e, através de um transformador elevador, a uma linha de transmissão. Outro gerador, aterrado através de um reator, é ligado a uma barra e, através de um transformador, à extremidade oposta da linha de transmissão. Uma carga é ligada a cada barra. No diagrama, às vezes, são fornecidas informações sobre as cargas, as potências e tensões nominais dos geradores e transformadores, e reatâncias dos diferentes componentes do circuito.

6.12 DIAGRAMAS DE IMPEDÂNCIA E REATÂNCIA

Com o objetivo de calcular o desempenho de um sistema sob condições de carga ou na ocorrência de uma falta, o diagrama unifilar é usado para traçar o circuito equivalente monofásico do sistema. A Figura 6.27 combina os circuitos equivalentes dos vários componentes mostrados na Figura 6.26, de modo a formar o diagrama de impedância do sistema. Se for necessário um estudo de carga, as cargas indutivas *A* e *B* são representadas por resistência e reatância indutiva em série. O diagrama de impedância não inclui as impedâncias limitadoras de corrente mostradas no diagrama unifilar entre os neutros dos geradores e a terra porque nenhuma corrente

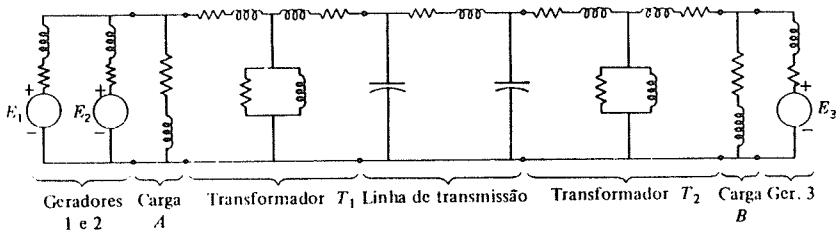


Figura 6.27 Diagrama de impedância correspondente ao diagrama unifilar da Figura 6.26.

circula pela terra sob condições equilibradas e os neutros dos geradores estão no mesmo potencial do neutro do sistema. Como a corrente de magnetização do transformador geralmente é desprezível comparada com a corrente de plena carga, a admitância em paralelo é comumente omitida no circuito equivalente do transformador.

Como previamente mencionado, a resistência geralmente é omitida quando se procede o cálculo de faltas, mesmo nos programas em computador digital. Naturalmente, a omissão da resistência introduz algum erro, porém os resultados são satisfatórios porque a reatância indutiva do sistema é muito maior do que sua resistência. A resistência e a reatância indutiva não se somam diretamente, e a impedância não será muito diferente da reatância indutiva se a resistência for pequena. As cargas que não incluem máquinas rotativas apresentam pouco efeito sobre a corrente total de linha durante uma falta e geralmente são omitidas. As cargas com motor síncrono, entretanto, sempre são incluídas para se fazer os cálculos de falta porque suas forças eletromotrizes geradas contribuem para a corrente de curto-circuito. O diagrama pode levar em conta os motores de indução, considerando uma fem gerada em série com uma reatância indutiva se o diagrama for usado para determinar a corrente imediatamente após a ocorrência de uma falta. Porém, os motores de indução são ignorados ao se calcular a corrente alguns ciclos após a ocorrência da falta porque a corrente contribuída pelo motor de indução desaparece muito rapidamente após ele ser curtocircuitado.

Se decidimos simplificar nosso cálculo da corrente de falta desconsiderando todas as cargas estáticas, todas as resistências, a corrente de magnetização de cada transformador e a capacitância da linha de transmissão, o diagrama de impedância se reduz ao diagrama de reatância da Figura 6.28. Estas simplificações aplicam-se apenas ao cálculo de faltas e não ao estudo de fluxo de carga, o qual será objeto do Capítulo 8. Se for disponível um computador, tal simplificação não será necessária.

Os diagramas de impedância e de reatância estudados aqui, às vezes são chamados diagramas de seqüência positiva pois apresentam as impedâncias para correntes equilibradas em um sistema trifásico simétrico. O significado desta designação se tornará evidente quando o Capítulo 11 for estudado.

Se os dados tivessem sido fornecidos com o diagrama unifilar, poderíamos assinalar os valores das reatâncias na Figura 6.28. Se tivéssemos de representar os valores ôhmicos, todos eles deveriam estar referidos ao mesmo nível de tensão como, por exemplo, o lado do transformador ligado à linha de transmissão. Entretanto, como já havíamos concluído, quando as bases

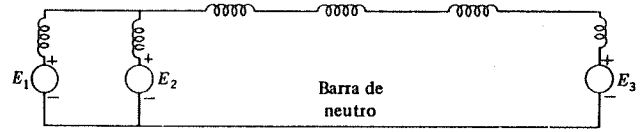


Figura 6.28 Diagrama de reatância adaptado da Figura 6.27, omitindo todas as cargas, resistências e admitâncias em paralelo.

estão especificadas adequadamente para as várias partes de um circuito conectado por um transformador, os valores em p.u., das impedâncias, determinados em sua própria parte do sistema, são os mesmos quando vistos de uma outra parte. Portanto, é necessário apenas calcular cada impedância em relação à base de sua própria parte do circuito. A grande vantagem em usar valores em p.u., é que não são necessários cálculos para referir uma impedância de um lado do transformador para outro lado.

Os seguintes pontos devem ficar gravados:

1. São escolhidas uma base de tensão e uma base de potência em uma parte do sistema. Os valores-base para um sistema trifásico são tomados como sendo valores de linha em kV e em kVA ou MVA trifásicos.
2. Para outras partes do sistema, isto é, nos outros lados dos transformadores, a base de tensão para cada parte é determinada de acordo com as relações de tensão de linha dos transformadores. A base de potência será a mesma em todas as partes do sistema. Será conveniente assinalar no diagrama unifilar as bases de tensão de cada parte do sistema.
3. As informações sobre impedâncias dos transformadores trifásicos geralmente são disponíveis em valores percentuais ou em p.u., em relação às bases determinadas por suas características nominais.
4. Para três transformadores monofásicos ligados numa conexão trifásica, seus valores nominais de potência e tensão ficam determinados de acordo com as características nominais de cada transformador monofásico. A impedância percentual para a unidade trifásica é a mesma que se usa para cada transformador monofásico.
5. Uma impedância em p.u. dada numa base diferente daquela estabelecida para a parte do sistema na qual o elemento está localizado deve ser mudada para a base apropriada de acordo com a Equação (2.52).

Exemplo 6.10 Um gerador trifásico de 300 MVA, 20 kV, tem uma reatância subtransitória de 20%. O gerador alimenta um certo número de motores síncronos através de uma linha de transmissão de 64 km, tendo transformadores em ambas as extremidades, como mostra o diagrama unifilar da Figura 6.29. Os motores, todos de 13,2 kV, estão representados por dois motores equivalentes. O neutro do motor M_1 está aterrado através de [illegible] reatância. O neutro do segundo motor M_2 não está aterrado (situação não usual). As entradas nominais para os motores são 200 MVA para M_1 e 100 MVA para M_2. Para ambos os motores $X'' = 20\%$. O transformador trifásico T_1, de 350 MVA, 230/20 kV, apresenta reatância de 10%. O transformador T_2 é composto de três transformadores monofásicos cada um de 100 MVA, 127/13,2 kV, com reatân-

cia de 10%. A reatância em série da linha de transmissão é 0,5 ohm/km. Trace o diagrama de reatâncias com todas as reatâncias assinaladas em p.u. Escolha os valores nominais do gerador como base no circuito deste.

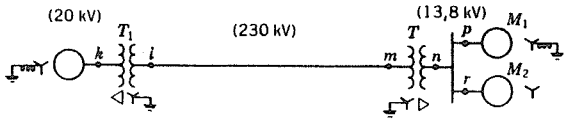


Figura 6.29 Diagrama unifilar para o Exemplo 6.10.

Solução A potência nominal trifásica do transformador T_2 é

$$3 \times 100 = 300 \text{ kVA}$$

e a relação entre suas tensões de linha é

$$\sqrt{3} \times 127/13{,}2 = 220/13{,}2 \text{ kV}$$

Uma base de 300 MVA, 20 kV, no circuito do gerador, requer uma base de potência de 300 MVA em todas as partes do sistema e as seguintes bases de tensão:

Na linha de transmissão: 230 kV (porque T_1 é de 230/20 kV)

No circuito do motor: $230 \dfrac{13{,}2}{220} = 13{,}8$ kV

Estas bases estão indicadas entre parênteses no diagrama unifilar da Figura 6.29. As reatâncias dos transformadores, convertidas para a base do sistema, são:

$$\text{Transformador } T_1\text{:}\quad X = 0{,}1 \times \frac{300}{350} = 0{,}0857 \text{ p.u.}$$

$$\text{Transformador } T_2\text{:}\quad X = 0{,}1\left(\frac{13.2}{13.8}\right)^2 = 0{,}0915 \text{ p.u.}$$

A impedância-base da linha de transmissão é:

$$\frac{(230)^2}{300} = 176{,}3\ \Omega$$

e a reatância da linha é:

$$\frac{0{,}5 \times 64}{176{,}3} = 0{,}1815 \text{ p.u.}$$

$$\text{Reatância do motor } M_1 = 0{,}2\left(\frac{300}{200}\right)\left(\frac{13{,}2}{13{,}8}\right)^2 = 0{,}2745 \text{ p.u.}$$

$$\text{Reatância do motor } M_2 = 0{,}2\left(\frac{300}{100}\right)\left(\frac{13{,}2}{13{,}8}\right)^2 = 0{,}5490 \text{ p.u.}$$

A Figura 6.30 apresenta o diagrama de reatâncias solicitado.

Exemplo 6.11 Se os motores M_1 e M_2 do Exemplo 6.10 tiverem entradas de 120 e 60 MVA, respectivamente, a 13,2 kV, e ambos operarem com fator de potência unitário, determine a tensão nos terminais do gerador.

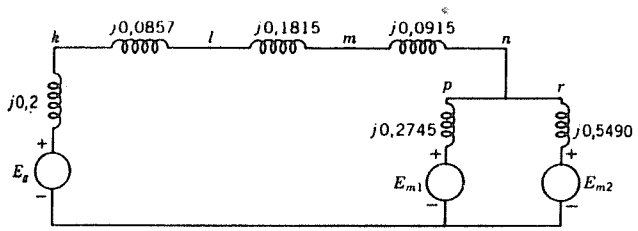


Figura 6.30 Diagrama de reatâncias para o Exemplo 6.10. As reatâncias estão em p.u. na base especificada.

Solução Os motores juntos solicitam 180 MW, ou

$$\frac{180}{300} = 0{,}6 \text{ p.u.}$$

Portanto, com V e I nos motores, em p.u.

$$|V| \cdot |I| = 0{,}6 \text{ p.u.}$$

e como

$$V = \frac{13{,}2}{13{,}8} = 0{,}9565\underline{/0^\circ} \text{ p.u.}$$

$$I = \frac{0{,}6}{0{,}9565} = 0{,}6273\underline{/0^\circ} \text{ p.u.}$$

No gerador

$$V = 0{,}9565 + 0{,}6273(j0{,}0915 + j0{,}1815 + j0{,}0857)$$
$$= 0{,}9565 + j0{,}2250 = 0{,}9826\underline{/13{,}2°} \text{ p.u.}$$

A tensão nos terminais do gerador é

$$0{,}9826 \times 20 = 19{,}65 \text{ kV}$$

6.13 VANTAGENS DOS CÁLCULOS EM POR-UNIDADE

Quando se usam valores em p.u. nos cálculos de sistemas elétricos, o trabalho fica muito simplificado. Uma apreciação real da importância do método usando p.u. só vem com a experiência. Algumas das vantagens do método estão resumidas abaixo.

1. Os fabricantes geralmente especificam a impedância dos equipamentos em valores percentuais ou em p.u. na base dos valores nominais de placa.
2. As impedâncias em p.u. das máquinas do mesmo tipo, e de valores nominais de tensão e potência muito diferentes, normalmente diferem muito pouco, embora seus valores ôhmicos sejam grandemente diferentes. Por esta razão, quando a impedância da máquina não é conhecida, é possível selecionar, de uma tabela com valores médios, uma impedância p.u. que será razoavelmente correta. A experiência que resulta quando se trabalha com valores em p.u. nos traz uma familiaridade com os valores adequados de impedância em p.u. para diferentes tipos de equipamentos.
3. Quando a impedância em ohms é especificada em circuito equivalente, cada impedância deve ser referida ao mesmo circuito através da multiplicação dessa impedância pelo quadrado da relação das tensões nominais dos dois lados do transformador que interliga o circuito de referência e o circuito que contém a impedância. A impedância em p.u., uma vez expressa na base apropriada, é a mesma quando referida a qualquer um dos lados de qualquer transformador.
4. A maneira como os transformadores estão conectados em circuitos trifásicos não afeta as impedâncias em p.u. do circuito equivalente, embora o tipo de conexão do transformador determine a relação entre as bases de tensão nos dois lados do transformador.

6.14 SUMÁRIO

A introdução, neste capítulo, dos circuitos equivalentes simplificados para o gerador síncrono e para o transformador é de grande importância para a parte restante de nosso estudo neste livro.

Vimos que o gerador síncrono entrega uma quantidade crescente de potência reativa ao sistema ao qual está ligado, à medida que sua excitação vai aumentando. Inversamente, quando sua excitação for reduzida, ele fornecerá menos potência reativa e quando estiver subexcitado, absorverá potência reativa do sistema. Esta análise foi feita supondo que o gerador estivesse ligado a um grande sistema com um porte tal que a tensão em seus terminais permanecia constante. No Capítulo 8, estenderemos esta análise para um gerador que alimenta um sistema representado pelo seu equivalente Thévenin.

Nos capítulos seguintes faremos os cálculos em p.u. quase que continuamente. Vimos como o transformador é eliminado no circuito equivalente pelo uso dos cálculos em p.u. É importante lembrar que a raiz quadrada de três não entra nos cálculos em p.u. devido à especificação de uma base de tensão de linha e uma base de tensão de fase por ela relacionadas.

O conceito de escolha adequada de uma base nas várias partes de um circuito unido por transformadores e o cálculo de parâmetros usando p.u. na base especificada para a parte do circuito ao qual os parâmetros pertencem é fundamental na montagem de um circuito equivalente a partir do diagrama unifilar.

PROBLEMAS

6.1 Mostre as etapas pelas quais a soma das três fmm expressas pelas Equações (6.6) a (6.8) pode ser transformada na onda viajante de fmm da Equação (6.10).

6.2 Determine a maior velocidade na qual dois geradores, montados sobre o mesmo eixo, podem ser acionados, de modo que a freqüência de um deles seja 60 Hz e a do outro seja 25 Hz. Quantos pólos tem cada máquina?

6.3 A reatância síncrona de um gerador é 1,0 p.u. e a reatância de dispersão de sua armadura é 0,1 p.u. A tensão de fase da fase a na barra de um grande sistema (barra infinita), à qual o gerador está ligado, é $1{,}0\underline{/0°}$ p.u., e o gerador está fornecendo uma corrente I_a igual a $1{,}0\underline{/-30°}$ p.u. Despreze a resistência dos enrolamentos e calcule (a) a queda de tensão na máquina devida à reação de armadura, (b) a tensão em vazio E_g entre fase e neutro da fase a do gerador, e (c) os valores p.u. de P e Q entregues à barra.

6.4 Resolva os itens (b) e (c) do Problema 6.3 para $I_a = 1{,}0\underline{/30°}$ p.u. e compare os resultados desses dois problemas.

6.5 Para uma determinada corrente de armadura em um gerador síncrono, a fmm devida à corrente de campo é duas vezes a devida à reação de armadura. Desprezando a saturação, calcule a relação entre a tensão E_r, gerada pelo fluxo de entreferro, e a tensão em vazio do gerador (a) quando a corrente da armadura I_a está em fase com E_r, (b) quando I_a está 90° atrasada em relação a E_r e (c) quando I_a está adiantada 90° em relação a E_r.

6.6 Um transformador monofásico é de 5,0 kVA, 440/220 V. Quando o lado de baixa tensão é curtocircuitado e são aplicados 35 V no lado de alta tensão, circula a corrente nominal nos enrolamentos e a entrada de potência é 100 W. Calcule a resistência e a reatância dos enrolamentos de AT e de BT, considerando que as perdas de potência e a relação entre reatância e resistência sejam as mesmas em ambos os enrolamentos.

6.7 Um transformador de 30 kVA, 1.200/120 V é ligado como autotransformador para fornecer 1.320 V a partir de uma barra de 1.200 V.

(*a*) Trace um diagrama nas conexões do transformador mostrando as marcações de polaridade nos enrolamentos e os sentidos escolhidos como positivo para a corrente em cada enrolamento, de forma que as correntes estejam em fase.

(*b*) Assinale no diagrama os valores de corrente nominal nos enrolamentos como também na entrada e na saída.

(*c*) Determine a potência aparente nominal do equipamento funcionando como autotransformador.

(*d*) Se o rendimento do transformador ligado para funcionamento em 1.200/120 V com carga nominal e fator de potência unitário de 97%, determine seu rendimento como autotransformador com corrente nominal nos enrolamentos, funcionando com tensão nominal e atendendo a uma carga com fator de potência unitário.

6.8 Resolva o Problema 6.7 com o transformador fornecendo 1.080 V a partir de uma barra de 1.200 V.

6.9 Uma carga resistiva de 8.000 kW, ligada em delta, está conectada ao lado BT, ligado em delta, de um transformador Y-Δ de 10.000 kVA, 138/13,8 kV. Calcule a resistência da carga em ohms em cada fase, vista do lado AT do transformador. Desconsidere a impedância do transformador e suponha a aplicação de tensão nominal ao primário do transformador.

6.10 Resolva o Problema 6.9, considerando os mesmos resistores ligados em estrela.

6.11 Três transformadores, cada um de 5 kVA, 220 V no lado secundário, são conectados em Δ-Δ e estão abastecendo uma carga puramente resistiva de 15 kW, 220 V. É feita uma alteração que reduz a carga para 10 kW, ainda puramente resistiva. Alguém sugere que, com dois terços da carga, um transformador pode ser removido e o sistema pode ser operado como delta aberto. Ainda estará sendo fornecida tensão trifásica equilibrada à carga porque duas das tensões de linha (e, portanto, também a terceira) permanecem inalteradas.

Para investigar esta sugestão:

(*a*) Determine cada uma das correntes de linha (módulo e ângulo) para a carga de 10 kW e removido o transformador entre a e c. (Suponha $V_{ab} = 220\angle 20°$, seqüência abc.)

(*b*) Calcule os kVA fornecidos individualmente pelos transformadores restantes.

(*c*) Que restrição deve ser colocada à carga para funcionamento em Δ aberto com esses transformadores?

(*d*) Pense por que a potência aparente de cada transformador individual inclui uma componente Q quando a carga é puramente resistiva.

6.12 Um transformador de 200 MVA, 345 Y/20,5 ΔkV interliga, a uma linha de transmissão, uma carga de 180 MVA-22,5 kV, com fator de potência 0,8 em atraso. Determine (*a*) as características nominais de cada um dos três transformadores monofásicos que, adequadamente conectados, serão equivalentes ao transformador trifásico e (*b*) a impedância complexa da carga em p.u. no diagrama de impedância, adotando uma base de 100 MVA-345 kV na linha de transmissão.

6.13 Um gerador de 120 MVA-19,5 kV tem $X_g = 1,5$ p.u. e é ligado a uma linha de transmissão através de um transformador de 150 MVA, 230 Y/18 ΔkV com $X = 0,1$ p.u. Se a base a ser usada nos cálculos for 100 MVA, 230 kV para a linha de transmissão, determine os valores em p.u. a serem usados para as reatâncias do transformador e do gerador.

6.14 Um transformador trifásico de 5.000 kVA, 115/13,2 kV apresenta uma impedância igual a $0,007 + j0,075$ p.u. O transformador é ligado a uma linha de transmissão curta cuja impedância é $0,02 + j0,10$ p.u. numa base de 10 MVA, 13,2 kV. A linha alimenta uma carga trifásica de 3.400 kW, 13,2 kV com fator de potência 0,85 em atraso. Se a tensão AT permanece constante em 115 kV quando a carga na extremidade da linha é desligada, calcule a regulação de tensão na carga. Trabalhe usando p.u. e adote a base 10 MVA-13,2 kV na carga.

6.15 O diagrama unifilar de um sistema sem carga está representado na Figura 6.31. São mostradas no diagrama as reatâncias das duas seções da linha de transmissão. Os geradores e transformadores apresentam as seguintes características:

Gerador 1:	20 MVA, 13,8 kV, $X'' = 0,20$ p.u.
Gerador 2:	30 MVA, 18 kV, $X'' = 0,20$ p.u.
Gerador 3:	30 MVA, 20 kV, $X'' = 0,20$ p.u.
Transformador T_1:	25 MVA, 220Y/13,8 ΔkV, $X = 10\%$
Transformador T_2:	Unidades monofásicas, cada uma sendo de 10 MVA, 127/18 kV, $X = 10\%$
Transformador T_3:	35 MVA, 220Y/22Y kV, $X = 10\%$

Trace um diagrama de impedância com todas as reatâncias representadas em p.u. e use letras para indicar os pontos correspondentes ao diagrama unifilar. Adote a base de 50 MVA-13,8 kV no circuito do gerador 1.

6.16 Trace o diagrama de impedância para o sistema de potência mostrado na Figura 6.32. Represente as impedâncias em p.u. Despreze as resistências e use uma base de 50 kVA-132 kV na linha de 40 Ω. As características dos geradores, motores e transformadores são:

Gerador 1:	20 MVA, 18 kV, $X'' = 20\%$
Gerador 2:	20 MVA, 18 kV, $X'' = 20\%$
Motor síncrono 3:	30 MVA, 13,8 kV, $X'' = 20\%$
Transformadores trifásicos:	Y-Y: 20 MVA, 138Y/20Y kV, $X = 10\%$
Transformadores trifásicos:	Y-Δ: 15 MVA, 138Y/13,8 Δ kV, $X = 10\%$

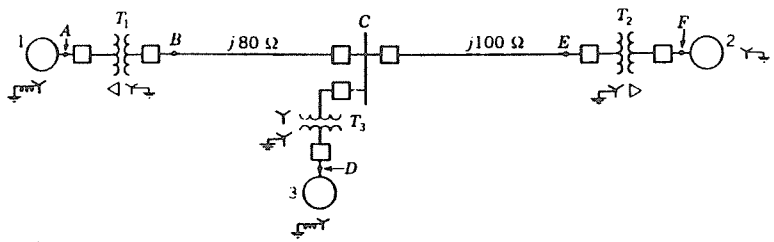


Figura 6.31 Diagrama unifilar para o Problema 6.15.

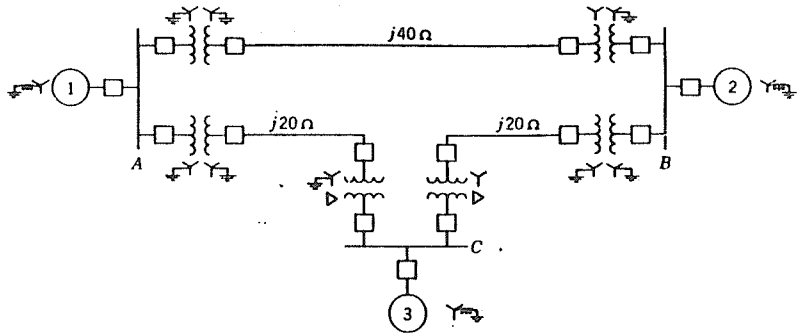


Figura 6.32 Diagrama unifilar para o Problema 6.16.

6.17 Se a tensão da barra C no Problema 6.16 for 13,2 kV quando o motor absorver 24 MW com fator de potência 0,8 adiantado, calcule as tensões das barras A e B. Suponha que os dois geradores dividam a carga igualmente. Dê a resposta em volts e em p.u. em relação à base escolhida para o Problema 6.16. Calcule as tensões em A e B quando o disjuntor que interliga o gerador 1 à barra A estiver aberto enquanto o motor solicita 12 MW na tensão 13,2 kV com fator de potência 0,8 adiantado. Todos os outros disjuntores permanecem fechados.

CAPÍTULO

7

CÁLCULO DE REDE

O desenvolvimento contínuo dos computadores digitais de grande capacidade e alta velocidade acarretaram uma mudança na relativa importância das várias técnicas de solução de redes de grande porte. A solução por computação digital é dependente das equações das redes. Conseqüentemente, é importante para o engenheiro da área de sistema de potência entender a formulação das equações das quais, com o objetivo de obter uma solução, é desenvolvido um programa a ser utilizado por computador.

Este capítulo não se propõe a ser uma revisão compreensiva das equações das redes mas servirá para rever e expandir os métodos de análise para os quais os programas computacionais de solução de problemas em sistemas de potência são grandemente dependentes.

De particular importância, neste capítulo, é a introdução sobre matrizes admitância de barra e impedância de barra que provarão ser utilíssimas em trabalhos posteriores.

7.1 EQUIVALÊNCIA DE FONTES

Um procedimento utilíssimo em alguns problemas de análise de rede é o da substituição de uma fonte de corrente constante em paralelo com uma impedância por uma fem em série com uma impedância. As duas partes da Figura 7.1 ilustram os circuitos. Ambas as fontes com suas impedâncias associadas estão conectadas a uma rede de dois terminais tendo uma impedância de entrada Z_L. A carga pode ser considerada como sendo uma rede passiva para o presente momento; isto é, quaisquer forças eletromotrizes na rede de carga serão consideradas curto-circuitadas e qualquer fonte de corrente como um circuito aberto.

Para o circuito possuindo fem. E_g constante e impedância em série Z_g, a tensão na carga é

$$V_L = E_g - I_L Z_g \tag{7.1}$$

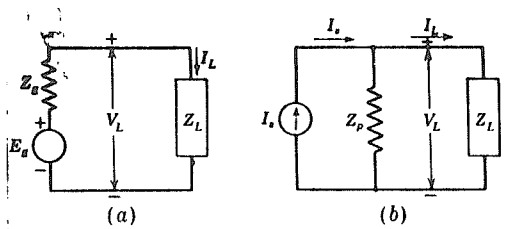


Figura 7.1 Circuitos ilustrando a equivalência de fontes.

onde I_L é a corrente de carga. Para o circuito possuindo uma fonte de corrente constante I_s com uma impedância paralela Z_p, a tensão na carga é

$$V_L = (I_s - I_L)Z_p = I_s Z_p - I_L Z_p \tag{7.2}$$

As duas fontes e suas impedâncias associadas serão equivalentes se a tensão V_L for a mesma em ambos os circuitos. Naturalmente, iguais valores de V_L significarão iguais correntes de carga I_L para cargas idênticas.

A comparação das Equações (7.1) e (7.2) mostra que V_L será idêntica em ambos os circuitos e, conseqüentemente, a fem e sua impedância em série poderão ser intercambiáveis com a fonte de corrente e sua impedância paralela desde que

$$E_g = I_s Z_p \tag{7.3}$$

e

$$Z_g = Z_p \tag{7.4}$$

Estas relações indicam que uma fonte de corrente constante e uma impedância paralela podem ser substituídas por uma fem constante e uma impedância em série se a impedância em série for igual à impedância paralela. Inversamente, uma fem constante e uma impedância em série podem ser substituídas por uma fonte de corrente constante e uma impedância paralela se a impedância em paralelo for idêntica à impedância em série e se a corrente constante for igual ao valor da fem dividida pela sua impedância em série.

Vimos as condições para equivalência de fontes ligadas a uma rede passiva. Considerando o princípio da superposição podemos indicar que o mesmo se aplica quando a saída é uma rede ativa; isto é, se a rede da saída inclui fontes de tensão e corrente. Para determinar a contribuição da alimentação se a rede de saída é ativa, o princípio da superposição determina curtocircuitar as fem na rede de saída e substituir as fontes de corrente por circuitos abertos enquanto as impedâncias permanecem intactas. Logo, a saída é uma rede passiva na medida do que concerne

a componente de corrente das fontes intercambiáveis. Para determinar as componentes de corrente nas redes de carga devidas às fontes na rede de carga devemos curtocircuitar as fem da fonte alimentadora para um caso e abrir a fonte de corrente para o outro caso. Então, somente Z_g ou sua equivalente Z_p está ligada nos teminais de entrada para a carga quando se determina o efeito da fonte na rede de carga independente do tipo de fonte de alimentação. Ainda, na aplicação do princípio de superposição, as componentes contribuídas pelas fontes na rede de carga são independentes do tipo de alimentação à medida que a impedância em série da fem iguala-se à impedância paralela da fonte de corrente. Conseqüentemente, as mesmas características para equivalência aplicam-se quando a rede de carga é ativa ou passiva.

7.2 EQUAÇÃO DE NÓS

As junções formadas quando dois ou mais elementos puros (R, L, C, fonte ideal de tensão ou de corrente) são ligados um ao outro nos seus terminais são chamadas *nó*. A formulação sistemática das equações baseada nos nós de um circuito pela aplicação da Lei de Kirchhoff sobre corrente é a base de algumas excelentes soluções computacionais de problemas em sistema de potência. Geralmente é conveniente considerar só aqueles nós que estão conectados a mais de dois elementos, denominando-se este ponto junção de *nós maiores*.

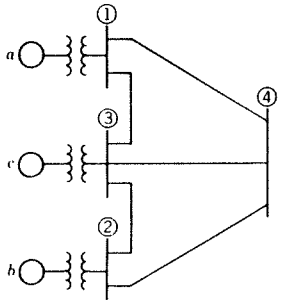


Figura 7.2 Diagrama unifilar de um sistema simples.

Com o objetivo de examinar algumas características das equações de nós, começaremos com o diagrama unifilar de um sistema simples indicado na Figura 7.2. Os geradores estão ligados através de transformadores às barras de alta tensão 1 e 3 e estão alimentando um motor síncrono na barra 2. Para propósitos de análise, todas as máquinas ligadas a uma barra são tratadas como uma só máquina e representadas por uma única fem e uma reatância em série. O diagrama de reatância, com as reatâncias especificadas em por-unidade, está indicado na Figura 7.3. Os nós estão indicados por pontos mas somente aos nós maiores serão indicados números. Se o circuito é redesenhado com as fems e as impedâncias em série conectando-as aos nós maiores substituídos por fontes equivalentes de corrente e admitâncias paralelas, o resultado é o da Figura 7.4. Valores em por-unidade para as admitâncias são usados em vez dos valores das impedâncias.

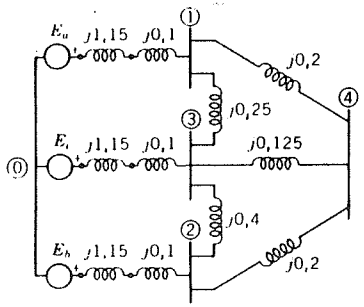


Figura 7.3 Diagrama de reatância para o sistema da Figura 7.2. Valores das reatâncias em por-unidade.

Notação com um único subscrito será usada para designar a tensão de cada barra com respeito ao neutro tomado como nó de referência 0. Aplicando a Lei de Kirchhoff sobre corrente ao nó 1 com corrente para o nó vindo da fonte e igualadas as correntes para fora do nó temos

$$I_1 = V_1 Y_a + (V_1 - V_3)Y_f + (V_1 - V_4)Y_d \tag{7.5}$$

e para o nó 4

$$0 = (V_4 - V_1)Y_d + (V_4 - V_2)Y_b + (V_4 - V_3)Y_e \tag{7.6}$$

Rearranjando estas equações resulta

$$I_1 = V_1(Y_a + Y_f + Y_d) - V_3 Y_f - V_4 Y_d \tag{7.7}$$

$$0 = -V_1 Y_d - V_2 Y_b - V_3 Y_e + V_4(Y_d + Y_e + Y_b) \tag{7.8}$$

Equações semelhantes podem ser formadas para os nós 2 e 3 e as quatro equações podem ser resolvidas simultaneamente para as tensões V_1, V_2, V_3 e V_4. Todas as correntes de ramos podem ser encontradas quando estas tensões são conhecidas e ainda o número necessário de equações de nós é igual ao número de nós da rede menos um. Uma equação de nó lançada para o nó de referência não acrescentará nenhuma informação. Em outras palavras, o número de equações de nós é igual ao número de nós menos um.

Não escrevemos as outras duas equações porque já podemos ver como formular as equações de nós numa notação padrão. Nas Equações (7.7) e (7.8) é claro que a corrente fluindo para a rede e vindo das fontes de corrente conectadas a um nó é igualada à soma de vários produtos.

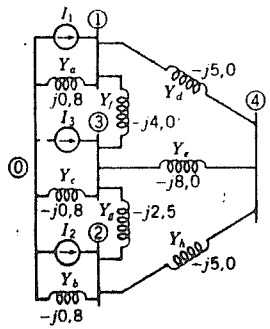


Figura 7.4 O circuito da Figura 7.3 com as fontes de corrente substituídas por fontes equivalentes de tensão. Os valores indicados estão em por-unidade.

Para qualquer nó, um dos produtos é a tensão daquele nó vezes a soma de todas as admitâncias que terminam nele. Este produto leva em conta a corrente que flui do nó se a tensão é zero nos outros nós. Os outros produtos são iguais ao negativo da tensão nos outros nós vezes a admitância ligada diretamente ao outro nó e o nó para o qual a equação está sendo formulada. Consequentemente, no nó 1, um dos produtos é $-V_3 Y_f$, que leva em conta a corrente para fora do nó 1 quando todas as outras tensões são zero, a não ser a do nó 3.

A forma-padrão para as quatro equações independentes na forma matricial é

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \tag{7.9}$$

A simetria das equações nesta forma torna-as fácil de memorizar e sua extensão para qualquer número de nós é evidente. A ordem dos subscritos Y segue o conceito de *efeito-causa*; isto é, o primeiro subscrito é o do nó para o qual as correntes estão sendo expressas e o segundo refere-se ao nó da tensão causadora desta componente da corrente. A matriz Y é designada por $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ e chama-se matriz admitância de barramento†. Esta matriz é simétrica com relação à diagonal. As admitâncias Y_{11}, Y_{22}, Y_{33} e Y_{44} são chamadas *admitâncias próprias* de cada nó e cada uma é igual à soma de todas as admitâncias concorrendo ao nó identificadas pela repetição de subscritos. As outras admitâncias são as *admitâncias mútuas* dos nós e cada uma é igual ao negativo da soma de todas as admitâncias ligadas diretamente entre os nós e identificadas pelos duplos subscritos. Para a rede da Figura 7.4, a admitância mútua Y_{13} é igual a $-Y_f$. Alguns autores chamam as admitâncias próprias e mútuas dos nós de auto-admitância e admitância de transferência dos nós.

† Quando uma letra designa uma matriz é usado um caractere em negrito.

A expressão geral para a fonte de corrente alimentando o nó k de uma rede com N nós independentes, isto é, N barras sem contar o neutro, é

$$I_k = \sum_{n=1}^{N} Y_{kn} V_n \tag{7.10}$$

Tal equação deve ser escrita para cada uma das N barras para as quais a tensão da rede é desconhecida. Se a tensão é conhecida em algum nó, a equação não é escrita para aquele nó. Por conseguinte, se tanto o módulo como o ângulo da tensão são conhecidos em duas das barras de alta tensão de nosso exemplo, então somente duas equações serão necessárias. Equações de nós podem ser escritas para as outras duas barras e somente uma delas terá tensão desconhecida. A fem conhecida e a impedância em série não precisam ser substituídas pela fonte equivalente de corrente se um dos terminais do elemento fem está ligado ao nó de referência, neste caso o nó que separa a fem da impedância em série é aquele onde a tensão é conhecida.

Exemplo 7.1 Escreva na forma matricial as equações de nós necessárias para calcular as tensões dos nós numerados da Figura 7.4. A rede é equivalente àquela da Figura 7.3. As fems indicadas na Figura 7.3 são $E_a = 1{,}5\angle 0°$, $E_b = 1{,}5\angle -36{,}87°$ e $E_c = 1{,}5\angle 0°$, todos em por-unidade.

Solução As fontes de corrente são

$$I_1 = I_3 = \frac{1{,}5\angle 0°}{j1{,}25} = 1{,}2\angle -90° = 0 - j1{,}20 \text{ p.u.}$$

$$I_2 = \frac{1{,}5\angle -36{,}87°}{j1{,}25} = 1{,}2\angle -126{,}87° = -0{,}72 - j0{,}96 \text{ p.u.}$$

As admitâncias próprias em por-unidade são

$$Y_{11} = -j5{,}0 - j4{,}0 - j0{,}8 = -j9{,}8$$
$$Y_{22} = -j5{,}0 - j2{,}5 - j0{,}8 = -j8{,}3$$
$$Y_{33} = -j4{,}0 - j2{,}5 - j8{,}0 - j0{,}8 = -j15{,}3$$
$$Y_{44} = -j5{,}0 - j5{,}0 - j8{,}0 = -j18{,}0$$

e as admitâncias mútuas em por-unidade são

$$Y_{12} = Y_{21} = 0 \qquad Y_{23} = Y_{32} = +j2{,}5$$
$$Y_{13} = Y_{31} = +j4{,}0 \qquad Y_{24} = Y_{42} = +j5{,}0$$
$$Y_{14} = Y_{41} = +j5{,}0 \qquad Y_{34} = Y_{43} = +j8{,}0$$

As equações de nós na forma matricial são

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}72 - j0{,}96 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - j1{,}20 = \begin{bmatrix} -j9{,}8 & j0{,}0 & j4{,}0 & j5{,}0 \\ j0{,}0 & -j8{,}3 & j2{,}5 & j5{,}0 \\ j4{,}0 & j2{,}5 & -j15{,}3 & j8{,}0 \\ j5{,}0 & j5{,}0 & j8{,}0 & -j18{,}0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

A matriz quadrada acima é identificada como a matriz admitância $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$.

Exemplo 7.2 Resolva as equações de nós do exemplo precedente com o objetivo de encontrar as tensões de barra pela inversão da matriz admitância.

Solução Pré-multiplicando ambos os lados da equação matricial do Exemplo 7.1 pela inversa da matriz admitância de barra (determinada através do uso de programa-padrão para computação digital) resulta

$$\begin{bmatrix} j0{,}4774 & j0{,}3706 & j0{,}4020 & j0{,}4142 \\ j0{,}3706 & j0{,}4872 & j0{,}3922 & j0{,}4126 \\ j0{,}4020 & j0{,}3922 & j0{,}4558 & j0{,}4232 \\ j0{,}4142 & j0{,}4126 & j0{,}4232 & j0{,}4733 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}72 - j0{,}96 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - j1{,}20 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

A matriz quadrada acima, obtida pela inversão da matriz admitância de barra, é chamada matriz impedância de barramento $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$. Executando a multiplicação de matrizes indicada, resulta

$$\begin{bmatrix} 1{,}4111 - j0{,}2668 \\ 1{,}3830 - j0{,}3508 \\ 1{,}4059 - j0{,}2824 \\ 1{,}4009 - j0{,}2971 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

e daí retiramos as tensões de nós que são

$$V_1 = 1{,}4111 - j0{,}2668 = 1{,}436\angle -10{,}71° \text{ p.u.}$$
$$V_2 = 1{,}3830 - j0{,}3508 = 1{,}427\angle -14{,}24° \text{ p.u.}$$
$$V_3 = 1{,}4059 - j0{,}2824 = 1{,}434\angle -11{,}36° \text{ p.u.}$$
$$V_4 = 1{,}4009 - j0{,}2971 = 1{,}432\angle -11{,}97° \text{ p.u.}$$

7.3 PARTIÇÃO DE MATRIZ

Um método muito útil de manipulação de matriz, chamado *partição*, consiste em identificar várias partes de uma matriz como submatrizes que serão tratadas como simples elementos quando da aplicação das regras usuais de multiplicação e adição. Por exemplo, assuma a matriz 3 × 3 **A** onde

$$\mathbf{A} = \left|\begin{array}{cc:c} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \hdashline a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array}\right| \tag{7.11}$$

A matriz é particionada em quatro submatrizes pelas linhas tracejadas horizontal e verticalmente. A matriz pode ser escrita como

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \mathbf{F} & \mathbf{G} \end{vmatrix} \tag{7.12}$$

onde as submatrizes são

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad \mathbf{E} = \begin{vmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{F} = [a_{31} \quad a_{32}] \qquad \mathbf{G} = a_{33}$$

Para indicar os passos para a multiplicação em termos de submatrizes assumamos que **A** deva ser pós-multiplicada por uma outra matriz **B** para formar o produto **C**, onde

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \hdashline b_{31} \end{vmatrix} \tag{7.13}$$

Com partição como indicado

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{J} \end{vmatrix} \tag{7.14}$$

onde as submatrizes são

$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{vmatrix} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{J} = b_{31}$$

Então o produto é

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} = \begin{vmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \mathbf{F} & \mathbf{G} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{J} \end{vmatrix} \tag{7.15}$$

As submatrizes são consideradas como simples elementos para obter

$$\mathbf{C} = \begin{vmatrix} \mathbf{DH} + \mathbf{EJ} \\ \mathbf{FH} + \mathbf{GJ} \end{vmatrix} \tag{7.16}$$

O produto é finalmente determinado, executando-se as multiplicações e adições indicadas para as submatrizes.

Se **C** é composta das submatrizes **M** e **N** tal que

$$\mathbf{C} = \begin{vmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{N} \end{vmatrix} \tag{7.17}$$

e comparando com a Equação (7.16) resulta

$$\mathbf{M} = \mathbf{DH} + \mathbf{EJ} \tag{7.18}$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{FH} + \mathbf{GJ} \tag{7.19}$$

Se desejamos determinar somente a submatriz **N**, pelas partições resulta que

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= [a_{31} \quad a_{32}] \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} + a_{33}b_{31} \\ &= a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} \end{aligned} \tag{7.20}$$

As matrizes a serem multiplicadas devem ser compatíveis originariamente. Cada linha de partição vertical entre as colunas r e $r+1$ do primeiro fator requer uma linha de partição horizontal entre as linhas r e $r+1$ do segundo fator para que se efetue a multiplicação das submatrizes de modo conveniente. Linhas de partição horizontal podem ser traçadas entre quaisquer linhas da matriz do primeiro fator e linhas verticais de partição entre quaisquer colunas do segundo fator ou ainda omitidas em uma delas ou em ambas. Um exemplo que aplica partição de matriz aparece no fim da seção seguinte.

7.4 ELIMINAÇÃO DE NÓS POR ÁLGEBRA MATRICIAL

Nós podem ser eliminados por manipulação de matrizes referentes às equações-padrão de nós. Entretanto, somente os nós nos quais não entra ou não sai corrente para a rede podem ser eliminados.

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{\text{barra}}\mathbf{V} \tag{7.21}$$

onde **I** e **V** são matrizes colunas e $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ é uma matriz quadrada e simétrica. As matrizes colunas podem ser arranjadas de tal maneira que os elementos associados com os nós a serem eliminados estejam nas linhas inferiores das matrizes. Os elementos das matrizes quadradas de

admitância são colocados em concordância. As matrizes colunas são particionadas de tal maneira que os elementos associados com os nós a serem eliminados são separados dos outros elementos. A matriz admitância é particionada de tal maneira que os elementos identificados somente com os nós a serem eliminados estejam separados dos outros elementos por linhas horizontais e verticais. Quando particionada de acordo com estas regras, a Equação (7.21) torna-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^T & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_A \\ \mathbf{V}_X \end{bmatrix} \tag{7.22}$$

onde $\mathbf{I}_X$ é a submatriz composta das correntes entrando no nó a ser eliminado e $\mathbf{V}_X$ é a submatriz composta das tensões destes nós. Obviamente, cada elemento de $\mathbf{I}_X$ é zero, senão os nós não poderiam ser eliminados. As admitâncias próprias e mútuas compondo $\mathbf{K}$ são aquelas identificadas somente com os nós retidos. $\mathbf{M}$ é composta de admitâncias próprias e mútuas identificadas somente com os nós a serem eliminados. Esta matriz $\mathbf{M}$ é uma matriz quadrada de ordem igual ao número de nós a serem eliminados. $\mathbf{L}$ e sua transposta $\mathbf{L}^T$ são compostas somente das admitâncias mútuas comuns a algum nó a ser retido e a outro que será eliminado.

Executando a multiplicação indicada na Equação (7.22) temos

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{K}\mathbf{V}_A + \mathbf{L}\mathbf{V}_X \tag{7.23}$$

e

$$\mathbf{I}_X = \mathbf{L}^T\mathbf{V}_A + \mathbf{M}\mathbf{V}_X \tag{7.24}$$

Como todos os elementos de $\mathbf{I}_X$ são zero, subtraindo $\mathbf{L}^T\mathbf{V}_A$ nos dois lados da Equação (7.24) e pré-multiplicando ambos os lados pela inversa de $\mathbf{M}$ (representada por $\mathbf{M}^{-1}$) resulta

$$-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L}^T\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_X \tag{7.25}$$

Esta expressão para $\mathbf{V}_X$ substituída na Equação (7.23) resulta

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{K}\mathbf{V}_A - \mathbf{L}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L}^T\mathbf{V}_A \tag{7.26}$$

que é uma equação de nós tendo como matriz admitância

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \mathbf{K} - \mathbf{L}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L}^T \tag{7.27}$$

Estas matrizes admitâncias permitem-nos construir o circuito com os nós indesejáveis já eliminados, como veremos no exemplo seguinte.

Exemplo 7.3 Se o gerador e o transformador da barra 3 são removidos do circuito da Figura 7.3, eliminando os nós 3 e 4 pelo procedimento algébrico-matricial descrito, encontre o circuito equivalente com aqueles nós eliminados e a potência complexa transferida para dentro ou para fora da rede no nó 1 e 2. Encontre, também, a tensão no nó 1.

Solução A matriz admitância de barramento do circuito particionado pela eliminação dos nós 3 e 4 é

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^T & \mathbf{M} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:cc} -j9{,}8 & 0{,}0 & j4{,}0 & j5{,}0 \\ 0{,}0 & -j8{,}3 & j2{,}5 & j5{,}0 \\ \hdashline j4{,}0 & j2{,}5 & -j14{,}5 & j8{,}0 \\ j5{,}0 & j5{,}0 & j8{,}0 & -j18{,}0 \end{array}\right]$$

A inversa da submatriz do circuito particionado localizada na posição à direita e embaixo é

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{-197}\begin{vmatrix} -j18{,}0 & -j8{,}0 \\ -j8{,}0 & -j14{,}5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} j0{,}0914 & j0{,}0406 \\ j0{,}0406 & j0{,}0736 \end{vmatrix}$$

Então

$$\mathbf{L}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L}^T = \begin{vmatrix} j4{,}0 & j5{,}0 \\ j2{,}5 & j5{,}0 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} j0{,}0914 & j0{,}0406 \\ j0{,}0406 & j0{,}0736 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} j4{,}0 & j2{,}5 \\ j5{,}0 & j5{,}0 \end{vmatrix}$$

$$= -\begin{vmatrix} j4{,}9264 & j4{,}0736 \\ j4{,}0736 & j3{,}4264 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \mathbf{K} - \mathbf{L}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L}^T = \begin{vmatrix} -j9{,}8 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & -j8{,}3 \end{vmatrix} - \mathbf{L}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{L}^T$$

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \begin{vmatrix} -j4{,}8736 & j4{,}0736 \\ j4{,}0736 & -j4{,}8736 \end{vmatrix}$$

Um exame da matriz indica-nos a admitância entre as duas barras restantes, 1 e 2: é $-j4{,}0736$ e sua recíproca é a impedância em por-unidade entre estas barras. A admitância entre cada uma destas barras e a referência é

$$-j4{,}8736 - (-j4{,}0736) = -j0{,}800 \text{ p.u.}$$

O circuito resultante está indicado na Figura 7.5*a*. Quando as fontes de correntes são convertidas nas suas equivalentes fontes de fem então o circuito, com impedâncias em por-unidade, é aquele da Figura 7.5*b*. Assim, a corrente é

$$I = \frac{1{,}5\underline{/0°} - 1{,}5\underline{/-36{,}87°}}{j(1{,}25 + 1{,}25 + 0{,}2455)} = \frac{1{,}5 - 1{,}2 + j0{,}9}{j(2{,}7455)}$$

$$= 0{,}3278 - j0{,}1093 = 0{,}3455\underline{/-18{,}44} \text{ p.u.}$$

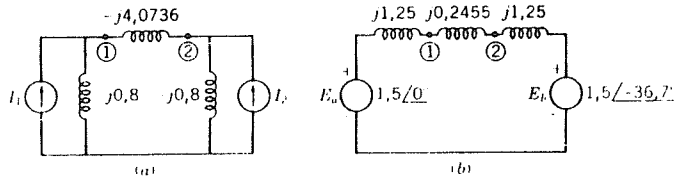


Figura 7.5 Circuito da Figura 7.3 sem a fonte no nó 3 (*a*) com a fonte equivalente de corrente e (*b*) com a fonte de tensão original nos nós 1 e 2.

Potência *para fora* da fonte *a* é

$$1{,}5\underline{/0^\circ} \times 0{,}3455\underline{/18{,}44^\circ} = 0{,}492 + j0{,}164 \text{ p.u.}$$

A potência *para a* fonte *b* é

$$1{,}5\underline{/-36{,}87^\circ} \times 0{,}3455\underline{/18{,}44^\circ} = 0{,}492 - j0{,}164 \text{ p.u.}$$

Note que os volt-ampère reativos no circuito são iguais a

$$(0{,}3455)^2 \times 2{,}7455 = 0{,}328 = 0{,}164 + 0{,}164$$

A tensão no nó 1 é

$$1{,}50 - j1{,}25(0{,}3278 - j0{,}1093) = 1{,}363 - j0{,}410 \text{ p.u.}$$

No circuito simples deste exemplo, a eliminação de nós poderia ser executada usando a transformação Y-Δ e trabalhando com combinação de impedâncias em série e paralelas. O método de partição de matrizes é um método geral, mais adequado a soluções por computador. Entretanto, pela eliminação de um grande número de nós, a matriz M, cuja inversa deve ser encontrada, será grande.

A inversão da matriz pode ser evitada fazendo a eliminação de um nó por vez, e o processo é bastante simples. O nó a ser eliminado deve ser o de numeração mais alta e provavelmente uma remuneração deva ser necessária. A matriz M torna-se de um só elemento e $\mathbf{M}^{-1}$ é a recíproca deste elemento. A matriz admitância original particionada nas submatrizes K, L, $\mathbf{L}^T$ e M é

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{k1} & \cdots & Y_{kj} & \cdots & Y_{kn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{matrix} \left.\vphantom{\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}}\right\} \mathbf{L} \\ \\ \\ \end{matrix} \qquad (7.28)$$

(K; $\mathbf{L}^T$; M)

a matriz reduzida $(n-1) \times (n-1)$ será, de acordo com a Equação (7.27)

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1j} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \\ Y_{k1} & \cdots & Y_{kj} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix} - \frac{1}{Y_{nn}} \begin{bmatrix} Y_{1n} \\ \vdots \\ Y_{kn} \\ \vdots \end{bmatrix} [Y_{n1} \cdots Y_{nj} \cdots] \qquad (7.29)$$

e quando a manipulação indicada das matrizes for executada, o elemento na linha k e coluna j da matriz resultante $(n-1) \times (n-1)$ será

$$Y_{kj\,(\text{nova})} = Y_{kj(\text{orig})} - \frac{Y_{kn} Y_{nj}}{Y_{nn}} \qquad (7.30)$$

Cada elemento na matriz original K deve ser modificado. Quando a Equação (7.28) é comparada à (7.30) pode-se ver como proceder. Multiplicamos o elemento da última linha e da mesma coluna com o elemento sendo modificado. Dividimos, então, este produto por Y_{nn} e subtraímos o resultado ao elemento sendo modificado. O seguinte exemplo ilustra este simples procedimento.

Exemplo 7.4 Faça a eliminação de nós do Exemplo 7.3, primeiro removendo o nó 4 e então removendo o nó 3.

Solução Como no Exemplo 7.3, a matriz original agora particionada para remoção de um nó é

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \left[\begin{array}{cccc} -j9{,}8 & 0{,}0 & j4{,}0 & j5{,}0 \\ 0{,}0 & -j8{,}3 & j2{,}5 & j5{,}0 \\ j4{,}0 & (j2{,}5) & -j14{,}5 & \boxed{j8{,}0} \\ \hline j5{,}0 & \boxed{j5{,}0} & j8{,}0 & -j18{,}0 \end{array}\right]$$

Para modificar o elemento $j2{,}5$ na linha 3 coluna 2, primeiro subtraia dele o produto dos elementos encaixados por retângulos e dividido pelo elemento posicionado no canto direito e embaixo. Encontramos assim o elemento modificado.

$$Y_{32} = j2{,}5 - \frac{j8{,}0 \times j5{,}0}{-j18{,}0} = j4{,}7222$$

De maneira semelhante, o elemento na linha 1 e coluna 1 é

$$Y_{11} = -j9{,}8 - \frac{j5{,}0 \times j5{,}0}{-j18{,}0} = -j8{,}4111$$

Os outros elementos são encontrados da mesma maneira para resultar

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} -j8{,}4111 & j1{,}3889 & j6{,}2222 \\ j1{,}3889 & -j6{,}9111 & j4{,}7222 \\ j6{,}2222 & j4{,}7222 & -j10{,}9444 \end{bmatrix}$$

Pela redução da matriz acima removendo o nó 3 resulta

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} -j4{,}8736 & j4{,}0736 \\ j4{,}0736 & -j4{,}8736 \end{bmatrix}$$

a qual é idêntica à matriz encontrada pelo método de partição quando dois nós foram removidos simultaneamente.

7.5 MATRIZES ADMITÂNCIAS E IMPEDÂNCIA DE BARRA

No Exemplo 7.2 invertemos a matriz admitância de barra $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ e chamamos a matriz resultante de matriz impedância de barra $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$. Por definição

$$\mathbf{A}\,\mathbf{Z}_{\text{barra}} = \mathbf{Y}_{\text{barra}}^{-1} \tag{7.31}$$

e para uma rede com três nós independentes

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \tag{7.32}$$

Como $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ é simétrica com relação à diagonal principal, $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ deve ser simétrica da mesma maneira.

Os elementos impedância de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ na diagonal principal são chamados *impedâncias próprias dos nós* e os elementos fora da diagonal são chamados *impedâncias de transferência dos nós.*

Não é necessária a determinação da matriz admitância de barra para que se obtenha $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ e em outra seção deste capítulo veremos como $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ pode ser formulada diretamente.

A matriz impedância de barra é importante e utilíssima no cálculo de falhas como veremos posteriormente. Para que se entenda o significado físico das várias impedâncias da matriz compararemos estas com as admitâncias de nós. Podemos facilmente fazer isto olhando as equações para um nó em particular. Partindo das equações de nós expressas como

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{\text{barra}}\mathbf{V} \tag{7.33}$$

temos no nó 2 para as três impedâncias do nó

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 \tag{7.34}$$

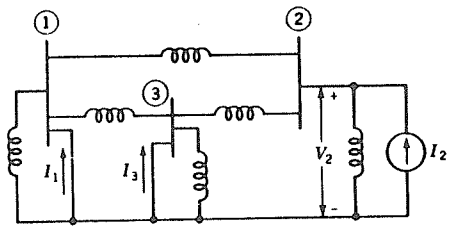


Figura 7.6 Circuito para a medição de Y_{22}, Y_{12} e Y_{32}.

Se V_1 e V_3 são reduzidas a zero, curtocircuitando os nós 1 e 3 ao nó de referência e se I_2 é injetada ao nó 2, a admitância própria no nó 2 é

$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1 = V_3 = 0} \tag{7.35}$$

Assim, a admitância própria de um nó em particular pode ser medida curtocircuitando todos os outros nós ao nó de referência e então encontrando a razão da corrente injetada no nó pela tensão resultante nele. A Figura 7.6 ilustra o método para uma rede reativa com três nós. O resultado é obviamente equivalente à adição de todas as admitâncias diretamente conectadas ao nó, como tem sido nosso procedimento até agora.

A Figura 7.6 também ilustra a admitância mútua. No nó 1, a equação obtida pela expansão da Equação (7.33) é

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 \tag{7.36}$$

da qual podemos ver que

$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1 = V_3 = 0} \tag{7.37}$$

Então, a admitância mútua é medida curtocircuitando todos os nós, exceto o 2, ao nó de referência e injetando uma corrente I, no nó 2, como indicado na Figura 7.6. Assim, Y_{12} é a razão do negativo da corrente, deixando a rede através de ramo de curto-circuito no nó 1 pela tensão V_2. O negativo da corrente *saindo* do nó 1 é aqui usado, já que I_1 é definida como a corrente *entrando* para a rede. A admitância resultante é o negativo da admitância diretamente conectada entre os nós 1 e 2, como era de se esperar.

Fizemos este exame detalhado das admitâncias de nós para diferenciá-las claramente das impedâncias pertencentes à matriz impedância de barra.

Resolvemos a Equação (7.33) premultiplicando ambos os lados da equação por $\mathbf{Y}_{\text{barra}}^{-1} = \mathbf{Z}_{\text{barra}}$ para chegar a

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}_{\text{barra}}\mathbf{I} \tag{7.38}$$

e devemos lembrar-nos que usando $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$, $\mathbf{V}$ e $\mathbf{I}$ são matrizes colunas de tensões de nós e de correntes, partindo de fontes de correntes e entrando nos nós, respectivamente. Expandindo a Equação (7.38) para uma rede com três nós independentes resulta

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 \tag{7.39}$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3 \tag{7.40}$$

$$V_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 \tag{7.41}$$

Da Equação (7.40) podemos ver que a impedância própria Z_{22} é determinada abrindo o circuito das fontes de corrente nos nós 1 e 3 e injetando a corrente I_2 no nó 2. Assim

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0} \tag{7.42}$$

A Figura 7.7 mostra o circuito descrito. Como Z_{22} é definida abrindo as fontes de correntes conectadas aos outros nós enquanto Y_{22} foi encontrada com os outros nós curtocircuitados, não esperamos nenhuma relação recíproca entre estas duas quantidades.

O circuito da Figura 7.7 também permite-nos medir algumas impedâncias de transferência, para isto vejamos da Equação (7.39) que com as fontes de corrente I_1 e I_3 em circuito aberto

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

e da Equação (7.41)

$$Z_{32} = \left.\frac{V_3}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

Podemos assim, medir as impedâncias de transferências Z_{12} e Z_{32} injetando corrente no nó 2 e achando a razão de V_1 e V_3 para I_2 com as fontes abertas em todos os outros nós, exceto no nó 2. Nota-se aqui que a admitância própria é medida com todos os nós menos um curto-circuitado e que a impedância de transferência é medida com todas as fontes abertas menos uma.

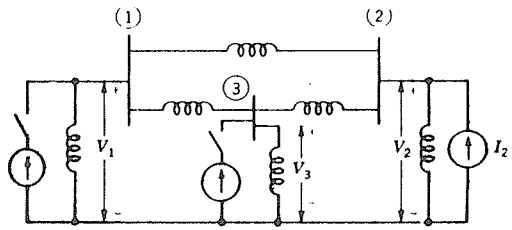


Figura 7.7 Circuito para medir Z_{22}, Z_{12} e Z_{32}.

A Equação (7.39) diz-nos que se injetarmos corrente no nó 1 com as fontes de correntes 2 e 3 abertas, a única impedância pela qual circulará I_1 será Z_{11}. Sob as mesmas condições as Equações (7.40) e (7.41) indicam que I_1 causa tensões nas barras 2 e 3 expressas por

$$V_2 = I_1 Z_{21} \qquad \text{e} \qquad V_3 = I_1 Z_{31} \tag{7.43}$$

Não podemos montar um circuito passivo realizável fisicamente com estas impedâncias de acoplamento, mas é importante dar-nos conta das implicações da discussão precedente, porém $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ é algumas vezes usada em estudos de fluxo de carga e é extremamente útil no cálculo de falhas, como veremos mais tarde.

Exemplo 7.5 Um capacitor com uma reatância de 5,0 por-unidade está ligado ao nó 4 do circuito dos Exemplos 7.1 e 7.2. As fems E_a, E_b e E_c permanecem as mesmas dos exemplos. Encontrar a corrente absorvida pelo capacitor.

Solução O equivalente Thévenin do circuito atrás do nó 4 tem uma fem de

$$E_{th} = 1{,}432\angle -11{,}97°$$

que é a tensão no nó 4 antes do capacitor ser conectado e é a tensão V_4 encontrada no Exemplo 7.2.

Para encontrar a impedância Thévenin, as fems são curtocircuitadas ou as fontes de correntes são abertas e a impedância entre os nós 4 e o nó de referência deve ser determinada. De $\mathbf{V} = \mathbf{Z}_{\text{barra}}\mathbf{I}$ obtemos no nó 4

$$V_4 = Z_{41}I_1 + Z_{42}I_2 + Z_{43}I_3 + Z_{44}I_4$$

Com as fems curtocircuitadas (ou com as fems e suas impedâncias em séries substituídas pelas fontes equivalentes de corrente e admitâncias em paralelo tendo as fontes de correntes abertas) nenhuma corrente vindo das fontes nos nós 1, 2 e 3 entra no circuito. A razão da tensão aplicada no nó 4 pela corrente, gerada por esta tensão, sobre a rede é Z_{44} e esta impedância é conhecida uma vez que $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ já foi calculada no Exemplo 7.2. Referindo-nos àquele exemplo encontramos

$$Z_{th} = Z_{44} = j0{,}4733$$

A corrente absorvida pelo capacitor é

$$I_C = \frac{1{,}432\angle -11{,}97^\circ}{j0{,}4733 - j5{,}0} = 0{,}316\angle 78{,}03^\circ \text{ p.u.}$$

Exemplo 7.6 Se uma corrente de $-0{,}326\angle 78{,}03^\circ$ p.u. é injetada no nó 4 dos Exemplos 7.1, 7.2 e 7.5, encontrar as tensões resultantes nos nós 1, 2, 3 e 4.

Solução Com as fems curtocircuitadas, as tensões nos nós e devidas somente à corrente injetada serão calculadas com o uso da impedância de barra da rede que foi encontrada no Exemplo 7.2. As impedâncias necessárias estão na coluna 4 de Z_{barra}. De $V = Z_{barra} I$ tiramos as tensões desde que assumamos todas as fems curtocircuitadas.

$$V_1 = I_4 Z_{14} = -0{,}316\angle 78{,}03^\circ \times 0{,}4142\angle 90^\circ = 0{,}1309\angle -11{,}97^\circ$$
$$V_2 = I_4 Z_{24} = -0{,}316\angle 78{,}03^\circ \times 0{,}4126\angle 90^\circ = 0{,}1304\angle -11{,}97^\circ$$
$$V_3 = I_4 Z_{34} = -0{,}316\angle 78{,}03^\circ \times 0{,}4232\angle 90^\circ = 0{,}1337\angle -11{,}97^\circ$$
$$V_4 = I_4 Z_{44} = -0{,}316\angle 78{,}03^\circ \times 0{,}4733\angle 90^\circ = 0{,}1496\angle -11{,}97^\circ$$

Por superposição, as tensões resultantes são determinadas pela adição das tensões causadas pela injeção de correntes e com as fems curtocircuitadas às tensões de nós encontradas no Exemplo 7.2. As novas tensões de nós são

$$V_1 = 1{,}436\angle -10{,}71^\circ + 0{,}1309\angle -11{,}97^\circ = 1{,}567\angle -10{,}81^\circ \text{ p.u}$$
$$V_2 = 1{,}427\angle -14{,}2^\circ + 0{,}1304\angle -11{,}97^\circ = 1{,}557\angle -14{,}04^\circ \text{ p.u}$$
$$V_3 = 1{,}434\angle -11{,}4^\circ + 0{,}1337\angle -11{,}97^\circ = 1{,}568\angle -11{,}41^\circ \text{ p.u.}$$
$$V_4 = 1{,}432\angle -11{,}97^\circ + 0{,}1496\angle -11{,}97^\circ = 1{,}582\angle -11{,}97^\circ \text{ p.u.}$$

Como as mudanças nas tensões, devidas à corrente injetada, estão todas com o mesmo ângulo e este ângulo difere pouco do das tensões originais, uma aproximação dará resposta satisfatória. A mudança no módulo da tensão em uma determinada barra é aproximadamente igual ao produto do módulo da corrente em por-unidade e o módulo da apropriada impedância.

Estes valores adicionados aos módulos das tensões originais dão o módulo da nova tensão com bastante aproximação. Esta aproximação é válida porque a rede é puramente reativa e ela ainda proporciona boa estimativa quando a reatância é consideravelmente grande em comparação com a resistência como geralmente é o caso.

Os dois últimos exemplos ilustram a importância da matriz impedância da barra e indicam que adicionar um capacitor a uma barra causará um crescimento nas tensões de barra. A consideração de que os ângulos das tensões e as fontes de correntes permanecem constantes após a conexão de capacitores numa barra não é inteiramente válida se estamos considerando a operação de um sistema de potência. Consideraremos novamente os capacitores no Capítulo 8 e veremos em um exemplo o cálculo do efeito dos capacitores, através do uso de um programa computacional de fluxo de carga.

7.6 MODIFICAÇÃO DE UMA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA DE BARRA JÁ EXISTENTE

Como Z_{barra} é uma importante ferramenta na análise de sistema de potência, examinaremos agora como ela pode ser modificada para adicionar novos barramentos ou conectar novas linhas às barras já estabelecidas. Naturalmente que podemos criar uma nova Y_{barra} e invertê-la, mas métodos diretos de modificação de Z_{barra} são disponíveis e muito mais simples do que uma inversão de matriz, mesmo para poucos números de nós. Ainda, uma vez conhecido como modificar Z_{barra}, então podemos ver como construí-la diretamente†.

Identificamos vários tipos de modificações envolvendo a adição de um ramo de impedância Z_b a uma rede cuja Z_{barra} original é conhecida e identificada com Z_{orig}, matriz esta $n \times n$.

Na nossa análise as barras existentes serão identificadas por números ou pelas letras h, i, j e k. A letra p designará uma nova barra a ser adicionada à rede para converter Z_{orig} em uma matriz $(n+1) \times (n+1)$. Quatro casos serão considerados.

CASO 1: *Adição de Z_b a partir de uma nova barra p até à barra de referência.* A adição de uma nova barra p ligada à barra de referência através de Z_b sem conexão com nenhuma das outras barras da rede original não pode alterar as tensões de barra originais quando a corrente I_p for injetada na nova barra. A tensão V_p na nova barra é igual a $I_p Z_b$. Então

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_p \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc:c} & Z_{orig} & & \begin{matrix}0\\0\\\vdots\\0\end{matrix} \\ \hdashline 0 & 0 \cdots & 0 & Z_b \end{array}\right]}_{Z_{barra(nova)}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_p \end{bmatrix} \tag{7.44}$$

Notamos que a matriz coluna das correntes multiplicada pela nova Z_{barra} não alterará as tensões da rede original e resultará a tensão correta da nova barra p.

CASO 2: *Adição de Z_b a partir de uma nova barra até uma barra existente k.* A adição de uma nova barra p ligada através de Z_b a uma barra existente k com I_p injetada na barra p causará a corrente que entra na rede original na barra k que vem a ser a soma de I_k que é injetada na barra k mais a corrente I_p vindo através de Z_b como indicado na Figura 7.8.

A corrente I_p fluindo para a barra k aumentará a tensão original V_k de uma tensão igual a $I_p Z_{kk}$; isto é

$$V_{k(nova)} = V_{k(orig)} + I_p Z_{kk} \tag{7.45}$$

† Veja H. E. Brown, *Solution of Large Networks by Matrix Methods*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1975.

e V_p será maior do que o novo V_k de um valor de tensão igual a $I_p Z_b$. Assim

$$V_p = V_{k(\text{orig})} + I_p Z_{kk} + I_p Z_b \tag{7.46}$$

e

$$V_p = \underbrace{I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} + \cdots + I_n Z_{kn}}_{V_{k(\text{orig})}} + I_p(Z_{kk} + Z_b) \tag{7.47}$$

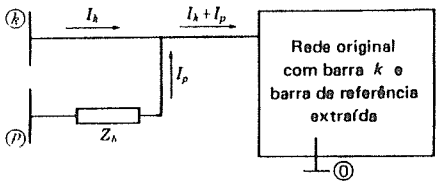


Figura 7.8 Adição de uma nova barra p ligada através de uma impedância Z_b a barra existente k.

Veremos agora que a nova linha que deve ser adicionada a $\mathbf{Z}_{\text{orig}}$, com o fim de encontrar V_p é

$$Z_{k1} \quad Z_{k2} \quad \cdots \quad Z_{kn} \quad (Z_{kk} + Z_b)$$

Como $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ deve ser uma matriz quadrada simétrica em torno da diagonal principal, resulta que devemos adicionar uma nova coluna que é transposta de nova linha. A nova coluna leva em conta os acréscimos de todas as tensões de barra devidas a I_p. A equação matricial é

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \cdots \\ V_p \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc:c} & \mathbf{Z}_{\text{orig}} & & \begin{matrix} Z_{1k} \\ Z_{2k} \\ \vdots \\ Z_{nk} \end{matrix} \\ \hdashline Z_{k1} & Z_{k2} \cdots & Z_{kn} & Z_{kk} + Z_b \end{array}\right]}_{\mathbf{Z}_{\text{barra(novo)}}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \cdots \\ I_p \end{bmatrix} \tag{7.48}$$

Note que os primeiros n elementos da nova linha são os elementos da linha k da $\mathbf{Z}_{\text{orig}}$ e os primeiros n elementos da nova coluna são os elementos da coluna k da $\mathbf{Z}_{\text{orig}}$.

CASO 3: *Adição de Z_b a partir de uma barra existente k até a barra de referência.* Para ver como alterar $\mathbf{Z}_{(\text{orig})}$ pela ligação de uma impedância Z_b desde uma barra existente k até a barra de referência, devemos adicionar uma nova barra p ligada através de Z_b à barra k. Então curtocircuitamos a barra p à barra de referência, fazendo V_p igual a zero, a fim de obtermos a mesma equação matricial como a Equação (7.48), com *exceção* de que V_p agora é nula.

Para a modificação, procedemos de modo a criar uma nova linha e uma nova coluna, exatamente da mesma maneira como no caso 2 mas depois eliminamos a linha $(n+1)$ e a coluna $(n+1)$ o que é possível devido à existência do zero na matriz coluna das tensões. Usaremos para isso o método desenvolvido nas Equações (7.28) a (7.30) para encontrar cada elemento Z_{hl} na nova matriz onde

$$Z_{hl(\text{nova})} = Z_{hl(\text{orig})} - \frac{Z_{h(n+1)} Z_{(n+1)l}}{Z_{kk} + Z_b} \tag{7.49}$$

CASO 4: *Adição de Z_b entre duas barras existentes, j e k.* Para adicionar um ramo com impedância Z_b entre duas barras já existentes, j e k, examinaremos a Figura 7.9 que mostra estas barras extraídas da rede original. A corrente I_b está indicada como fluindo através de Z_b desde a barra k até a j. Escreveremos agora algumas equações para as tensões de nó

$$V_1 = Z_{11} I_1 + \cdots + Z_{1j}(I_j + I_b) + Z_{1k}(I_k - I_b) + \cdots \tag{7.50}$$

e rearranjando

$$V_1 = Z_{11} I_1 + \cdots + Z_{1j} I_j + Z_{1k} I_k + \cdots + I_b(Z_{1j} - Z_{1k}) \tag{7.51}$$

de maneira semelhante

$$V_j = Z_{j1} I_1 + \cdots + Z_{jj} I_j + Z_{jk} I_k + \cdots + I_b(Z_{jj} - Z_{jk}) \tag{7.52}$$

$$V_k = Z_{k1} I_1 + \cdots + Z_{kj} I_j + Z_{kk} I_k + \cdots + I_b(Z_{kj} - Z_{kk}) \tag{7.53}$$

Necessitamos de uma equação a mais, já que I_b é desconhecida. Então escrevemos

$$V_k - V_j = I_b Z_b \tag{7.54}$$

ou

$$0 = I_b Z_b + V_j - V_k \tag{7.55}$$

e substituindo as expressões para V_j e V_k dadas pelas Equações (7.52) e (7.35) na Equação (7.55) obtemos

$$\begin{aligned} 0 = I_b Z_b &+ (Z_{j1} - Z_{k1}) I_1 + \cdots + (Z_{jj} - Z_{kj}) I_j + \cdots \\ &+ (Z_{jk} - Z_{kk}) I_k + \cdots + (Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk}) I_b \end{aligned} \tag{7.56}$$

Juntando os coeficientes de I_b e designando a sua soma de Z_{bb} resulta

$$Z_{bb} = Z_b + Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk} \tag{7.57}$$

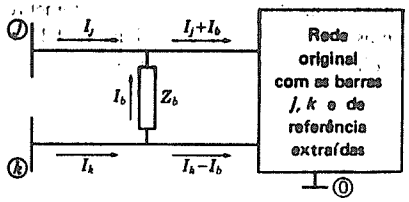


Figura 7.9 Adição da impedância Z_b entre as barras existentes j e k.

Examinando as Equações (7.51) a (7.53) e (7.56) podemos escrever a equação matricial

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_j \\ V_k \\ \vdots \\ V_n \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:c} & \mathbf{Z}_{\text{orig}} & & \begin{matrix} Z_{1j}-Z_{1k} \\ \vdots \\ Z_{jj}-Z_{jk} \\ Z_{kj}-Z_{kk} \\ \vdots \\ Z_{nj}-Z_{nk} \end{matrix} \\ \hdashline (Z_{j1}-Z_{k1}) & \cdots & (Z_{kj}-Z_{kk}) & \cdots & Z_{bb} \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_j \\ I_k \\ \vdots \\ I_n \\ \cdots \\ I_b \end{bmatrix} \tag{7.58}$$

A nova coluna é a coluna j menos a coluna k de $\mathbf{Z}_{\text{orig}}$ com Z_{bb} na linha $(n+1)$. A nova linha é a transposta da nova coluna.

Eliminando a linha $(n+1)$ e a coluna $(n+1)$ da matriz quadrada da Equação (7.58) da mesma maneira, como previamente vimos, cada elemento Z_{hl} na nova matriz é

$$Z_{hl\,(\text{novo})} = Z_{hl(\text{orig})} - \frac{Z_{h(n+1)}Z_{(n+1)l}}{Z_b + Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk}} \tag{7.59}$$

Não precisamos considerar o caso de introduzir duas novas barras ligadas por Z_b porque podemos sempre ligar uma delas, através de uma impedância, a uma barra existente ou a uma de referência, antes de adicionarmos a segunda nova barra.

Exemplo 7.7 Modificar a matriz impedância de barra do Exemplo 7.2 de maneira a ter em conta uma conexão de um capacitor tendo uma reatância de 5,0 por-unidade entre a barra 4 e a barra de referência do circuito da Figura 7.4. Então determinar V_4 usando a impedância da nova matriz e a fonte de corrente do Exemplo 7.2. Compare este valor de V_4 com o encontrado no Exemplo 7.6.

Solução Usando a Equação (7.48) e identificando que $\mathbf{Z}_{\text{orig}}$ é a matriz 4×4 do Exemplo 7.2, que o subscrito $k = 4$ e que $Z_b = -j5{,}0$ por-unidade, encontrar

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:c} & & \mathbf{Z}_{\text{orig}} & & \begin{matrix} j0{,}4142 \\ j0{,}4126 \\ j0{,}4232 \\ j0{,}4733 \end{matrix} \\ \hdashline j0{,}4142 & j0{,}4126 & j0{,}4232 & j0{,}4733 & -j4{,}5267 \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ \cdots \\ I_b \end{bmatrix}$$

Os termos na quinta linha e quinta coluna foram obtidos repetindo a quarta linha e a quarta coluna de $\mathbf{Z}_{\text{orig}}$ e observando que

$$Z_{55} = Z_{44} + Z_b = j0{,}4733 - j5{,}0 = -j4{,}5267$$

Então, eliminando a quinta linha e coluna, obtemos para $\mathbf{Z}_{\text{barra (novo)}}$ da Equação (7.49)

$$Z_{11} = j0{,}4774 - \frac{j0{,}4142 \times j0{,}4142}{-j4{,}5267} = j0{,}5153$$

$$Z_{24} = j0{,}4126 - \frac{j0{,}4733 \times j0{,}4126}{-j4{,}5267} = j0{,}4557$$

e os outros elementos, de uma maneira semelhante para dar

$$\mathbf{Z}_{\text{barra (novo)}} = \begin{bmatrix} j0{,}5153 & j0{,}4084 & j0{,}4407 & j0{,}4575 \\ j0{,}4084 & j0{,}5248 & j0{,}4308 & j0{,}4557 \\ j0{,}4407 & j0{,}4308 & j0{,}4954 & j0{,}4674 \\ j0{,}4575 & j0{,}4557 & j0{,}4674 & j0{,}5228 \end{bmatrix}$$

A matriz coluna de correntes pela qual a nova $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ é multiplicada com o fim de obter as novas tensões de barra é a mesma do Exemplo 7.2. Assim

$$\begin{aligned} V_4 &= j0{,}4575(-j1{,}20) + j0{,}4557(-0{,}72 - j0{,}96) + j0{,}4674(-j1{,}20) \\ &= 1{,}5474 - j0{,}3281 = 1{,}582\underline{/-11{,}97^\circ}\ \text{p.u.} \end{aligned}$$

como encontrado no Exemplo 7.6.

7.7 DETERMINAÇÃO DIRETA DA MATRIZ IMPEDÂNCIA DE BARRA

Vimos como determinar $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ primeiramente achando $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ e invertendo-a. Entretanto, a formulação para obter $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ diretamente é um processo direto compatível com a implementação por computador e mais simples que inverter $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ para um sistema de grande porte.

Para começar, temos uma lista de impedâncias indicando as barras que estão conectadas. Partiremos escrevendo a equação de uma barra ligada através de uma impedância Z_a a uma barra de referência como

$$V_1 = I_1 Z_a$$

neste caso, pode ser considerada como uma equação matricial onde cada uma das três matrizes tem uma linha e uma coluna. Agora podemos adicionar uma nova barra ligada à primeira ou à barra de referência. No caso da segunda barra estar ligada à barra de referência mas através de Z_b, teremos a equação matricial

$$\begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_a & 0 \\ 0 & Z_b \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} \tag{7.60}$$

e prossegue-se a modificação de nossa matriz adicionando outras barras, seguindo o procedimento descrito na Seção 7.6. Geralmente as barras de uma rede devem ser renumeradas para concordar com a ordem na qual elas devem ser adicionadas a $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ segundo esta é construída.

Exemplo 7.8 Determine $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ para a rede indicada na Figura 7.10, onde as impedâncias estão indicadas em por-unidade. Preserve todos os três nós

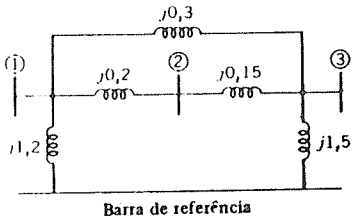


Figura 7.10 Rede para o Exemplo 7.8.

Solução Partiremos estabelecendo a barra 1 com sua impedância à barra de referência e escrevemos

$$V_1 = j1{,}2 I_1$$

Nós, então, temos uma matriz impedância 1×1

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} = j1{,}2$$

Estabelecer a barra 2 com sua impedância para a barra 1 e seguindo a Equação (7.48), escrevemos

$$\mathbf{Z}_{\text{barra(novo)}} = \begin{bmatrix} j1{,}2 & j1{,}2 \\ j1{,}2 & j1{,}4 \end{bmatrix}$$

O termo $j1{,}4$ acima é a soma de $j1{,}2$ e $j0{,}2$. Os elementos $j1{,}2$ na nova linha e na nova coluna são a repetição dos elementos da linha 1 e da coluna 1 da matriz sendo modificada.

A barra 3 com a impedância ligando-a à barra 1 é estabelecida escrevendo-se

$$\begin{bmatrix} j1{,}2 & j1{,}2 & j1{,}2 \\ j1{,}2 & j1{,}4 & j1{,}2 \\ j1{,}2 & j1{,}2 & j1{,}5 \end{bmatrix}$$

Como o nó 1 é aquele ao qual um novo nó 3 está sendo ligado, o termo $j1{,}5$ acima resulta da soma de Z_{11} da matriz sendo modificada e a impedância Z_b do ramo sendo ligado à barra 1 desde a barra 3. Os outros elementos da nova linha e da nova coluna são repetições da linha 1 e coluna 1 da matriz sendo modificada já que o novo nó está sendo ligado à barra 1.

Se decidirmos adicionar a impedância $Z_b = j1{,}5$ desde o nó 3 até a barra de referência, seguindo a Equação (7.48), geraremos uma nova barra 4 através de Z_b e obteremos a matriz impedância

$$\left[\begin{array}{ccc:c} j1{,}2 & j1{,}2 & j1{,}2 & j1{,}2 \\ j1{,}2 & j1{,}4 & j1{,}2 & j1{,}2 \\ j1{,}2 & j1{,}2 & j1{,}5 & j1{,}5 \\ \hdashline j1{,}2 & j1{,}2 & j1{,}5 & j3{,}0 \end{array}\right]$$

onde $j3{,}0$ acima é a soma de $Z_{33} + Z_b$. Os outros elementos da nova linha e da nova coluna são repetições da linha 3 e da coluna 3 da matriz sendo modificada já que a barra 3 é o que estamos ligando à barra de referência através de Z_b.

Agora eliminemos a linha 4 e a coluna 4. Alguns dos elementos da nova matriz, segundo a Equação (7.49), são

$$Z_{11} = j1{,}2 - \frac{j1{,}2 \times j1{,}2}{j3{,}0} = j0{,}72$$

$$Z_{22} = j1{,}4 - \frac{j1{,}2 \times j1{,}2}{j3{,}0} = j0{,}92$$

$$Z_{23} = Z_{32} = j1{,}2 - \frac{j1{,}2 \times j1{,}5}{j3{,}0} = j0{,}60$$

Quando todos os elementos estão determinados temos

$$\mathbf{Z}_{\text{barra(novo)}} = \begin{bmatrix} j0{,}72 & j0{,}72 & j0{,}60 \\ j0{,}72 & j0{,}92 & j0{,}60 \\ j0{,}60 & j0{,}60 & j0{,}75 \end{bmatrix}$$

Finalmente, adicionamos a impedância $Z_b = j0{,}15$ entre as barras 2 e 3. Se fizermos j e k na Equação (7.58) igual a 2 e 3, respectivamente, obteremos os elementos para a linha 4 e coluna 4.

$$Z_{14} = Z_{12} - Z_{13} = j0{,}72 - j0{,}60 = j0{,}12$$
$$Z_{24} = Z_{22} - Z_{23} = j0{,}92 - j0{,}60 = j0{,}32$$
$$Z_{34} = Z_{32} - Z_{33} = j0{,}60 - j0{,}75 = -j0{,}15$$

e da Equação (7.57)

$$\begin{aligned} Z_{44} &= Z_b + Z_{22} + Z_{33} - 2Z_{23} \\ &= j0{,}15 + j0{,}92 + j0{,}75 - 2(j0{,}60) = j0{,}62 \end{aligned}$$

Então escrevemos

$$\begin{bmatrix} j0{,}72 & j0{,}72 & j0{,}60 & j0{,}12 \\ j0{,}72 & j0{,}92 & j0{,}60 & j0{,}32 \\ j0{,}60 & j0{,}60 & j0{,}75 & -j0{,}15 \\ j0{,}12 & j0{,}32 & -j0{,}15 & j0{,}62 \end{bmatrix}$$

e da Equação (7.59) achamos

$$\mathbf{Z}_{\text{barra(novo)}} = \begin{bmatrix} j0{,}6968 & j0{,}6581 & j0{,}6290 \\ j0{,}6581 & j0{,}7548 & j0{,}6774 \\ j0{,}6290 & j0{,}6774 & j0{,}7137 \end{bmatrix}$$

que é a matriz impedância a ser determinada.

O procedimento é simples para um computador que primeiro deve determinar o tipo de modificação envolvida à medida que cada impedância é adicionada. Entretanto, as operações devem seguir a seqüência tal que se evite ligações de impedâncias entre duas novas barras.

Como um assunto de interesse nós podemos verificar os valores das impedâncias de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ usando os cálculos de rede da Seção 7.5.

Exemplo 7.9 Encontrar Z_{11} do Exemplo 7.8 pela determinação da impedância medida entre os nós 1 e o barramento de referência quando as correntes injetadas nos nós 2 e 3 são zero.

Solução A equação correspondente à (7.42) é

$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2 = I_3 = 0}$$

Identificamos dois caminhos paralelos entre os nós 1 e 3 do circuito da Figura 7.10 com as impedâncias resultantes de

$$\frac{j0{,}3 \times j0{,}35}{j0{,}3 + j0{,}35} = j0{,}1615$$

Esta impedância em série com $j1{,}5$ está em paralelo com $j1{,}2$ para resultar

$$Z_{11} = \frac{j1{,}2(j1{,}5 + j0{,}1615)}{j(1{,}2 + 1{,}5 + 0{,}1615)} = j0{,}6968$$

que é idêntico ao valor encontrado no Exemplo 7.8.

Embora o método de redução de rede do Exemplo 7.9 possa parecer mais simples pela comparação com outros métodos de formação de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$, isto não é verdade porque uma diferente redução de rede é requerida para calcular cada elemento da matriz. No Exemplo 7.9, a redução da rede para achar Z_{22}, no caso, é mais difícil do que aquela para achar Z_{11}. O computador digital pode fazer uma redução de rede usando eliminação de nós mas talvez terá que repetir o processo para cada nó.

7.8 SUMÁRIO

Equivalência de fontes e equacionamento de nós foram revistos brevemente neste capítulo para prover o pré-requisito essencial ao entendimento de matriz admitância de barra que é a base da maioria dos estudos de fluxo de carga. Partição de matriz foi revisto por causa da sua grande utilidade nos métodos de eliminação de nós.

A matriz impedância de barra é preferida por alguns engenheiros para estudos de fluxo de carga mas encontra sua grande validade no cálculo de falhas que discutiremos posteriormente.

As modificações de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ foram discutidas para indicar a simplicidade dos cálculos para adição ou remoção de uma linha de transmissão sem ter que inverter $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ cada vez que uma alteração for feita. A formulação direta de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ é um processo que pode ser programado de uma maneira direta.

PROBLEMAS

7.1 Escrever as equações para os dois nós, similares às Equações (7.5) e (7.6) e necessárias para encontrar as tensões nos nós 1 e 2 do circuito da Figura 7.11, sem mudar as fontes de fem para fontes de corrente. Então, escreva as equações na forma padrão após mudar as fontes de fem para fontes de corrente.

7.2 Encontrar as tensões nos nós 1 e 2 do circuito da Figura 7.11, resolvendo as equações determinadas no Problema 7.1.

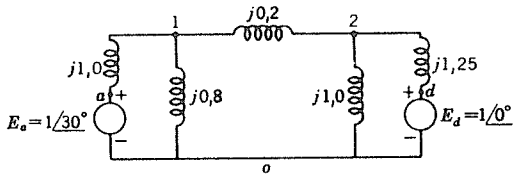


Figura 7.11 Circuito para os Problemas 7.1 e 7.2. Os valores indicados são tensões e impedâncias em por-unidade.

7.3 Elimine os nós 3 e 4 da rede da Figura 7.12 simultaneamente pelo método da partição, empregada no Exemplo 7.3, para encontrar a matriz admitância resultante 2×2, Y_{barra}. Desenhe o circuito correspondente à matriz resultante e indique no circuito os valores dos parâmetros. Resolva para V_1 e V_2 por inversão de matriz.

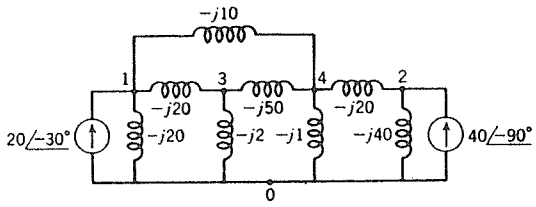


Figura 7.12 Circuito para os Problemas 7.3 e 7.4. Os valores indicados são correntes e admitâncias em por-unidade.

7.4 Elimine os nós 3 e 4 da rede da Figura 7.17 para encontrar a matriz admitância resultante 2×2 pela eliminação do nó 4 primeiro e então o nó 3, como no Exemplo 7.4.

7.5 Modifique Z_{barra} dado no Exemplo 7.2, para o circuito da Figura 7.4, adicionando um novo nó ligado à barra 4 através de uma impedância de $j\,1{,}2$ p.u.

7.6 Modifique Z_{barra} dado no Exemplo 7.2 pela adição de um ramo tendo uma impedância de $j\,1{,}2$ p.u. entre os nós 4 e a barra de referência do circuito da Figura 7.4

7.7 Determine as impedâncias da primeira linha de Z_{barra} para o circuito da Figura 7.4 e com a impedância ligada entre a barra 3 e a barra de referência removida. Faça a determinação pela modificação Z_{barra} encontrada no Exemplo 7.2. Então, com as fontes de corrente ligadas somente nas barras 1 e 2, encontre a tensão na barra 1 e compare este valor com o encontrado no Exemplo 7.3.

7.8 Modifique Z_{barra} dado no Exemplo 7.2 pela remoção da impedância ligada entre os nós 2 e 3 da rede da Figura 7.4.

7.9 Encontre Z_{barra} para a rede da Figura 7.13 pelo processo de determinação direta discutido na Seção 7.7.

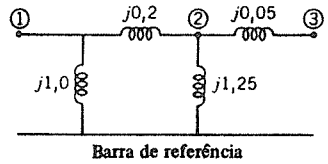


Figura 7.13 Circuito para o Problema 7.9. Os valores indicados são reatâncias em por-unidade.

7.10 Para a rede de reatância da Figura 7.14 encontre: (*a*) Z_{barra} pela formulação direta ou por inversão de Y_{barra}; (*b*) a tensão em cada barra; (*c*) corrente absorvida pelo capacitor tendo uma reatância de 5,0 por-unidade e ligado da barra 3 ao neutro; (*d*) a mudança na tensão em cada barra quando o capacitor está ligado à barra 3 e (*e*) a tensão em cada barra após a ligação do capacitor. A grandeza e o ângulo de cada tensão gerada devem ser assumidos como constantes.

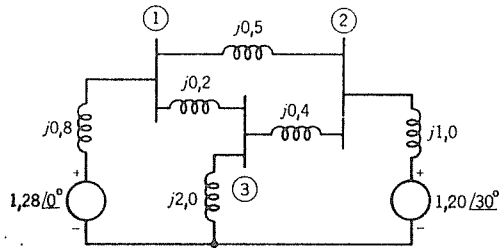


Figura 7.14 Circuito para o Problema 7.10. Tensões e impedâncias estão em por-unidade.

CAPÍTULO

8

SOLUÇÕES E CONTROLE DE FLUXO DE CARGA

No Capítulo 1 foi discutida a grande importância dos estudos de fluxo de carga no planejamento da expansão futura de sistemas de potência como também na determinação da melhor operação de sistemas existentes. A principal informação obtida do estudo de fluxo de carga é o módulo e o ângulo de fase da tensão em cada barra e as potências ativa e reativa que circulam em cada linha. Entretanto, outras informações adicionais valiosas são fornecidas pela listagem da solução obtida dos programas de computador, os quais são usados pelas empresas de sistemas de potência. Muitos desses aspectos aparecerão em nossos estudos de fluxo de potência neste capítulo, no qual também serão estudados os princípios de controle de fluxo de carga.

Examinaremos dois dos métodos nos quais se baseiam as soluções de fluxo de carga. Tornar-se-á evidente o grande valor do computador digital no projeto e operação de um sistema de potência.

8.1 DADOS PARA ESTUDOS DE FLUXO DE CARGA

Tanto as admitâncias próprias e mútuas de barra, que compõem a matriz admitância de barra Y_{barra}, como também as impedâncias de excitação e de transferência, que compõem Z_{barra}, podem ser usadas para resolver o problema do fluxo de carga. Restringiremos nosso estudo aos métodos que usam admitâncias. O ponto de partida para obter os dados que devem ser fornecidos ao computador é o diagrama unifilar do sistema. São necessários os valores das impedâncias em série e das impedâncias em derivação das linhas de transmissão, de tal forma que o computador possa determinar todos os elementos de Y_{barra} ou Z_{barra}. Outros dados essenciais incluem as impedâncias e os valores de potência e tensão nominais de transformadores, valores nominais de capacitores em paralelo, e os ajustes de derivações de transformadores.

As condições de funcionamento devem ser sempre escolhidas para cada estudo. Em todas as barras, exceto uma, deve ser especificada a potência ativa líquida. A potência absorvida por uma carga é uma entrada de potência negativa ao sistema. Outras entradas de potência são

provenientes de geradores, e potências positivas ou negativas podem provir de interligações. Além disso, nessas barras ou a potência reativa ou o módulo da tensão deve ser especificado; isto é, em cada barra é necessário decidir se é o módulo da tensão ou a potência reativa que deve ser mantido constante. A situação usual é especificar a potência reativa nas barras de carga e o módulo da tensão nas barras de geração, embora algumas vezes a potência reativa seja especificada para os geradores. Nos programas em computadores digitais existem providências de cálculo que fazem a tensão se manter constante em uma barra, somente enquanto a geração de potência reativa permanece dentro de limites especificados.

A barra em que o fluxo de potência real não é especificado, chamada *barra de oscilação*, geralmente é uma barra na qual é conectado um gerador. Evidentemente, o fluxo líquido de potência para o sistema não pode ser fixado com antecedência em cada barra, porque as perdas do sistema não são conhecidas até que o estudo seja completado. Os geradores, na barra de oscilação fornecem a diferença entre a potência real especificada injetada nas outras barras e a potência real total saindo do sistema mais as perdas. Tanto o módulo como o ângulo da tensão são especificados para a barra de oscilação. As potências real e reativa nessa barra são determinadas pelo computador como parte da solução.

8.2 MÉTODO DE GAUSS-SEIDEL

A complexidade na obtenção de uma solução para o fluxo de carga em um sistema de potência provém devido às diferenças nos tipos de dados especificados para as várias espécies de barra. Embora a formulaçãço de equações suficientes não seja difícil, a forma de solução algébrica não é prática. As soluções digitais de problemas de fluxo de carga que consideraremos seguem um processo iterativo, atribuindo valores estimados para as tensões de barra desconhecidas e calculando um novo valor para cada tensão de barra a partir dos valores estimados nas outras barras, da potência real especificada e da potência reativa especificada ou do módulo de tensão especificada. Então, é obtido um novo conjunto de valores para as tensões em cada barra, o qual é usado para calcular outro conjunto de tensões de barra. Cada cálculo de um novo conjunto de tensões é chamado uma *iteração*. O processo iterativo é repetido até que as mudanças em todas as barras sejam menores do que um valor mínimo especificado.

Vamos examinar, primeiro, a solução na qual se considera a tensão de uma barra como uma função das potências ativa e reativa entregues a uma barra por geradores ou fornecidas à carga ligada à barra, das tensões estimadas ou previamente calculadas nas outras barras, e das admitâncias próprias e mútuas dos nós. A dedução das equações fundamentais começa com uma formulação de nós das equações do sistema. Vamos deduzir as equações para um sistema de quatro barras e escrever as equações gerais mais tarde. Designando com o número 1 a barra de oscilação, os cálculos começam com a barra 2. Se P_2 e Q_2 são as potências ativa e reativa que entram no sistema pela barra 2,

$$V_2 I_2^* = P_2 + jQ_2 \tag{8.1}$$

de onde I_2 é expressa por

$$I_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} \tag{8.2}$$

e em termos das admitâncias próprias e mútuas dos nós, com os geradores e cargas omitidos porque as correntes em cada nó são expressas como na Equação (8.2),

$$\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4 \tag{8.3}$$

Resolvendo para V_2, obtemos

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}}\left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - (Y_{21}V_1 + Y_{23}V_3 + Y_{24}V_4)\right] \tag{8.4}$$

A Equação (8.4) fornece um valor corrigido para V_2 baseado nos valores fixados para P_2 e Q_2 quando os valores estimados, originalmente, são substituídos pelas expressões das tensões no lado direito da equação. O valor calculado para V_2 e o valor estimado para V_2^* não coincidirão. Porém, substituindo o conjugado do valor calculado de V_2 em V_2^* na Equação (8.4) para calcular outro valor para V_2, essa coincidência poderá ser alcançada com um bom grau de acurácia após várias iterações e se terá o valor corrigido para V_2 com as tensões estimadas e sem relação com as potências nas outras barras. Entretanto, esse valor não será a solução para V_2 para as condições específicas do fluxo de carga, pois as tensões que entram no cálculo de V_2 são valores estimados de tensão nas outras barras e seus verdadeiros valores ainda não são conhecidos. São recomendados dois cálculos sucessivos de V_2 (o segundo sendo igual ao primeiro exceto para a correção de V_2^*) em cada barra antes de se passar para a seguinte.

À medida que a tensão corrigida for encontrada para cada barra, ela será usada no cálculo da tensão corrigida da barra seguinte. O processo é repetido para cada barra, consecutivamente, através do sistema (exceto para a barra de oscilação) para completar a primeira iteração. Então, o processo inteiro é repetido várias vezes até que a magnitude da correção na tensão em cada barra seja menor do que uma precisão previamente determinada.

Este processo de resolver equações algébricas lineares é conhecido por *Método iterativo de Gauss-Seidel*. Se o mesmo conjunto de valores de tensão for usado durante uma iteração completa (em vez de substituir imediatamente cada valor novo obtido para calcular a tensão na próxima barra), o processo será chamado *Método iterativo de Gauss*.

Pode ocorrer convergência em torno de uma solução errônea se as tensões originais forem muito diferentes dos valores corretos. Uma convergência errônea é, geralmente, evitada se os valores originais forem de magnitude razoável e não diferirem muito em fase. Qualquer solução indesejável geralmente é detectada com facilidade por inspeção dos resultados, pois as tensões do sistema não apresentam, normalmente, uma faixa de variação de fase maior do que 45° e a diferença entre barras vizinhas é menor do que 10° e, muitas vezes, bem menor do que 10°.

Para um total de N barras, a tensão calculada em qualquer barra k, onde P_k e Q_k são dados, é

$$V_k = \frac{1}{Y_{kk}}\left(\frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} - \sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right) \tag{8.5}$$

onde $n \neq k$. Os valores para as tensões no lado direito da equação são os mais recentemente calculados para as barras correspondentes (ou as tensões estimadas se nenhuma iteração tenha sido feita nessa barra particular).

Experiências com o método de Gauss-Seidel na solução de problemas de fluxo de carga têm mostrado que um número excessivo de iterações é requerido antes que as correções das tensões estejam dentro de uma precisão aceitável se a tensão corrigida em uma barra meramente substituir o melhor valor prévio à medida que os cálculos prosseguirem de barra para barra. O número de iterações requeridas fica reduzido consideravelmente se as correções na tensão para cada barra forem multiplicadas por uma constante que aumenta a quantidade da correção, de modo a trazer a tensão para mais perto do valor que se procura. Os multiplicadores que realizam essa convergência melhorada são chamados *fatores de aceleração*. A diferença entre a tensão recém-calculada e a tensão anterior na barra é multiplicada pelo fator de aceleração apropriado para se obter uma correção a ser somada ao valor anterior. O fator de aceleração para a componente real da correção pode diferir daquele para a componente imaginária. Para qualquer sistema, existem valores ótimos para os fatores de aceleração, e uma escolha mal feita desses fatores pode resultar em uma convergência menos rápida ou tornar impossível a convergência. Costuma ser usado um fator de aceleração igual a 1,6, tanto para a componente real como para a imaginária. Para um sistema em particular pode ser feito um estudo para determinar a melhor escolha.

Numa barra onde é especificado o módulo da tensão em vez da potência reativa, as componentes real e imaginária da tensão são obtidas, para cada iteração, calculando primeiramente um valor para a potência reativa. Da Equação (8.5)

$$P_k - jQ_k = \left(Y_{kk}V_k + \sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right)V_k^* \tag{8.6}$$

onde $n \neq k$. Se fizermos n igual a k:

$$P_k - jQ_k = V_k^* \sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n \tag{8.7}$$

$$Q_k = -\operatorname{Im}\left\{V_k^* \sum_{n=1}^{N} Y_{kn}V_n\right\} \tag{8.8}$$

onde Im significa "parte imaginária de".

A potência reativa Q_k é calculada pela Equação (8.8) para os melhores valores anteriores de tensão nas barras, e esse valor de Q_k é substituído na Equação (8.5) para achar um novo V_k. As componentes do novo V_k são, então, multiplicadas pela razão do módulo constante de V_k especificado pelo módulo de V_k obtido pela Equação (8.5). O resultado é a tensão complexa corrigida do módulo especificado.

8.3 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

A expansão da série de Taylor para uma função de duas ou mais variáveis é a base do método de Newton-Raphson para resolver o problema de fluxo de carga. Nosso estudo do método começa abordando a solução de um problema que envolve apenas duas equações e duas variáveis. Então, veremos como estender a análise para a solução das equações de fluxo de carga.

Consideremos a equação de uma função de duas variáveis x_1 e x_2 igual a uma constante K_1 expressa por

$$f_1(x_1, x_2) = K_1 \tag{8.9}$$

e uma segunda equação

$$f_2(x_1, x_2) = K_2 \tag{8.10}$$

onde K_1 e K_2 são constantes.

Então, estimamos as soluções dessas equações como sendo $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$. Os índices superiores indicam que esses valores são estimativas iniciais. Designamos $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$ como sendo os valores a serem somados a $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$ para dar as soluções corretas. Então, podemos escrever:

$$K_1 = f_1(x_1, x_2) = f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) \tag{8.11}$$

$$K_2 = f_2(x_1, x_2) = f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) \tag{8.12}$$

Nosso problema, agora, é resolver essas equações para $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$, o que fazemos pela expansão das Equações (8.11) e (8.12) em séries de Taylor:

$$K_1 = f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_{(0)} + \cdots \tag{8.13}$$

$$K_2 = f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_{(0)} + \cdots \tag{8.14}$$

onde as derivadas parciais de ordem maior que 1 não foram listadas. O termo $\partial f_1/\partial x_1 \,|_{(0)}$ indica que a derivada parcial é calculada para os valores de $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$. Os demais termos são calculados de modo semelhante.

Se desprezarmos as derivadas parciais de ordem superior a 1, podemos reescrever as Equações (8.13) e (8.14) em forma matricial. Então, temos

$$\begin{bmatrix} K_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ K_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \tag{8.15}$$

onde a matriz quadrada das derivadas parciais é chamada jacobiano J, ou neste caso $\mathbf{J}^{(0)}$ para indicar que as estimativas iniciais $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$ foram usadas para calcular o valor numérico das derivadas parciais. Notamos que $f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})$ é o valor calculado de K_1 para os valores estimados de $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$ mas este valor calculado de K_1 não é o valor especificado pela

Equação (8.9), a menos que nossos valores estimados $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$ sejam corretos. Se designarmos por $\Delta K_1^{(0)}$ o valor especificado de K_1 menos o valor calculado de K_1, e definirmos $\Delta K_2^{(0)}$ de maneira semelhante, teremos:

$$\begin{bmatrix} \Delta K_1^{(0)} \\ \Delta K_2^{(0)} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{(0)} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \tag{8.16}$$

Agora, obtendo a inversa do jacobiano, podemos determinar $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$. Entretanto, como fizemos um truncamento na expansão da série, esses valores somados à nossa estimativa inicial não determinam a solução correta e devemos repetir o que fizemos, adotando novas estimativas $x_1^{(1)}$ e $x_2^{(1)}$, onde

$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}$$
$$x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}$$

e repetir o processo até que as correções se tornem tão pequenas que satisfaçam uma precisão escolhida.

Para aplicar o método de Newton-Raphson à solução das equações do fluxo de carga, podemos escolher a forma polar ou retangular para expressar as tensões de barra e as admitâncias de linha. Se escolhermos a forma polar e separarmos a Equação (8.7) em suas componentes real e imaginária com

$$V_k = |V_k| \underline{/\delta_k} \qquad V_n = |V_n| \underline{/\delta_n} \qquad \text{e} \qquad Y_{kn} = |Y_{kn}| \underline{/\theta_{kn}}$$

teremos

$$P_k - jQ_k = \sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \underline{/\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k} \tag{8.17}$$

Então

$$P_k = \sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \cos(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \tag{8.18}$$

e

$$Q_k = -\sum_{n=1}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \operatorname{sen}(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \tag{8.19}$$

Como no método de Gauss-Seidel, a barra de oscilação é omitida da solução iterativa para determinar tensões, pois tanto o módulo como o ângulo da tensão na barra de oscilação são especificados. Se deixarmos para mais tarde as considerações sobre barras com tensão controlada, especificaremos P e Q em todas as barras, exceto a barra de oscilação, e estimaremos o módulo e ângulo em todas as barras exceto a de oscilação, para a qual o módulo e ângulo da tensão são especificados. Os valores constantes especificados P e Q correspondem às constantes K na

Equação (8.15). Os valores estimados do módulo e ângulo da tensão correspondem aos valores estimados para x_1 e x_2 na Equação (8.15). Usamos estes valores estimados para calcular os valores de P_k e Q_k através das Equações (8.15) e (8.19) e definimos

$$\Delta P_k = P_{k,\text{espec}} - P_{k,\text{calc}}$$

$$\Delta Q_k = Q_{k,\text{espec}} - Q_{k,\text{calc}}$$

que correspondem aos valores Δk da Equação (8.16).

O jacobiano consiste nas derivadas parciais de P e Q em relação a cada uma das variáveis das Equações (8.18) e (8.19). Os elementos $\Delta\delta_k^{(0)}$ e $\Delta\,|V_k|^{(0)}$ da matriz coluna correspondem a $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$ e são as correções a serem acrescentadas aos valores estimados originais $\delta_k^{(0)}$ e $|V_k|^{(0)}$ de modo a se obter novos valores para calcular $\Delta P_k^{(1)}$ e $\Delta Q_k^{(1)}$.

Para maior simplicidade, escrevemos a equação matricial para um sistema de apenas três barras. Se a barra de oscilação for a número 1, começamos nossos cálculos para a barra 2, pois o módulo e ângulo da tensão são especificados para a barra de oscilação. Em forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \cdots \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:cc} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \hdashline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \cdots \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} \tag{8.20}$$

Os índices superiores que indicariam o número da iteração estão omitidos na Equação (8.20) porque, naturalmente, mudam em cada iteração. Os elementos do jacobiano são obtidos tomando as derivadas parciais das expressões para P_k e Q_k e substituindo nelas as tensões adotadas para a primeira iteração ou calculadas na última iteração anterior. O jacobiano foi particionado para enfatizar os diferentes tipos gerais de derivadas parciais que aparecem em cada matriz. Por exemplo, da Equação (8.18), encontramos

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = \sum_{\substack{n=1 \\ n\neq k}}^{N} |V_k V_n Y_{kn}| \operatorname{sen}(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \tag{8.21}$$

onde $n \neq k$ e

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_n} = -|V_k V_n Y_{kn}| \operatorname{sen}(\theta_{kn} + \delta_n - \delta_k) \tag{8.22}$$

No somatório acima $n \neq k$, o que é evidente pois δ_k desaparece da Equação (8.17) quando $n = k$. Formas gerais similares das derivadas parciais podem ser encontradas a partir das Equações (8.18) e (8.19), a fim de se calcular os elementos nas outras submatrizes.

A Equação (8.20) e equações semelhantes que envolvem mais barras são resolvidas invertendo o jacobiano. Os valores encontrados para $\Delta\delta_k$ e $\Delta\,|V_k|$ são adicionados aos valores anteriores do módulo e ângulo da tensão, de modo a se obter os novos valores para $P_{k,\text{calc}}^{(1)}$ e $Q_{k,\text{calc}}^{(1)}$ e começar a próxima iteração. O processo é repetido até que a precisão escolhida seja satisfeita quando aplicada a todos os valores de cada matriz coluna. Entretanto, para melhorar a convergência, as estimativas iniciais da tensão devem ser razoáveis, mas isto normalmente não é problema em sistemas de potência.

As barras de tensão controladas são levadas em consideração facilmente. Desde que o módulo da tensão é constante em tais tipos de barra, omitimos no jacobiano a coluna de derivadas parciais com relação ao módulo da tensão da barra. Nesse momento, não estamos interessados no valor de Q na barra, então omitimos a linha das derivadas parciais de Q para a barra de tensão controlada. O valor de Q na barra pode ser determinado após a convergência pela Equação (8.19)*.

O método de Newton-Raphson, como já observado anteriormente, também pode ser usado quando as equações são expressas na forma retangular. Preferimos desenvolver as equações na forma polar porque o jacobiano fornece interessantes informações que são perdidas na forma retangular. Por exemplo, a dependência de P_k sobre δ_k e de Q_k sobre $|V_k|$ é observada

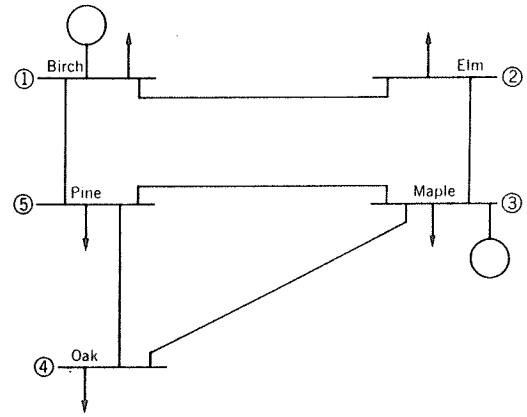


Figura 8.1 Diagrama unifilar para o Exemplo 8.1.

* Para uma explanação mais detalhada do método de Newton-Raphson e para excelentes exemplos numéricos que mostram soluções convergentes para ambos os métodos, Gauss-Seidel e Newton-Raphson, veja G. W. Stagg e A. H. El-Abiad, Métodos computacionais em Sistemas de Potência, McGraw-Hill Book Company, New York, 1968, Caps. 7 e 8.

imediatamente no jacobiano quando na forma polar. Mais adiante, na Seção 8.10, veremos como os transformadores reguladores de tensão em linhas de transmissão afetam principalmente a transferência de Q em um sistema enquanto os transformadores defasadores afetam principalmente a transferência de P.

Exemplo 8.1 A Figura 8.1 mostra o diagrama unifilar de um sistema de potência muito simples. Os geradores estão conectados às barras 1 e 3. Nas barras 2, 4 e 5 estão indicadas cargas. Os valores das bases para o sistema são 100 MVA, 138 kV nas linhas de alta tensão. A Tabela 8.1 fornece as impedâncias para as seis linhas que são identificadas pelas barras nas quais elas terminam. Os megavars de carregamento listados na tabela levam em conta a capacidade distribuída das linhas e serão ignorados neste exemplo, porém discutidos na Seção 8.4 e incluídos no processamento do computador.

Tabela 8.1

Linhas barra a barra	Comprimento km	Comprimento milha	R Ω	X Ω	R por-unidade	X por-unidade	Mvar† de carregamento
1-2	64,4	40	8	32	0,042	0,168	4,1
1-5	48,3	30	6	24	0,031	0,126	3,1
2-3	48,3	30	6	24	0,031	0,126	3,1
3-4	128,7	80	16	64	0,084	0,336	8,2
3-5	80,5	50	10	40	0,053	0,210	5,1
4-5	96,5	60	12	48	0,063	0,252	6,1

† 138 kV.

A Tabela 8.2 lista os valores de P, Q e V para cada barra. Como os valores de P, Q e V nas Equações (8.18) e (8.19) são positivos para as entradas ao sistema de potência ativa e de potência reativa indutiva em cada barra, os valores líquidos de P e Q por essas equações são negativos para as barras 2, 4 e 5. A potência de geração Q não é especificada onde o módulo da tensão é constante. Na coluna das tensões, os valores para as barras de carga são as estimativas originais. Os valores listados de módulo e ângulo da tensão são mantidos constantes na barra de oscilação, e o módulo de tensão listado deve ser mantido constante na barra 3. Deve ser feito um estudo de fluxo de carga pelo método de Newton-Raphson usando a forma polar das equações para P e Q. Determine o número de linhas e colunas no jacobiano. Calcule $\Delta P_2^{(0)}$ e o valor do segundo elemento da primeira linha do jacobiano, usando os valores especificados ou estimativas originais das tensões.

Solução Como a barra de oscilação não requer uma linha e coluna do jacobiano, seria necessária uma matriz 8×8 se P e Q fossem especificados para as quatro barras restantes. Entretanto, o módulo da tensão é especificado (mantido constante) para a barra 3, e o jacobiano será uma matriz 7×7.

Tabela 8.2

Barra	Geração P, MW	Geração Q, Mvar	Carga P, MW	Carga Q, Mvar	V, por-unidade	Observações
1	.....	.....	65	30	$1{,}04\angle 0°$	Barra de oscilação
2	0	0	115	60	$1{,}00\angle 0°$	Barra de carga (indutiva)
3	180	.....	70	40	$1{,}02\angle 0°$	Módulo de tensão constante
4	0	0	70	30	$1{,}00\angle 0°$	Barra de carga (indutiva)
5	0	0	85	40	$1{,}00\angle 0°$	Barra de carga (indutiva)

A fim de calcular $P_2^{(0)}$ para os valores de tensão estimada e de tensão fixada da Tabela 8.2, necessitamos apenas das admitâncias

$$Y_{21} = -\frac{1}{0{,}042 + j0{,}168} = 5{,}7747\angle 104{,}04°$$

$$Y_{23} = -\frac{1}{0{,}031 + j0{,}126} = 7{,}7067\angle 103{,}82°$$

e Y_{22}, que (desde que nenhuma outra admitância esteja ligada à barra 2) é expressa por

$$Y_{22} = -Y_{21} - Y_{23} = -|Y_{21}|\angle\theta_{21} - |Y_{23}|\angle\theta_{23}$$

Da Equação (8.18), como Y_{24} e Y_{25} são nulos e como os valores iniciais $\delta_1^{(0)} = \delta_2^{(0)} = \delta_3^{(0)} = 0$

$$\begin{aligned} P_{2,\text{calc}}^{(0)} &= |V_2 V_1 Y_{21}| \cos\theta_{21} - |V_2 V_2 Y_{21}| \cos\theta_{21} \\ &\quad - |V_2 V_2 Y_{23}| \cos\theta_{23} + |V_2 V_3 Y_{23}| \cos\theta_{23} \\ &= (1{,}0 \times 1{,}04 - 1{,}0 \times 1{,}0)|Y_{21}| \cos\theta_{21} \\ &\quad - (1{,}0 \times 1{,}0 - 1{,}0 \times 1{,}02)|Y_{23}| \cos\theta_{23} \\ &= 0{,}04 \times 5{,}7747 \cos 104{,}04° + 0{,}02 \times 7{,}7067 \cos 103{,}82° \\ &= -0{,}0560 - 0{,}0368 = -0{,}0928 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

A potência programada para a barra 2 é

$$-\frac{115}{100} = -1{,}15 \text{ p.u.}$$

Então

$$\Delta P_2^{(0)} = -1{,}15 - (-0{,}0928) = -1{,}0572 \text{ p.u.}$$

Para obter $\partial P_2/\partial \delta_3$ usamos a Equação (8.21) e temos

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = -|V_2 V_3 Y_{23}| \text{ sen } (\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$= -1{,}0 \times 1{,}02 \times 7{,}067 \text{ sen } 103{,}82 = -7{,}6333 \text{ p.u.}$$

O método de Newton-Raphson pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Determine os valores de $P_{k,\text{calc}}$ e $Q_{k,\text{calc}}$ que circulam no sistema em cada barra para os valores especificados ou estimados dos módulos e ângulos de tensões para a primeira iteração ou as tensões determinadas mais recentemente para as iterações subseqüentes.
2. Calcule ΔP em cada barra.
3. Calcule os valores para o jacobiano, usando os valores estimados ou especificados dos módulos e ângulos de tensão nas equações com derivadas parciais determinadas pela derivação das Equações (8.18) e (8.19).
4. Inverta o jacobiano e calcule as correções de tensão $\Delta\delta_k$ e $\Delta|V_k|$ em cada barra.
5. Calcule novos valores para δ_k e V_k somando $\Delta\delta_k$ e $\Delta|V_k|$ aos valores anteriores.
6. Retorne ao passo 1 e repita o processo usando os valores dos módulos e ângulos da tensão mais recentemente determinados até que todos os valores de ΔP e ΔQ ou todos os valores $\Delta\delta$ e $\Delta|V|$ sejam menores que uma precisão escolhida.

P e Q na barra de oscilação e Q nas barras de tensão controlada podem ser determinados pelas Equações (8.18) e (8.19). O fluxo nas linhas pode ser determinado pelas diferenças nas tensões de barra.

O número de iterações necessárias pelo método de Newton-Raphson, usando admitâncias de barra, é praticamente independente do número de barras. O tempo para o método de Gauss-Seidel (admitâncias de barra) aumenta quase que diretamente com o número de barras. Por outro lado, no cálculo dos elementos do jacobiano está-se consumindo tempo, e o tempo por iteração é consideravelmente mais longo para o método de Newton-Raphson. Para uma solução com a mesma acurácia, a vantagem de um tempo de computação menor pende a favor do método de Newton-Raphson para qualquer sistema, exceto os muito pequenos.

8.4 ESTUDOS DE FLUXO DE CARGA EM COMPUTADOR DIGITAL

As empresas de energia elétrica usam programas muito elaborados para realizar estudos de fluxo de carga. Um programa típico é capaz de atender sistemas de mais de 2.000 barras, 3.000 linhas e 500 transformadores. Naturalmente, os programas podem ser expandidos para tamanhos maiores desde que a capacidade do computador disponível seja suficientemente grande.

Os dados fornecidos ao computador devem incluir os valores numéricos dados nas Tabelas 8.1 e 8.2 e uma indicação dizendo se a barra é de oscilação, controlada onde o módulo da tensão é mantido constante pela geração de potência reativa Q, ou uma barra com P e Q fixados. Quando os valores não precisam ser mantidos constantes, as quantidades dadas nas tabelas são interpretadas como estimativas iniciais. Os limites de geração de P e Q geralmente devem ser especificados, como também os limites dos quilovolt-ampères de linha. A menos que seja especificado diferente, os programas geralmente supõem uma base de 100 MVA.

O carregamento total de linha em megavars, especificado para cada linha, leva em consideração a capacitância em paralelo e é igual a $\sqrt{3}$ vezes a tensão de linha *nominal*, em quilovolts, vezes a corrente I de carregamento, como é definido pelas Equações (4.24) e (4.25), dividido por 10^3. Isso é igual a $\omega C_n |V|^2$ onde $|V|$ é a tensão nominal entre linhas em quilovolts, e C_n é a capacitância em farads entre linha e neutro para o comprimento inteiro da linha. O programa cria uma representação π-nominal da linha, dividindo, de modo igual entre as duas extremidades da linha, a capacitância calculada a partir dos valores dados de carregamento em megavars. Para uma linha longa, o computador poderia ser programado para calcular o π equivalente para a capacitância distribuída ao longo da linha.

8.5 INFORMAÇÕES OBTIDAS EM UM ESTUDO DE FLUXO DE CARGA

As informações que são obtidas nas soluções digitais de fluxo de carga constituem uma indicação da grande contribuição que os computadores digitais têm dado em favor da capacidade dos engenheiros de sistemas de potência para obter informações de operação de sistemas inexistentes ou em planejamento, ou para analisar os efeitos de mudanças em sistemas existentes. O estudo que se segue não significa uma relação de todas as informações possíveis de se obter, porém fornece uma visão da grande importância dos computadores digitais em sistemas de potência.

A listagem dos resultados fornecidos pelo computador consiste em uma quantidade de tabelas. Geralmente, a informação mais importante a ser primeiramente considerada é a tabela que lista o número e o nome de cada barra, o módulo da tensão da barra em por-unidade e o seu ângulo, a geração e a carga em cada barra dadas em megawatts e megavars, o carregamento de linha, e os megavars dos capacitores ou reatores na barra. Acompanhando a informação da barra também consta o fluxo de potência em megawatts e megavars a partir de cada barra que é conectada a essa através de uma linha de transmissão. Os totais de geração e de carga do sistema são listados em megawatts e megavars. A tabulação descrita é mostrada na Figura 8.2 para o sistema de 5 barras do Exemplo 8.1.

Na operação de um sistema de potência, qualquer queda apreciável na tensão do primário de um transformador, causada por uma variação na carga, pode tornar desejável a mudança da posição da derivação em transformadores providos com comutador de derivação, de modo a manter a tensão adequada na carga. Onde um transformador com comutador de derivação tenha sido especificado para manter a tensão em uma barra dentro de limites de tolerância designados, a tensão é examinada antes que a convergência seja completa. Se a tensão não estiver dentro dos limites especificados, o programa faz com que o computador realize um novo conjunto de iterações com uma variação de um degrau de derivação no comutador de derivação. O processo é repetido tantas vezes quantas forem necessárias até que se consiga a solução que atenda às condições desejadas. A posição das derivações é listada nos resultados impressos.

SAVE THE TREES POWER COMPANY — ESTUDO DE FLUXO DE CARGA
RELATÓRIO DE CÁLCULOS DE FLUXO DE CARGA PARA A ÁREA 1.

DATA 26/04/79 TEMPO 00.00.12
3 ITERAÇÕES, A BARRA DE OSCILAÇÃO É 1.

BARRA	NOME	VOLTS	ANGULO	DADOS DE BARRA					LINHA	PARA A BARRA	NOME	MW	MVAR	TAP
				GERAÇÃO MW	GERAÇÃO MVAR	CARGA MW	CARGA MVAR	CAP/REAT MVAR						
1	BIRCH	1,040	0,0	234,7	100,1	65,0	30,0		1	2	ELM	73,98	31,55	
									2	4	OAK	85,68	34,25	
									3	5	PINE	75,02	30,25	
2	ELM	0,961	-6,3	0,0	0,0	115,0	60,0		1	1	BIRCH	-71,41	-25,39	
									2	3	MAPLE	-43,59	-34,60	
3	MAPLE	1,020	-3,7	180,0	116,3R	70,0	40,0		2	2	ELM	44,59	35,65	
									3	4	OAK	40,46	18,06	
									4	5	PINE	24,95	16,58	
4	OAK	0,920	-10,9	0,0	0,0	70,0	30,0		1	3	MAPLE	-38,74	-18,90	
									2	5	PINE	-31,25	-11,00	
5	PINE	0,964	-6,2	0,0	0,0	85,0	40,0		3	1	BIRCH	-92,59	-29,14	
									3	3	MAPLE	-20,44	-19,62	
									4	4	OAK	32,03	8,77	
	TOTAIS NA ÁREA			414,7	216,4	405,0	200,0	0,0						

TEMPO DE SOLUÇÃO 0,19 SEGUNDOS.
TEMPO TOTAL 0,54 SEGUNDOS.

Figura 8.2 Solução por computador de fluxo de carga para o sistema do Exemplo 8.1. A base é 100 MVA.

Um sistema pode ser dividido em áreas, ou então um estudo pode incluir os sistemas de várias companhias, cada uma designada como uma área diferente. O programa de computador examina o fluxo entre as áreas, e os desvios que ocorrerem em relação aos fluxos preestabelecidos serão corrigidos através de mudanças apropriadas na geração de determinados geradores de cada área. Na operação de sistemas reais, a permuta de potência entre áreas é monitorada para determinar se uma certa área está produzindo a quantidade de potência que resulte na permuta desejada.

Entre outras informações que podem ser obtidas na listagem, consta a relação de todas as barras onde o módulo da tensão está acima de 1,05 ou abaixo de 0,95 p.u., ou outros limites que sejam estabelecidos. Também pode ser obtida uma listagem das cargas nas linhas em megavoltampères . A impressão de saída também lista perdas totais em megawatts ($|I|^2 \cdot R$) e em megavars ($|I|^2 X$) do sistema e as discrepâncias P e Q em cada barra. A discrepância é uma indicação da precisão da solução e é a diferença entre P (e também Q, geralmente) que entra e que sai de cada barra.

8.6 RESULTADOS NUMÉRICOS

O estudo de fluxo de carga para o sistema descrito no Exemplo 8.1 tem sua listagem de saída na Figura 8.2 e foi rodado com o auxílio de um programa atribuído a Philadelphia Electric Company, o qual foi modificado posteriormente. Foram necessárias três iterações usando Newton-Raphson. Estudos realizados, de dimensão semelhante, usando outros programas, também necessitaram de três iterações por Newton-Raphson, porém exigiram 22 iterações por Gauss-Seidel com o mesmo índice de precisão. Da Figura 8.2 podem ser retiradas mais informações do que as que estão listadas. Por exemplo, as perdas ativas em qualquer uma das linhas podem ser obtidas comparando os valores de P e Q nas duas extremidades da linha. Como exemplo, vemos que 95,68 MW fluem da barra 1 para a linha 1-5 e 92,59 MW fluem dessa linha para a barra 5. Evidentemente, a perda $|I|^2 R$ na linha é 3,09 MW. Em outra página da listagem de saída, não reproduzida aqui, as perdas $|I|^2 R$ do sistema estão listadas como sendo 9,67 MW.

As informações fornecidas pela Figura 8.2 podem ser representadas em um diagrama mostrando o sistema inteiro. A Figura 8.3 mostra uma parte de tal diagrama para a barra 2.

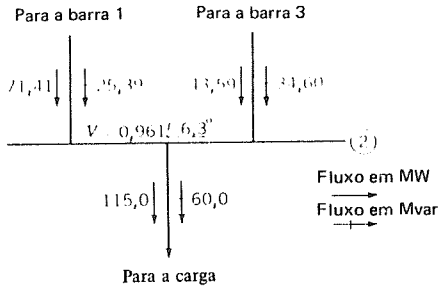
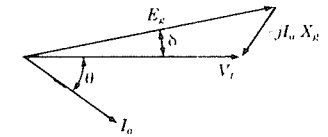


Figura 8.3 Fluxo de P e Q na barra 2 para o Exemplo 8.1. Os números ao lado das setas mostram o fluxo de P e Q em megawatts e megavars. A tensão da barra é mostrada em p.u.

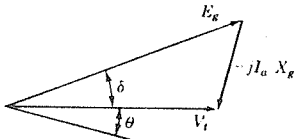
8.7 CONTROLE DE POTÊNCIA NUMA REDE

Já estudamos algumas características das máquinas síncronas no Capítulo 6. Desenvolvemos o princípio pelo qual um gerador sobreexcitado fornece a potência reativa Q a um sistema e um gerador subexcitado absorve a potência reativa Q do sistema. Então, entendemos a maneira como a excitação controla o fluxo de potência reativa entre o gerador e o sistema.

Agora, voltamos nossa atenção à potência ativa P. Supomos que um gerador, abastecendo um grande sistema, esteja entregando potência sob condições estáveis, de tal maneira que exista um certo ângulo δ entre V_t, tensão na barra do sistema, e E_g, tensão gerada na máquina. Se E_g está adiantada em relação a V_t, temos o diagrama fasorial da Figura 8.4*a* que é idêntico ao da Figura 6.9*a*. Se a entrada de potência ao gerador for aumentada pela abertura maior das válvulas, pelas quais o vapor (ou água) entra na turbina, enquanto $|E_g|$ permanece constante, a velocidade do rotor começa a crescer e o ângulo entre E_g e V_t aumenta. Aumentando δ resulta em I_a maior e θ menor, como pode ser visto comparando as Figuras 8.4*a* e 8.4*b*. Portanto, o gerador entregará mais potência à rede e a entrada da máquina primária será novamente igual à saída entregue à rede, isso se as perdas forem ignoradas. O equilíbrio será restabelecido sob a velocidade correspondente à freqüência da barra infinita e com um δ maior.



(a)



(b)

Figura 8.4 Diagramas fasoriais de um gerador que tem os valores constantes de $|E_g|$ e $|V_t|$ para (*a*) ângulo δ pequeno e (*b*) ângulo δ maior, para mostrar o aumento da potência entregue quando δ aumenta.

A Figura 8.4*b* está representada para a mesma excitação de campo CC e, portanto, a mesma $|E_g|$ como na Figura 8.4*a*, porém a potência de saída, igual a $|V_t| \cdot |I_a| \cdot \cos\theta$, é maior para a condição da Figura 8.4*b* e o aumento em δ faz com que o gerador entregue à rede a potência adicional.

A dependência da potência em relação ao ângulo de potência também é mostrada por uma equação que dá $P + jQ$, fornecida por um gerador, em termos de δ. Se

$$V_t = |V_t| \angle 0^\circ \qquad \text{e} \qquad E_g = |E_g| \angle \delta$$

onde V_t e E_g são expressos em volts em relação ao neutro ou em p.u., então

$$I_a = \frac{|E_g| \angle \delta - |V_t|}{jX_g} \tag{8.23}$$

e

$$I_a^* = \frac{|E_g| \angle -\delta - |V_t|}{-jX_g} \tag{8.24}$$

Portanto

$$\begin{aligned} P + jQ &= V_t I_a^* \\ &= \frac{|V_t| \cdot |E_g| \angle -\delta - |V_t|^2}{-jX_g} \\ &= \frac{|V_t| \cdot |E_g| \angle 90 - \delta - |V_t|^2 \angle 90^\circ}{X_g} \end{aligned} \tag{8.25}$$

A parte real da Equação (8.25) é

$$P = \frac{|V_t| \cdot |E_g|}{X_g} \cos(90 - \delta) = \frac{|V_t| \cdot |E_g|}{X_g} \operatorname{sen} \delta \tag{8.26}$$

e a parte imaginária da Equação (8.25) é

$$Q = \frac{|V_t| \cdot |E_g|}{X_g} \operatorname{sen}(90 - \delta) - \frac{|V_t|^2}{X_g} \tag{8.27}$$

$$= \frac{|V_t|}{X_g} (|E_g| \cos \delta - |V_t|)$$

Quando forem volts, em vez de valores p.u., usados para V_t e E_g nas Equações (8.26) e (8.27), devemos ter o cuidado de notar que V_t e E_g são tensões entre fases e neutro e P e Q serão valores por fase. Entretanto, sendo usados valores de tensão de linha para V_t e E_g, teremos valores trifásicos para P e Q. Os valores de P e Q em p.u., nas Equações (8.26) e (8.27), são multiplicados pela base trifásica em MVA ou pela base monofásica em MVA, dependendo se o desejado é a potência trifásica total ou a potência por fase.

A Equação (8.26) mostra muito claramente a dependência da potência transferida à rede em relação ao ângulo de potência δ se $|E_g|$ e $|V_t|$ forem constantes. Entretanto, se forem P e V_t os valores constantes, a Equação (8.26) mostrará que δ deve decrescer se $|E_g|$ aumentar devido ao aumento da excitação de campo CC. Com P constante na Equação (8.27), um aumento em $|E_g|$ e uma diminuição em δ significam que Q aumenta se já for positiva ou diminuída em módulo e, talvez, se torne positiva se Q for negativa antes do aumento da excitação de campo. Isto coincide com as conclusões obtidas na Seção 6.4.

A Equação (8.26) pode ser interpretada como sendo a potência transferida de uma barra do sistema para outra através de uma reatância X que ligue as duas barras. Se as tensões das barras forem V_1 e V_2 e δ o ângulo pelo qual V_1 está adiantado em relação a V_2,

$$P = \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{X} \operatorname{sen} \delta \tag{8.28}$$

Similarmente, da Equação (8.27), o valor de Q recebido na barra 2 é

$$Q = \frac{|V_2|}{X} (|V_1| \cos \delta - |V_2|) \tag{8.29}$$

As equações derivadas na Seção 5.8, para desenvolver os diagramas circulares, são mais gerais que as Equações (8.28) e (8.29) porque elas também levam em conta as resistências e capacitâncias. Entretanto, as Equações (5.59) e (5.60) serão idênticas às Equações (8.28) e (8.29) se o único parâmetro da linha considerado for a indutância.

Pelas Equações (8.28) e (8.29), vemos que um aumento em δ causa uma mudança maior em P do que em Q quando δ for pequeno. Essa diferença fica entendida quando notamos que $\operatorname{sen}\delta$ se altera bastante enquanto $\cos\delta$ muda pouco para variações de δ abaixo de 10 ou 15°.

8.8 ESPECIFICAÇÃO DAS TENSÕES DE BARRA

No Capítulo 6 e na Seção 8.7 estivemos considerando o gerador síncrono sob a hipótese de que fornecia potência a uma barra infinita. Já examinamos o efeito da excitação do gerador e do ângulo de potência quando a tensão nos terminais do gerador permanece constante. Entretanto, em estudos de fluxo de carga num computador digital, verificamos que era necessário especificar o módulo da tensão ou a potência reativa em cada barra, exceto na barra de oscilação, onde a tensão era especificada tanto em módulo como em ângulo. Embora o computador possa, facilmente, dar-nos os resultados de todo o sistema especificando vários módulos de tensão em determinadas barras, pode ser útil procurarmos observar o que acontece em um caso muito simples.

Geralmente, é nas barras onde existe geração que o módulo da tensão é especificado quando o estudo do fluxo de carga é feito num computador. Nessas barras, a potência ativa P fornecida pelo gerador também é especificada. A potência reativa Q, então, é determinada pelo computador durante a solução do problema. Portanto, nosso objetivo nesse momento é examinar o efeito do módulo da tensão da barra especificada sobre o valor de Q fornecido pelo gerador para o sistema.

A Figura 8.5 mostra um gerador representado pelo seu circuito equivalente, tendo sido desprezada sua pequena resistência de modo a simplificar nossa análise. O sistema de potência é representado pela tensão equivalente de Thévenin E_{th} em série com a impedância de Thévenin

X_{th}, onde a resistência novamente foi desprezada. Qualquer carga local na barra é incluída no equivalente Thévenin. Para potência constante fornecida pelo gerador, o componente de I em fase com E_{th} deve permanecer constante. A tensão especificada na barra é $|V_t|$, e

$$V_t = E_{th} + jIX_{th} \tag{8.30}$$

O diagrama fasorial para o circuito da Figura 8.5 é mostrado na Figura 8.6 para três diferentes ângulos entre E_{th} e I. Entretanto, nos três casos o componente de I em fase com E_{th} é constante.

A Figura 8.6 mostra que módulos de tensão V_t maiores, com potência de entrada constante na barra, requerem uma $|E_g|$ maior e, naturalmente, a tensão $|E_g|$ maior é obtida aumentando a excitação do enrolamento de campo CC do gerador. O aumento da tensão de barra através do aumento de $|E_g|$ faz com que a corrente se torne mais atrasada, como podemos ver na Figura 8.6 e como seria de esperar de nosso estudo sobre o gerador síncrono. No estudo de fluxo de carga, aumentar a tensão especificada numa barra de geração significa que o gerador que alimenta a barra aumentará sua saída de potência reativa para a barra. Sob o ponto de vista de operação do sistema estamos controlando a tensão da barra e a geração Q por meio do ajuste da excitação do gerador.

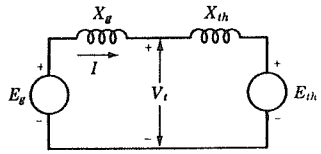


Figura 8.5 Gerador com tensão interna E_g ligado a um sistema de potência representado pelo seu equivalente Thévenin.

Pelo fato de termos representado o sistema pelo seu equivalente Thévenin, estamos supondo que todos os valores E_g e E_m no sistema permaneçam constantes em módulo e ângulo. Esta hipótese não é totalmente verdadeira sob condições reais de operação. Quando se faz uma variação na excitação de um gerador, outras variações podem ser feitas em outros pontos do sistema. Um exemplo que poderia exigir uma variação de E_g de geradores ou motores em outras barras é a especificação para manter a tensão constante nessas barras. O programa de computador leva em conta todas essas condições que são impostas. Entretanto, nossa hipótese de valores constantes para E_g e E_m no sistema, exceto onde estivermos realizando variações, é muito útil para ilustrar o efeito de uma variação no módulo da tensão de uma determinada barra.

Exemplo 8.2 Um gerador está abastecendo um grande sistema que pode ser representado pelo seu circuito equivalente Thévenin, e consiste em um gerador com uma tensão E_{th} em série com $Z_{th} = j0{,}2$ p.u. A tensão nos terminais do gerador será $V_t = 0{,}97\angle 0°$ p.u. quando estiver entregando uma corrente igual a $0{,}8\text{-}j0{,}2$ p.u. A reatância síncrona do gerador é 1,0 p.u. Calcular P e Q, injetado no sistema, nos terminais do gerador e achar E_g: (*a*) para as condições descritas

acima e (*b*) para $|V_t| = 1{,}0$ p.u. quando o gerador estiver entregando a mesma potência P ao sistema. Supor que o sistema é suficientemente grande que E_{th} não é afetado pela variação em $|V_t|$. Entretanto, a barra nos terminais do gerador não é uma barra infinita, porque Z_{th} não é nula.

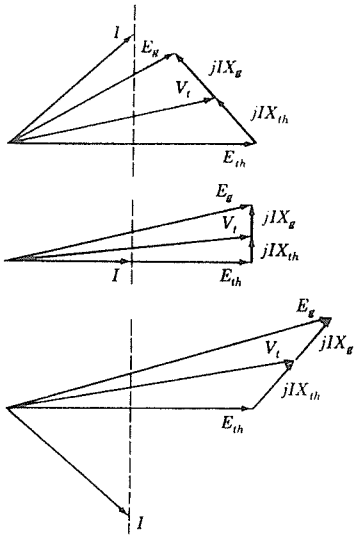


Figura 8.6 Diagramas fasoriais de um gerador que fornece a mesma potência a um sistema sob três valores diferentes de tensão de barra V_t.

Solução (*a*) Do gerador para o sistema

$$P + jQ = 0{,}97(0{,}8 + j0{,}2) = 0{,}776 + j0{,}194 \text{ p.u.}$$

$$E_g = 0{,}97 + j1(0{,}8 - j0{,}2)$$

e

$$= 1{,}17 + j0{,}8 = 1{,}42\underline{/34{,}4°} \text{ p.u.}$$

(*b*) Para achar P e Q quando $|V_t| = 1{,}0$ devemos calcular o ângulo de V_t, como segue:

$$E_{th} = 0{,}97 - j0{,}2(0{,}8 - j0{,}2)$$
$$= 0{,}93 - j0{,}16 = 0{,}944\underline{/-9{,}76°} \text{ p.u.}$$

O ângulo de V_t é determinado calculando o ângulo δ entre V_t e E_{th} para $|V_t| = 1{,}0$ e P =0,0776. Pela Equação (8.28)

$$\frac{1{,}0 \times 0{,}944}{0{,}2} \operatorname{sen} \delta = 0{,}776$$

$$\delta = 9{,}46°$$

(por onde se vê que V_t está adiantado em relação a E_{th}). Portanto,

$$V_t = 1{,}0\underline{/-9{,}76° + 9{,}46°} = 1{,}0\underline{/-0{,}3°} = 1{,}0 - j0{,}005$$

$$I = \frac{1{,}0 - j0{,}005 - (0{,}93 - j0{,}16)}{j0{,}2}$$

$$= \frac{0{,}07 + j0{,}155}{j0{,}2} = 0{,}775 - j0{,}350$$

$$= 0{,}850\underline{/-24{,}3°}$$

e

$$E_g = 1{,}0 - j0{,}005 + j1(0{,}775 - j0{,}350)$$
$$= 1{,}350 + j0{,}770 = 1{,}55\underline{/29{,}7°} \text{ p.u.}$$

Dos terminais do gerador para o sistema

$$P + jQ = 1{,}0\underline{/-0{,}3°} \times 0{,}850\underline{/24{,}3°}$$
$$= 0{,}850\underline{/24{,}0°} = 0{,}776 + j0{,}346 \text{ p.u.}$$

Este exemplo confirma nosso raciocínio de que, especificando uma tensão mais alta numa barra do sistema à qual está conectado um gerador, resulta em uma maior potência reativa fornecida ao sistema pelo gerador e requer uma tensão gerada maior obtida pelo aumento da excitação de campo CC do gerador. Neste exemplo, Q aumentou de 0,194 para 0,346 p.u. e $|E_g|$ teve de ser aumentado de 1,42 para 1,55 p.u.

8.9 BANCOS DE CAPACITORES

Outro método muito importante para controlar a tensão de barra é por bancos de capacitores em derivação nas barras tanto nos níveis de transmissão como nos de distribuição ao longo das linhas ou nas subestações e nas cargas. Essencialmente, os capacitores constituem uma maneira de fornecer vars no ponto de instalação. Os bancos de capacitores podem ficar permanentemente ligados, mas como reguladores de tensão podem ser ligados e desligados do sistema conforme determinam as mudanças na carga. O chaveamento pode ser manual ou automatica-

mente controlado por sistema de relógio em resposta a determinadas condições de tensão ou de potência reativa. Quando estão em paralelo com a carga sob fator de potência em atraso, os capacitores são a fonte de parte ou talvez de toda a potência reativa da carga. Então, os capacitores reduzem a corrente de linha necessária para suprir a carga e reduzem a queda de tensão na linha à medida que o fator de potência vai melhorando. Como os capacitores diminuem as necessidades de reativos a serem fornecidos pelos geradores, mais potência ativa fica disponível. O leitor talvez queira rever o efeito do fator de potência sobre a regulação de tensão retornando à Figura 5.5.

No programa computacional de fluxo de carga, o módulo da tensão pode ser especificado somente se existir uma fonte de geração de potência reativa. Portanto, em barras de carga nas quais não há geradores, devem ser previstos os bancos de capacitores, e o computador especificará o valor de Q requerido.

Se os capacitores forem aplicados em um determinado nó, o aumento da tensão nesse nó pode ser determinado pelo teorema de Thévenin. A Figura 8.7 mostra o sistema representado pelo seu equivalente Thévenin no nó onde os capacitores serão colocados pelo fechamento de uma chave. A resistência está indicada no circuito equivalente, porém é sempre bem menor do que a reatância indutiva. Com a chave aberta, a tensão de nó V_t é igual à tensão Thévenin E_{th}. Quando a chave é fechada, a corrente que circula no capacitor é

$$I_C = \frac{E_{th}}{Z_{th} - jX_C} \tag{8.31}$$

O diagrama fasorial é mostrado na Figura 8.8. O aumento em V_t causado pela adição do capacitor é praticamente igual a $|I_c| \cdot X_{th}$ se fizermos a hipótese de que E_{th} permanece inalterada, pois E_{th} e V_t são idênticos antes de se acrescentar o capacitor. Este diagrama fasorial serve para explicar o aumento da tensão na barra onde o capacitor é instalado. O Exemplo 7.6 foi introduzido como parte de nosso estudo sobre $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ e deve ser revisado porque mostra como a alteração no módulo da tensão, devida ao capacitor acrescentado, pode ser calculada para todas as barras de um sistema onde existem barras não reguladas e as cargas são representadas por impedâncias.

Aqui fizemos novamente a suposição de que E_g e E_m permanecem constantes. Conforme descrito na Seção 8.8, a suposição não é totalmente verdadeira mas fornece uma boa estimativa do aumento das tensões das barras devido à colocação de capacitores, exceto nas barras onde a tensão é mantida constante.

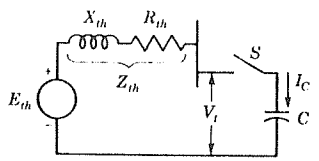


Figura 8.7 Circuito mostrando um capacitor a ser ligado, através do interruptor S, a um sistema representado pelo seu equivalente Thévenin.

Se os capacitores são colocados em uma barra de carga distante de qualquer geração, a estimativa é muito boa para as barras próximas.

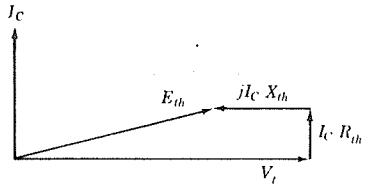


Figura 8.8 Diagrama fasorial do circuito da Figura 8.7 com o capacitor ligado. Antes de ligar o capacitor, $V_t = E_{th}$.

A listagem do fluxo de carga, na Figura 8.2, mostra uma tensão de 0,920 p.u. na barra 4. O mesmo programa de fluxo de carga pode ser usado para determinar a quantidade de potência reativa que deve ser fornecida pelos capacitores, nessa barra, para elevar a tensão para qualquer valor especificado. O procedimento é designar a barra 4 como sendo uma barra regulada a ser mantida na tensão especificada e, com um gerador na barra, para fornecer apenas potência reativa. Se as perdas do gerador são desprezadas, esse gerador é equivalente a um motor síncrono sobreexcitado, sem perdas e sem carga e é conhecido como *condensador síncrono*. O computador determina a quantidade necessária de potência reativa que pode ser fornecida ao sistema pelos capacitores estáticos ou por um condensador síncrono.

Quando a tensão da barra 4 é especificada em 0,950 p.u. a geração de potência reativa requerida é calculada como sendo 15,3 kVAr. Esta injeção de potência reativa na barra 4 aumenta a tensão da barra 5 de 0,968 para 0,976 p.u. Na barra 2, a única não regulada, a tensão fica inalterada devido à sua separação da barra 4 pelas barras reguladas 1 e 3.

O fluxo de potência ativa e reativa, determinado pelo computador nas linhas conectadas à barra 4 e sem a colocação dos capacitores, é mostrado na Figura 8.9.

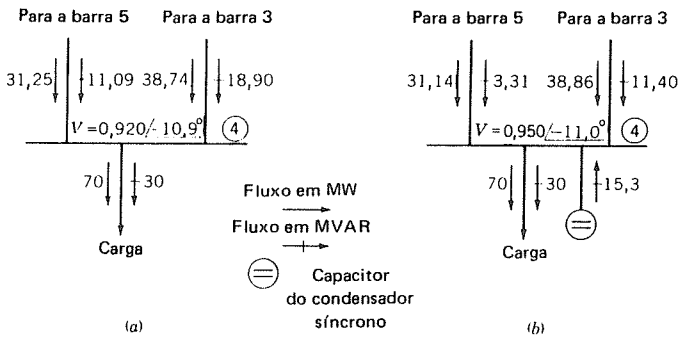


Figura 8.9 Fluxo de P e Q na barra 4 do sistema do Exemplo 8.1 *a*) como encontrado no estudo original de fluxo de carga e *b*) com capacitores colocados na barra para aumentar a tensão para 0,950 p.u.

As quedas de tensão, nas linhas que ligam as barras 3 e 5 à barra 4, são reduzidas pelo suprimento de potência reativa para as barras 4, tendo em vista que a potência reativa que flui nessas linhas fica reduzida. O aumento da tensão na barra 4, obtido pela colocação de capacitores nessa barra, faz com que a potência reativa que chega à barra 4, através das duas linhas de transmissão, se distribua entre as linhas de modo a haver a necessária queda de tensão em cada uma.

8.10 CONTROLE POR TRANSFORMADORES

Os transformadores fornecem uma maneira adicional de controlar o fluxo de potência ativa e reativa. Nosso conceito usual da função dos transformadores num sistema de potência consiste em mudar a tensão de um nível para outro, como por exemplo quando um transformador converte a tensão de um gerador para a tensão da linha de transmissão. Entretanto, os transformadores que possibilitam um pequeno ajuste do módulo da tensão, geralmente na faixa de mais ou menos 10%, e outros que alteram a fase das tensões de linha, são componentes importantes de um sistema de potência. Alguns transformadores regulam tanto o módulo como a fase.

Quase todos os transformadores possuem derivações nos enrolamentos para ajustar a relação de transformação por meio da mudança das derivações quando o transformador está desenergizado. Uma mudança na derivação pode ser feita estando o transformador energizado e, neste caso, o transformador é denominado *transformador com mudança de derivação sob carga* (LTC ou TCUL*). A mudança de derivação é automática e operada por motores que respondem a relés ajustados para manter a tensão no nível preestabelecido. Circuitos especiais permitem que a mudança seja feita sem interromper a corrente.

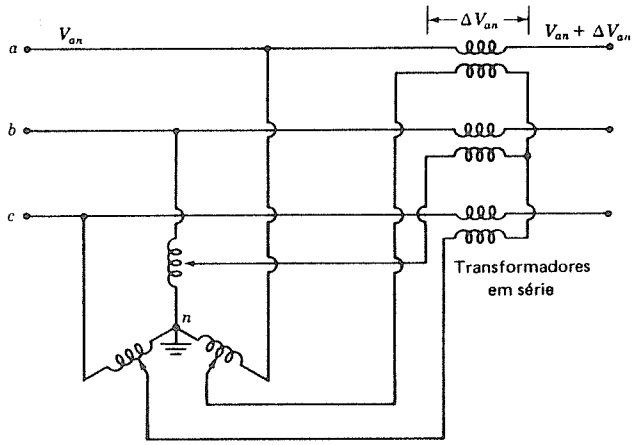


Figura 8.10 Transformador de regulação para controle do módulo de tensão.

* N.T. LTC significa "Load tap-changing" e TCUL significa "Tap-changing-under load".

Um tipo de transformador projetado para pequenos ajustes de tensão em vez de alterar os níveis da tensão é chamado *transformador de regulação*. A Figura 8.10 mostra um transformador de regulação para controle do módulo da tensão, e a Figura 8.11 mostra um transformador de regulação para controle da fase. O diagrama fasorial da Figura 8.12 ajuda a explicar a mudança da fase da tensão. Cada um dos três enrolamentos, nos quais as derivações são feitas, está sobre o mesmo núcleo magnético, bem como o enrolamento da fase cuja tensão está defasada 90° em relação à tensão do neutro ao ponto ligado ao centro de enrolamento com derivação. Por exemplo, a tensão ao neutro V_{an} fica aumentada de uma componente ΔV_{an}, que está em fase ou defasada de 180° de V_{bc}. A Figura 8.12 mostra como as três tensões de linha estão defasadas com pequenas mudanças no módulo.

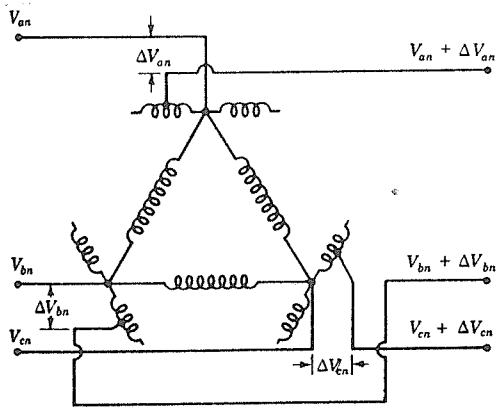


Figura 8.11 Transformador de regulação para controle da fase. Os enrolamentos dispostos paralelos entre si estão no mesmo núcleo.

O procedimento para determinar Y_{barra} e Z_{barra} em p.u. para uma rede que contém um transformador de regulação é o mesmo que é usado para qualquer transformador cuja relação de espiras é diferente da relação usada para selecionar a relação das bases de tensão nos dois lados do transformador. Para tal transformador, o qual iremos agora estudar, dizemos que apresenta uma relação de espiras não equiparadas* (fora do valor nominal).

Se tivermos duas barras ligadas lpor um transformador, e se a relação entre as tensões de linha do transformador for a mesma que a relação das tensões-base das duas barras, o circuito equivalente (desprezando a corrente de magnetização) é simplesmente a impedância do transformador em p.u., em relação à base escolhida, conectada entre as barras. A Figura 8.13*a* é um diagrama unifilar de dois transformadores em paralelo. Vamos supor que um deles tenha a relação de transformação $1/n$, que é também a relação das tensões-base nos dois lados do transformador, e que a relação de transformação do outro transformador seja $1/n'$. Então, o

* N.T. Em inglês: off-nominal turns ratio.

circuito equivalente é o da Figura 8.13*b*. Necessitamos do transformador ideal (sem impedâncias) com a relação $1/a$ no diagrama de reatâncias em p.u., de modo a levar em conta a relação de espiras não equiparadas do segundo transformador porque as tensões-base foram determinadas pela relação de transformação do primeiro transformador.

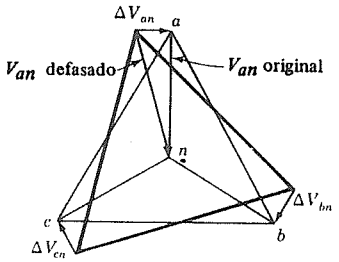


Figura 8.12 Diagrama fasorial para o transformador de regulação mostrado na Figura 8.11.

Se tivermos um transformador de regulação (em vez do transformador com mudança de derivação sob carga, que altera o nível de tensão como também apresenta o dispositivo de mudança de derivação), a Figura 8.13*b* pode ser interpretada como duas linhas de transmissão em paralelo, com transformador de regulação em uma linha.

Evidentemente, nosso problema consiste em achar as admitâncias de nós da Figura 8.14, que é uma representação mais detalhada do transformador com mudança de derivação sob carga com uma relação de transformação igual a $1/n'$, ou de um transformador de regulação com a relação de transformação $1/a$. A admitância Y da figura é o inverso da impedância p.u. do transformador. Como a admitância Y é mostrada no lado do transformador ideal mais perto do nó 1, o lado com derivação (ou o lado que corresponde a n') fica mais perto do nó 2. Esta designação é importante para o uso das equações que deverão ser obtidas. Se estamos considerando um transformador com relação de espiras não equiparadas, a é a relação n'/n. Se temos um transformador de regulação, a pode ser real ou imaginário, tais como 1,02 para uma elevação de 2% no módulo ou $\&j\pi/60$ para uma variação de 3° por fase.

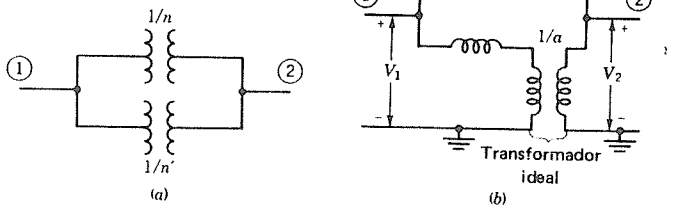


Figura 8.13 Transformadores com diferentes relações de transformação conectadas em paralelo: (*a*) diagrama unifilar; (*b*) diagrama de reatâncias em por-unidade. A relação de transformação $1/a$ é igual a n/n'.

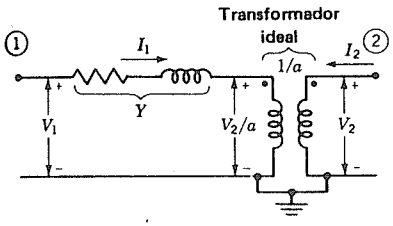


Figura 8.14 Diagrama de reatâncias em p.u. mais detalhado do transformador da Figura 8.13*b*, cuja relação de transformação é $1/a$.

A Figura 8.14 foi assinalada para mostrar as correntes I_1 e I_2 entrando nos dois nós, e as tensões são V_1 e V_2 referidas ao nó de referência. A expressão complexa para a potência no transformador ideal, vinda a partir do nó 1, é

$$S_1 = \frac{V_2}{a} I_1^* \tag{8.32}$$

e, a partir do nó 2, é

$$S_2 = V_2 I_2^* \tag{8.33}$$

Como estamos supondo que temos um transformador ideal sem perdas, a potência no transformador ideal vinda do nó 1 deve ser igual à potência fora do transformador vinda do nó 2, e então

$$\frac{V_2}{a} I_1^* = -V_2 I_2^* \tag{8.34}$$

e

$$I_1 = -a^* I_2 \tag{8.35}$$

A corrente I_1 pode ser expressa por

$$I_1 = \left(V_1 - \frac{V_2}{a}\right) Y \tag{8.36}$$

ou

$$I_1 = V_1 Y - V_2 \frac{Y}{a} \tag{8.37}$$

Substituindo $-a^* I_2$ por I_1 e resolvendo para I_2 temos

$$I_2 = -V_1 \frac{Y}{a^*} + V_2 \frac{Y}{aa^*} \tag{8.38}$$

Comparando as Equações (8.37) e (8.38), como $aa^* = |a|^2$, temos para as admitâncias dos nós

$$Y_{11} = Y \qquad Y_{22} = \frac{Y}{|a|^2}$$
$$Y_{12} = -\frac{Y}{a} \qquad Y_{21} = -\frac{Y}{a^*} \tag{8.39}$$

O equivalente π, que corresponde a estes valores de admitâncias de nós, pode ser encontrado apenas se a for real, tal que $Y_{21} = Y_{12}$. Se o transformador altera o módulo, e não a fase, o circuito é o da Figura 8.15. Este circuito não terá existência física se Y tiver componente real, porque isso exigiria uma resistência negativa no circuito. Entretanto, o fator importante é que agora podemos utilizar o módulo, a fase, e a relação de espiras não equiparadas do transformador para calcular e obter $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ e $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$.

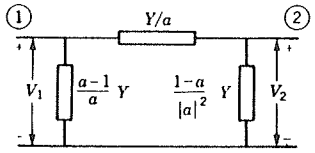


Figura 8.15 Circuito contendo as admitâncias de nós das Equações (8.39), devendo a ser real.

Exemplo 8.3 Dois transformadores são ligados em paralelo para alimentar uma impedância por fase ligada ao neutro cujo valor é $0{,}8 + j\,0{,}6$ p.u. sob uma tensão de $V_2 = 1{,}0\angle 0°$ p.u. O transformador T_a tem uma relação de transformação igual à relação das tensões-base nos dois lados do transformador. Possui uma impedância de $j0{,}1$ p.u. em relação à sua própria base. O segundo transformador T_b apresenta uma elevação de tensão, em direção à carga, 1,05 vezes maior do que T_a (com os enrolamentos secundários na derivação 1,05), a sua impedância é $j0{,}1$ p.u. em relação à base do circuito no lado de sua baixa tensão. A Figura 8.16 mostra o circuito equivalente com o transformador T_b representado por suas impedâncias e por um transformador ideal. Achar a potência complexa transmitida à carga através de cada transformador.

Solução

$$I_2 = -\frac{1{,}0}{0{,}8 + j0{,}6} = -0{,}8 + j0{,}6$$
$$a = 1{,}05$$

Para determinar a corrente em cada transformador, necessitamos calcular V_1 pela equação

$$I_2 = V_1 Y_{21} + V_2 Y_{22}$$

onde as admitâncias de nós são aquelas da combinação em paralelo dos dois transformadores. Para o transformador T_a

$$Y_{21} = -\frac{1}{j0{,}1} = j10$$
$$Y_{22} = \frac{1}{j0{,}1} = -j10$$

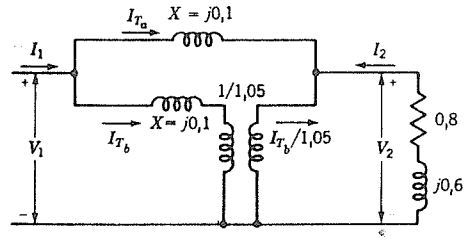


Figura 8.16 Circuito para o Exemplo 8.3. Valores em p.u.

Para o transformador T_b

$$Y_{21} = -\frac{1/j0{,}1}{1{,}05} = j9{,}52$$
$$Y_{22} = \frac{1/j0{,}1}{|1{,}05|^2} = -j9{,}07$$

Para os dois transformadores em paralelo

$$Y_{21} = j10 + j9{,}52 = j19{,}52$$
$$Y_{22} = -j10 - j9{,}07 = -j19{,}07$$

Então, da equação de nó para I_2,

$$-0{,}8 + j0{,}6 = V_1(j19{,}52) - j19{,}07 \times 1{,}0$$
$$V_1 = 1{,}008 + j0{,}041$$
$$V_1 - V_2 = 0{,}008 + j0{,}041$$

Portanto,

$$I_{T_a} = (V_1 - V_2)(-j10) = 0{,}41 - j0{,}08$$

Da Equação (8.35), a corrente na barra 2 do transformador T_b é I_{Tb}/a^*, e da Figura 8.16 esta corrente é $-(I_{Ta} + I_2)$, dando

$$\frac{I_{T_b}}{a^*} = -I_2 - I_{T_a} = 0{,}8 - j0{,}6 - (0{,}41 - j0{,}08) = 0{,}39 - j0{,}52$$

As potências complexas são

$$S_{T_a} = V_2 I_{T_a}^* = 0{,}41 + j0{,}08 \text{ p.u.}$$

$$S_{T_b} = V_2\left(\frac{I_{T_b}}{a^*}\right)^* = 0{,}39 + j0{,}52 \text{ p.u.}$$

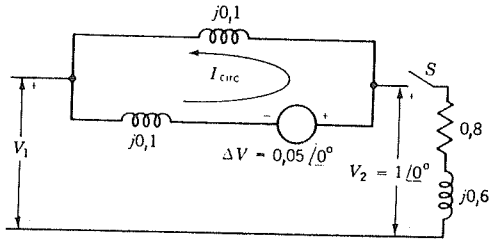


Figura 8.17 Circuito equivalente para a Figura 8.16, quando a chave S é fechada.

Uma solução aproximada para este problema é obtida verificando-se que a Figura 8.17, com a chave S fechada, também é um circuito equivalente para o problema se a tensão ΔV, que existe no ramo do circuito equivalente ao transformador T_b, é igual a a-1 em p.u. Em outras palavras, se T_a fornece uma relação de tensão 5% maior do que T_b, a é igual a 1,05 e ΔV é igual a 0,05 p.u. Podemos dizer que a corrente criada por ΔV circula em torno do laço indicado por I_{circ} com a chave S aberta e que, com a chave S fechada, nenhuma porção dessa corrente flui pela impedância da carga porque esta é muito maior do que a impedância do transformador. Desse modo, podemos usar o princípio da superposição. Então,

$$I_{circ} = \frac{0{,}05}{j0{,}2} = -j0{,}25 \text{ p.u.}$$

Com ΔV curtocircuitado, a corrente em cada caminho é a metade da corrente de carga, ou 0,4 $-j$0,3. Então, superpondo as correntes circulantes, temos

$$I_{T_a} = 0{,}4 - j0{,}3 - (-j0{,}25) = 0{,}4 - j0{,}05$$

$$I_{T_b} = 0{,}4 - j0{,}3 + (-j0{,}25) = 0{,}4 - j0{,}55$$

tal que

$$S_{T_a} = 0{,}40 + j0{,}05 \text{ p.u.}$$

e

$$S_{T_b} = 0{,}40 + j0{,}55 \text{ p.u.}$$

Estes valores, embora de modo aproximado, estão tão próximos dos valores originalmente encontrados que o método é muitas vezes usado devido à sua simplicidade.

Este exemplo mostra que o transformador com a derivação em sua posição mais elevada está fornecendo a maior parte da potência reativa à carga. A potência ativa é dividida de forma igual entre os transformadores. Como os dois transformadores apresentam a mesma impedância, se tiverem a mesma relação de transformação eles dividem igualmente a carga ativa e a carga reativa. Neste caso, cada um deles poderia ser representado pela mesma reatância de j 0,1 p.u. entre as duas barras e conduzir igual corrente. Quando os dois transformadores estão em paralelo, podemos variar a distribuição de potência reativa entre eles ajustando as relações dos módulos de suas tensões. Quando dois transformadores em paralelo de igual potência aparente não dividem igualmente os kVA devido a suas impedâncias diferentes, esses kVA podem ser mais aproximadamente igualados pelo ajuste das relações dos módulos de tensão com o auxílio das derivações.

Se uma determinada linha de transmissão em um sistema está transportando uma potência reativa muito pequena ou muito grande, pode ser colocado um transformador de regulação, numa das extremidades da linha, para ajustar o módulo da tensão de modo a fazer com que a linha transmita uma potência reativa maior ou menor. Podemos pesquisar isso por meio do dispositivo automático de mudança de derivação no programa de fluxo de carga num computador digital.

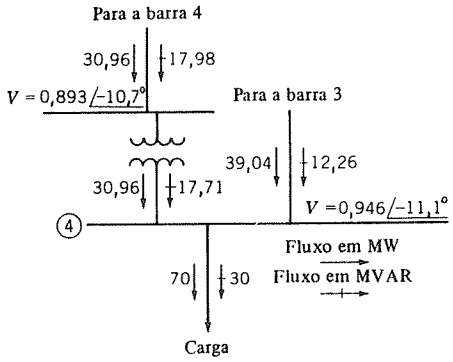


Figura 8.18 Fluxo de P e Q na barra 4 do sistema da Figura 8.1 quando um transformador de regulação na linha 5-4, junto à barra 4, aumenta V_4 para 0,946 p.u.

Por exemplo, podemos aumentar a tensão na barra 4 do Exemplo 8.1 introduzindo um transformador de regulação na linha da barra 5 para a barra 4, junto à barra 4, e podemos instruir o computador para considerar isso como um TCUL com uma derivação posicionada para manter a tensão da barra em torno de 0,950 p.u. Existe um intervalo definido entre as derivações, e a tensão não será necessariamente igual a 0,950 p.u. com exatidão. Os resultados encontrados para a barra 4 são mostrados no diagrama unifilar da Figura 8.18. Supomos uma reatância de 0,08 p.u. para o TCUL.

Quando a tensão da barra 4 é aumentada pelo TCUL na linha 5-4, a queda de tensão na linha 3-4 deve ser menor e esperamos que isso seja realizado por uma redução de fluxo de potência reativa pela linha e com pequena variação na potência ativa. Comparando a Figura 8.18 com a 8.9*a*, vemos que Q chegando na barra 4 através da linha 3-4 é reduzida de 18,90 para 12,26 MVAr sem grande mudança em P. Para fornecer os 30 MVAr solicitados pela carga, circula agora 17,71 MVAr para a barra 4 através da linha vinda da barra 5 e do TCUL. O aumento de megavars na linha faz com que a tensão no lado de baixa tensão do TCUL fique razoavelmente menor, mas o transformador aumenta a tensão para 0,946 p.u. na barra 4, através da seleção adequada da derivação.

A tensão na barra 5 diminui do valor original de 0,968 p.u. para 0,962 p.u. Como comparação, observamos na Seção 8.9 que a tensão na barra 5 aumentava para 0,976 p.u. quando eram acrescentados capacitores à barra 4. No caso presente, a razão para a diminuição da tensão da barra 5 é que o aumento de potência reativa fornecida à barra 4, vinda da barra 5, causou um aumento na potência reativa que tinha de ser fornecida à barra 5 a partir das barras 1 e 3 de tensão regulada.

Para determinar o efeito dos transformadores defasadores precisamos apenas fazer com que a seja complexo com módulo unitário nas Equações (8.39).

Exemplo 8.4 Repita o Exemplo 8.3 exceto que T_b inclui: um transformador com a mesma relação de transformação que T_a e um transformador de regulação com um defasamento de 3° ($a = e^{j\pi/60} = 1{,}0\angle 3°$). A impedância dos dois componentes de T_b é $j0{,}1$ p.u. em relação à base de T_a.

Solução Para o transformador T_a, como no Exemplo 8.3,

$$Y_{21} = j10 \qquad Y_{22} = -j10$$

e para o transformador T_b

$$Y_{21} = \frac{j10}{a^*} = 10\angle 93°$$

$$Y_{22} = \frac{-j10}{|1{,}0\angle 3°|^2} = -j10$$

Combinando os transformadores em paralelo, temos

$$Y_{21} = 10\angle 90° + 10\angle 93° = -0{,}523 + j20{,}0$$
$$Y_{22} = -j10 - j10 = -j20$$

Seguindo o procedimento do Exemplo 8.3, temos

$$-0{,}8 + j0{,}6 = V_1(-0{,}523 + j20) + (-j20)(1{,}0)$$

$$V_1 = \frac{-0{,}8 + j20{,}6}{-0{,}523 + j20} = \frac{0{,}418 - j10{,}77 + j16{,}0 + 412{,}0}{400}$$

$$= 1{,}03 + j0{,}013$$

$$V_1 - V_2 = 0{,}03 + j0{,}013$$

$$I_{T_a} = (0{,}03 + j0{,}013)(-j10) = 0{,}13 - j0{,}30$$

$$\frac{I_{T_b}}{a^*} = 0{,}8 - j0{,}6 - (0{,}13 - j0{,}30) = 0{,}67 - j0{,}30$$

$$S_{T_a} = 0{,}13 + j0{,}30 \text{ p.u.}$$

$$S_{T_b} = 0{,}67 + j0{,}30 \text{ p.u.}$$

Como no Exemplo 8.3, podemos obter uma solução aproximada do problema inserindo uma fonte de tensão ΔV em série com a impedância do transformador T_b. A tensão em p.u. é

$$a - 1 = 1{,}0\angle 3° - 1{,}0\angle 0° = (2 \text{ sen } 1{,}5°)\angle 91{,}5° = 0{,}0524\angle 91{,}5°$$

$$I_{\text{circ}} = \frac{0{,}0524\angle 91{,}5°}{0{,}2\angle 90°} = 0{,}262 + j0{,}0069$$

$$I_{T_a} = 0{,}4 - j0{,}3 - (0{,}262 + j0{,}007) = 0{,}138 - j0{,}307$$

$$I_{T_b} = 0{,}4 - j0{,}3 + (0{,}262 + j0{,}007) = 0{,}662 - j0{,}293$$

Então

$$S_{T_a} = 0{,}138 + j0{,}307 \text{ p.u.}$$

$$S_{T_b} = 0{,}662 + j0{,}293 \text{ p.u.}$$

Novamente, os valores aproximados estão próximos dos valores encontrados anteriormente.

O exemplo mostra que o transformador defasador é conveniente para controlar a quantidade de fluxo de potência ativa, porém apresenta menos efeitos sobre fluxo de potência reativa. Ambos os Exemplos 8.3 e 8.4 são ilustrativos de duas linhas de transmissão em paralelo com um transformador de regulação em uma das linhas. Por exemplo, as Equações (8.39) seriam aplicáveis a uma linha de transmissão com um transformador de regulação com relação de espiras não equiparadas em uma das extremidades e desprezadas a admitância derivação e a impedância do transformador ou incluídas na impedância em série da linha. Neste caso, a Y das Equações (8.39) seria o inverso da impedância em série da linha em p.u. Num estudo de fluxo de carga no computador digital, o transformador na extremidade de uma linha pode ser levado em consideração, adicionando uma barra de tal maneira que o transformador seja diretamente conectado às barras em ambos os lados.

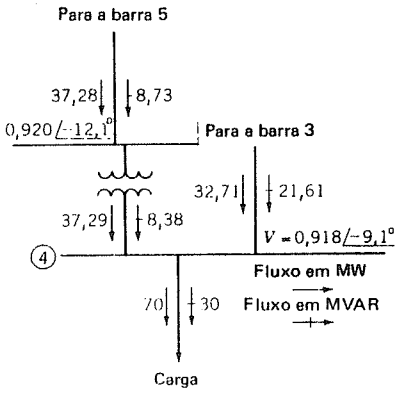


Figura 8.19 O fluxo de P e Q na barra 4 do sistema da Figura 8.1 quando um transformador de regulação na linha 5-4, na barra 4, causa uma defasagem de 3° entre seus terminais.

A Figura 8.19 mostra o fluxo de potências ativa e reativa e a tensão na barra 4 do sistema do Exemplo 8.1 quando é colocado um transformador defasador na linha 5-4, barra 4. Os dados de entrada para o computador especificavam um deslocamento angular de 3° no transformador. Como resultado tivemos uma mudança na potência ativa da linha 3-4 para a linha 5-4, o que era esperado do nosso estudo sobre transformadores ou linhas de transmissão em paralelo. Neste caso, as duas linhas comparadas não estão em paralelo e há uma diferença significativa (cerca da metade da variação em P) na potência reativa nas linhas que chegam à barra 4. Essa variação em Q é consistente com as Equações (8.29), embora não estejamos desprezando a resistência, que é explicada pela redução no ângulo δ entre as barras 3 e 4, o que aumenta Q naquela linha.

8.11 SUMÁRIO

Além do estudo do fluxo de potência em um computador, este capítulo apresentou alguns métodos para controlar a tensão e o fluxo de potência sob o ponto de vista da compreensão de como este controle é conseguido. O estudo do fluxo de potência num computador é o melhor meio de se obter respostas quantitativas para o efeito de operações específicas de controle.

A análise do efeito da excitação do gerador síncrono, ligado a uma barra que apresenta tensão constante conforme estudado no Capítulo 6, foi estendida a um gerador que abastece um sistema representado pelo seu equivalente Thévenin.

Quando examinamos a aplicação de capacitores a uma carga, vimos que a potência reativa fornecida pelos capacitores fazia aumentar a tensão na carga. Como o aumento da excitação no gerador síncrono causa a entrada de potência reativa no sistema, o efeito é o mesmo que a adição de capacitores e provocará o aumento da tensão na barra do gerador, a menos que o sistema seja muito grande.

Como o módulo da tensão e a potência ativa entregue pelo gerador geralmente são especificados num estudo de fluxo de potência, fizemos um exame de como a excitação do gerador deve ser variada para se obter a tensão especificada na barra para a constante P fornecida pelo gerador. Finalmente, deduzimos as expressões para P e Q fornecidos pelo gerador em termos de $|V_t|$, $|E_g|$ e o ângulo de potência δ para mostrar a dependência da potência real em relação a δ.

Foram examinados os resultados da colocação de dois transformadores em paralelo quando as relações de transformação eram diferentes ou quando um deles apresentava deslocamento de fase. As Equações (8.39) levam-nos às equações das admitâncias de nós dos circuitos equivalentes para tais transformadores. Foram apresentados exemplos para mostrar que transformadores do tipo TCUL, controlando o módulo da tensão, e transformadores de regulação dos tipos de variação de módulo e defasamento poderiam controlar o fluxo de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão.

PROBLEMAS

8.1 Continuando o Exemplo 8.1, ache $\Delta P_4^{(0)}$.

8.2 Determine o valor do elemento $(\partial P_3/\partial \delta_4)$ na terceira coluna e segunda linha do jacobiano para a primeira iteração, em continuação do Exemplo 8.1.

8.3 Ache, para a primeira iteração, o elemento na terceira coluna e terceira linha do jacobiano do Exemplo 8.1.

8.4 Ache, para a primeira iteração, o elemento na sexta coluna e terceira linha do jacobiano do Exemplo 8.1

8.5 Desenhe um diagrama semelhante ao da Figura 8.3 para a barra 3 do sistema do Exemplo 8.1, a partir da informação fornecida pela listagem de saída do fluxo de carga da Figura 8.2. Qual é a discrepância ("mismatch") de potências em megawatt e megavar nessa barra?

8.6 Reproduza a Figura 8.20 e indique nela os valores de:

(*a*) P e Q deixando a barra 5 na linha 5-4.

(*b*) Q fornecida pela capacitância fixa do π nominal da linha 5-4, barra 5. (Note que este valor de Q varia proporcionalmente a $|V_5|^2$).

(*c*) P e Q nas duas extremidades da parte em série do π nominal da linha.

(*d*) Q fornecida pela capacitância fixa do π nominal da linha 5-4 na barra 4.

(*e*) P e Q que entram na barra 4 pela linha 5-4.

8.7 Como parte da solução do fluxo de carga do Exemplo 8.1, o computador listou uma perda total na linha de 9.67 MW. Como isso se compara com a soma das perdas que podem ser encontradas na listagem do fluxo de carga de cada linha individual?

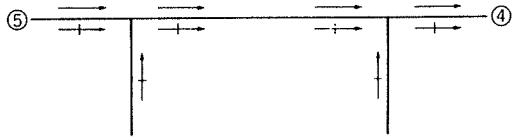


Figura 8.20 Diagrama para o Problema 8.6.

8.8 O efeito da excitação de campo estudado na Seção 6.4 pode, agora, ser calculado. Considere um gerador tendo uma reatância síncrona de 1,0 p.u. e estando ligado a um grande sistema. A resistência pode ser desprezada. Se a tensão na barra é $1{,}0\angle 0°$ p.u. e o gerador está abastecendo a barra com uma corrente de 0,8 p.u. sob fator de potência 0,8 indutivo, ache o módulo e o ângulo da tensão em vazio E_g do gerador P e Q entregues à barra. Em seguida, ache o ângulo δ entre E_g e a tensão da barra, a corrente I_a e Q entregues à barra pelo gerador se a saída de potência do gerador permanecer constante, porém se a excitação do gerador for: (*a*) diminuída de tal maneira que $|E_g|$ seja 15% menor, e (*b*) aumentada de tal maneira que $|E_g|$ seja 15% maior. Qual é o percentual de variação de Q devido à redução e aumento de $|E_g|$? Diga se os resultados deste problema concordam com as conclusões obtidas na Seção 6.4.

8.9 Um sistema de potência ao qual será ligado um gerador a uma determinada barra pode ser representado pela tensão Thévenin $E_{th} = 0{,}9\angle 0°$ p.u. em série com $Z_{th} = 0{,}25\angle 90°$ p.u. Quando ligado ao sistema, E_g do gerador é $1{,}4\angle 30°$ p.u. A reatância síncrona do gerador na base do sistema é 1,0 p.u. (*a*) ache a tensão de barra V_t e P e Q transferidos ao sistema nessa barra; (*b*) se a tensão da barra tiver de ser $|V_t| = 1{,}0$ p.u. para a mesma potência P transferida ao sistema, ache o valor de E_g necessária e o valor de Q transferida ao sistema na barra. Supor todas as outras fem do sistema inalteradas em módulo e ângulo; isto é, E_{th} e Z_{th} são constantes.

8.10 No Problema 7.10 as tensões nas três barras foram calculadas antes e depois de ser ligado um capacitor entre o neutro e a barra 3. Ache P e Q que entram ou deixam a barra 3 pelas linhas de transmissão, através da reatância ligada entre a barra e o neutro, e a partir do capacitor antes e depois que ele é conectado. Supor que as tensões geradas permanecem constantes em módulo e ângulo. Trace os diagramas similares aos da Figura 8.9 para mostrar os valores calculados.

8.11 A Figura 8.9 mostra que 15,3 MVAr devem ser supridos por um banco de capacitores na barra 4 do sistema de 60 Hz do Exemplo 8.1 para aumentar a tensão da barra para 0,950 p.u. Sendo 138 kV a tensão-base, ache a capacitância em cada fase para os capacitores (*a*) conectados em Y e (*b*) conectados em Δ.

8.12 Duas barras a e b são ligadas entre si através das impedâncias em paralelo $X_1 = 0{,}1$ e $X_2 = 0{,}2$ p.u. A barra b é uma barra de carga fornecendo uma corrente $I = 1{,}0\angle -30°$ p.u. A tensão da barra é $V_b = 1{,}0\angle 0°$. Ache P e Q que chegam à barra b através de cada ramo em paralelo: (*a*) no circuito descrito, (*b*) se o transformador de regulação for conectado à barra b na linha de maior reatância de modo a provocar um aumento de 3% na tensão no lado da carga ($a = 1{,}03$), e (*c*) se o transformador de regulação fizer com que a fase avance 2° ($a = \mathfrak{E}^{j\pi/90}$).

Use o método de corrente de circulação para os itens (*b*) e (*c*) e suponha que V_a seja ajustada para cada parte do problema, tal que V_b permaneça constante. A Figura 8.21 é o diagrama unifilar mostrando as barras a e b do sistema com o transformador de regulação no lugar. Despreze a impedância do transformador.

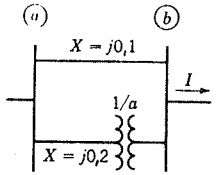


Figura 8.21 Circuito para o Problema 8.12.

8.13 Duas reatâncias $X_1 = 0{,}08$ e $X_2 = 0{,}12$ p.u. estão em paralelo entre as barras a e b num sistema de potência. Sendo $V_a = 1{,}05\angle 10°$ e $V_b = 1{,}0\angle 0°$ p.u., qual seria a relação de transformação do transformador de regulação a ser inserida em série com X_2 na barra b, de modo a que nenhum fluxo reativo circule para a barra b, vindo do ramo cuja reatância é X_1? Use o método da corrente de circulação e despreze a reatância do transformador de regulação, P e Q da carga e V_b permanecem constantes.

8.14 Dois transformadores, cada um com tensões nominais 115Y/13,2 ΔkV, operam em paralelo abastecendo uma carga de 35 MVA e 13,2 kV com fator de potência 0,8 indutivo. O transformador 1 tem potência nominal de 20 MVA e $X = 0{,}09$ p.u. e o transformador 2 apresenta potência nominal de 15 MVA e $X = 0{,}07$ p.u. Ache a corrente em p.u. em cada transformador, a saída em MVA de cada transformador, e os MVA para os quais a carga total deve ser limitada para que nenhum dos transformadores seja sobrecarregado. Se as derivações no transformador 1 estiverem ajustadas em 111 kV para dar um aumento de 3,6% na tensão no lado da baixa tensão desse transformador comparado ao transformador 2, o qual permanece ajustado na derivação de 115 kV, ache a saída em MVA de cada transformador para a carga original total de 35 MVA e o valor máximo em MVA da carga total que não sobrecarregará os transformadores. Use as bases de 35 MVA e 13,2 kV no lado de baixa tensão. O método da corrente circulante é satisfatório para este problema.

8.15 Se a impedância da carga na barra b, do circuito descrito no Problema 8.12, for $0{,}866 + j0{,}5$ p.u., e se V_a for $1{,}04\angle 0°$ p.u. (tensão V_b e corrente da carga não mais especificados), ache V_b para as condições descritas nos itens (*a*), (*b*) e (*c*) do Problema 8.12. Ache, também, P e Q que chegam à barra b através de cada um dos ramos paralelos em todos os três casos. As Equações (8.39) devem ser usadas neste problema, e a impedância da carga pode ser incluída em Y_{22} das equações de admitâncias de nós do circuito completo.

CAPÍTULO
9

OPERAÇÃO ECONÔMICA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

O engenheiro está sempre voltado à análise do custo de produtos e serviços. A operação de um sistema de potência é importante dentro do aspecto de retorno sobre o capital investido. Taxas fixadas por comitês reguladores e a importância da economia de combustível colocam pressões extremas sobre as companhias de energia elétrica com o objetivo de alcançar máxima eficiência de operação e de aumentar a eficiência continuamente com o fim de manter uma razoável relação entre custo do quilowatt-hora para um consumidor e o custo da companhia para fornecer um quilowatt-hora em face do constante crescimento dos preços do óleo, dos serviços, suprimentos e manutenção.

Os engenheiros têm alcançado grande sucesso no aumento da eficiência de caldeiras, turbinas e geradores tão continuamente que cada nova unidade adicionada às usinas geradoras de um sistema opera de maneira mais eficiente que qualquer unidade mais antiga. Na operação do sistema nas condições de qualquer carga, a contribuição de cada usina e de cada unidade dentro dela deve ser determinada de maneira que o custo da potência gerada seja mínimo. A maneira como o engenheiro tem enfrentado e resolvido este desafiante problema é o assunto deste capítulo.

Um antigo método de tentar a minimização de custos da potência entregue é o de solicitar potência somente da usina mais eficiente, com cargas leves. À medida que a carga aumenta, potência deve ser fornecida pela usina mais eficiente até que o ponto de máxima eficiência daquela usina seja alcançado. Então, para acréscimos futuros na carga, a segunda usina mais eficiente deveria iniciar a fornecer potência ao sistema, e a terceira não deveria ser chamada até que o ponto de máxima eficiência da segunda fosse alcançado. Mesmo com perdas de transmissão desprezadas, este método falha na minimização de custos.

Estudaremos primeiro a distribuição mais econômica da geração de potência de uma usina entre os geradores, ou unidades, dentro da usina. Como o sistema de geração é geralmente ampliado pela adição de unidades às usinas existentes, as várias unidades dentro de uma usina geralmente têm características diferenciadas. O método que será desenvolvido é também aplicado ao planejamento econômico da potência das usinas para uma dada carga do sistema, sem considerações sobre as perdas de transmissão. Desenvolveremos um método expressando as perdas das linhas de transmissão como uma função das saídas de várias usinas. Posteriormente, determinaremos como a saída de cada usina do sistema é planejada com o objetivo de entregar uma potência a custo mínimo para a carga.

9.1 DISTRIBUIÇÃO DA CARGA ENTRE AS UNIDADES DE UMA MESMA USINA

Para determinar a distribuição econômica da carga entre as várias unidades compostas de turbina, gerador e caldeira, o custo variável de operação da unidade deve ser expresso em termos da potência na saída. O custo do combustível é o principal fator em usinas de combustível fóssil, e o custo do combustível nuclear pode ser também expresso em função da saída. A maior parte da nossa energia continuará a vir de combustíveis fósseis e nucleares por muitos anos até que outras fontes de energia estejam aptas a assumir esta função. Basearemos nossa discussão na economia do custo de combustível, considerando que outros custos que são função da potência da saída podem ser incluídos na expressão do custo de combustível. Uma curva típica entrada-saída que é um gráfico da entrada de combustível para uma usina de combustível-fóssil em Btu, por hora *versus* a potência de saída da unidade em megawatts, está indicada na Figura 9.1 As ordenadas da curva são convertidas para dólar, multiplicando a entrada de combustível pelo custo de combustível em dólares por milhão de Btu.

Se uma reta é traçada da origem até um ponto qualquer na curva entrada-saída, o inverso da inclinação pode ser expresso em megawatts, dividido pela entrada em milhões de Btu por hora, ou a razão de saída de energia em megawatts-hora para o combustível consumido medido em

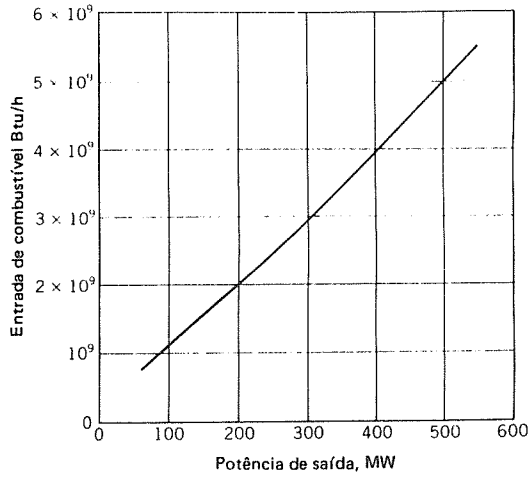


Figura 9.1 Curva de entrada e saída para uma unidade geradora indicando entrada de combustível *versus* potência de saída

milhões de Btu. Esta razão é a eficiência do combustível. A eficiência máxima ocorre no ponto onde a inclinação da reta que vai da origem a um ponto da curva é um mínimo, isto é, no ponto onde a linha tangencia a curva. Para a unidade cuja curva entrada-saída é a indicada na Figura 9.1, a máxima eficiência corresponde à saída de aproximadamente 280 MW, o que requer uma entrada de $2{,}8 \times 10^9$ Btu/h. O consumo de combustível é $10{,}0 \times 10^6$ Btu/MWH. Para comparação, quando a unidade fornece 100 MW, o consumo de combustível é de 11×10^6 Btu/MWH.

Naturalmente, que o consumo de combustível para uma dada saída é facilmente convertido em dólares por megawatt-hora. Como veremos, o critério para distribuição da carga entre duas unidades quaisquer é baseado sobre o fato de que o crescimento da carga sobre uma unidade acompanhada de um decréscimo sobre a outra unidade de uma quantidade igual resulta em um acréscimo ou decréscimo no custo total. Então, nós estamos envolvidos com custo *incremental* que é determinado pelas inclinações das curvas entrada-saída das duas unidades. Se expressarmos as ordenadas da curva entrada-saída em dólares por hora e fizermos

F_n = entrada da unidade n, dólar por hora

P_n = saída da unidade n, MW

o custo incremental de combustível da unidade em dólares por megawatt-hora será dF_n/dP_n.

O custo incremental de combustível para uma potência de saída qualquer, é o limite da razão do acréscimo em custo do combustível de entrada em dólares por hora pelo acréscimo correspondente na potência de saída em megawatt, quando o acréscimo na potência de saída tende a zero. Aproximadamente, o custo incremental de combustível poderia ser obtido pela determinação do custo adicional de combustível para um definido intervalo de tempo quando a potência de saída fosse aumentada de pequenas quantidades. Por conseguinte, o custo incremental aproximado de uma saída em particular é o custo adicional em dólares por hora para aumentar a saída de 1 MW. Na realidade, o custo incremental é determinado medindo a inclinação da curva entrada-saída e multiplicando-a pelo custo por Btu da própria unidade. Com mills (décimo de um cent) por quilowatt-hora é igual a dólar por megawatt-hora e como um quilowatt é uma quantidade muito pequena de potência em comparação com a saída usual de uma unidade de uma usina a vapor, o custo incremental de combustível pode ser considerado como o custo de combustível em mills por hora para suprir um adicional quilowatt de saída.

Um diagrama típico de custo incremental de combustível *versus* potência de saída está indicado na Figura 9.2. Esta figura é obtida medindo a inclinação da curva entrada-saída da Figura 9.1 para várias saídas e aplicando um custo de combustível de \$1.30 por milhão de Btu. Entretanto, o custo de combustível em termos de Btu não é muito previsível, e o leitor não deverá assumir que figuras de custo no decorrer deste capítulo sejam aplicáveis numa data em particular. A Figura 9.2 indica que o custo incremental de combustível é bastante linear com respeito à potência de saída dentro da faixa de aplicação. Em estudo analítico, a curva é geralmente aproximada por uma ou duas retas. A reta tracejada na figura é uma boa representação da curva. A equação da reta é

$$\frac{dF_n}{dP_n} = 0{,}0126P + 8{,}9$$

tal que quando a potência de saída é 300 MW, o custo incremental determinado pela aproximação linear é \$12.68 por megawatt-hora. Este valor é o custo adicional aproximado por hora para um acréscimo na saída de 1 MW e a economia em custo por hora devido à redução na saída de 1 MW. O custo incremental *real* para 300 MW é \$12.50 por megawatt-hora, mas esta potência de saída está proxima ao ponto de máximo desvio entre o valor real e a aproximação linear do custo incremental. Para maior precisão, duas retas podem ser traçadas para representar esta curva na faixa de valores altos e valores baixos.

Agora temos o conhecimento básico para entender o princípio que norteia a distribuição de carga entre as unidades dentro de uma usina. Por exemplo, suponha que a saída total de uma usina seja suprida por duas unidades, e que a divisão de carga entre estas duas unidades seja tal que o custo incremental de combustível de uma seja maior que o da outra. Agora, suponha que parte da carga seja transferida da unidade com o custo incremental maior para a outra unidade, com custo incremental menor. A redução da carga sobre a unidade com custo incremental maior resultará em maior redução do custo do que o aumento no custo pelo acréscimo da mesma parcela de carga na unidade com menor custo incremental. A transferência de carga de uma para outra unidade pode ser continuada com a conseqüente redução em custo total de combustível até que os custos incrementais de combustível das duas unidades sejam iguais. O mesmo raciocínio pode ser estendido às usinas com mais de duas unidades. Então o critério para uma divisão econômica da carga entre unidades de uma usina é aquele no qual todas as unidades devem operar com o mesmo custo incremental de combustível. Se a potência de saída da usina deve ser aumentada, o custo incremental para o qual cada unidade opera crescerá mas deverá permanecer o mesmo para todas.

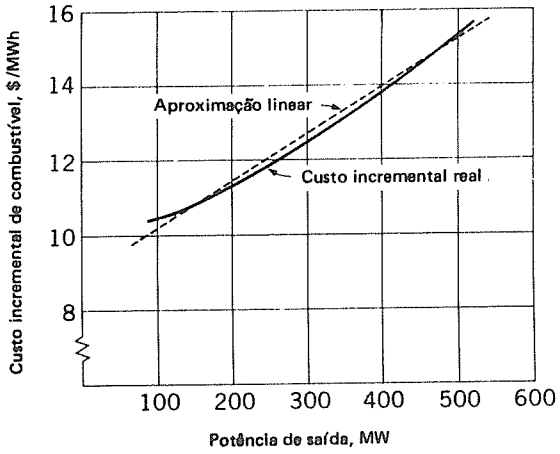


Figura 9.2 Custo incremental de combustível *versus* a potência de saída para a unidade cuja curva de entrada-saída é mostrada na Figura 9.1.

O critério que desenvolvemos intuitivamente pode ser encontrado matematicamente. Para uma usina com K unidades, supomos

$$F_T = F_1 + F_2 + \cdots + F_K = \sum_{n=1}^{K} F_n \tag{9.1}$$

$$P_R = P_1 + P_2 + \cdots + P_K = \sum_{n=1}^{K} P_n \tag{9.2}$$

onde F_T é o custo total de combustível e P_R é a potência total recebida pelo barramento da usina e transferida ao sistema de potência. Os custos de combustível das unidades individuais são $F_1, F_2, \ldots, F_k$ com correspondentes saídas $P_1, P_2, \ldots, P_k$. Nosso objetivo é obter um F_T mínimo para uma dada P_R, que requer que o diferencial total $dF_T = 0$. Como o custo total de combustível é dependente da potência de saída de cada unidade

$$dF_T = \frac{\partial F_T}{\partial P_1} dP_1 + \frac{\partial F_T}{\partial P_2} dP_2 + \cdots + \frac{\partial F_T}{\partial P_K} dP_K = 0 \tag{9.3}$$

Com o custo total de combustível F_T dependente das várias saídas das unidades, o requisito de uma potência constante P_R significa que a Equação (9.2) é uma restrição para o valor mínimo de F_T. A restrição que exige que P_R permaneça constante requer que $dP_R = 0$, e então

$$dP_1 + dP_2 + \cdots + dP_K = 0 \tag{9.4}$$

Multiplicando a Equação (9.4) por λ e subtraindo a equação resultante da Equação (9.3) obtemos, com os termos fatorados,

$$\left(\frac{\partial F_T}{\partial P_1} - \lambda\right) dP_1 + \left(\frac{\partial F_T}{\partial P_2} - \lambda\right) dP_2 + \cdots + \left(\frac{\partial F_T}{\partial P_K} - \lambda\right) dP_K = 0 \tag{9.5}$$

Esta equação será satisfeita se cada termo for igual a zero. Cada derivada parcial torna-se uma derivada total porque o custo de combustível de cada unidade variará somente se a potência da saída da mesma unidade for variada. Por exemplo $\partial F_T/\partial P_k$ torna-se dF_k/dP_k. A Equação (9.5) é satisfeita se

$$\frac{dF_1}{dP_1} = \lambda, \frac{dF_2}{dP_2} = \lambda, \ldots, \frac{dF_K}{dP_K} = \lambda \tag{9.6}$$

e então todas as unidades devem operar com o mesmo custo incremental de combustível λ para um mínimo custo em dólares por hora. Assim, provamos matematicamente o mesmo critério ao qual havíamos chegado intuitivamente. O procedimento é conhecido como o método dos Multiplicadores de Lagrange. Necessitaremos deste método matemático quando considerarmos o efeito das perdas de transmissão na distribuição das cargas entre várias usinas para alcançar o custo mínimo de combustível para uma determinada carga do sistema de potência.

Quando o custo incremental de combustível de cada unidade na usina for aproximadamente linear com respeito à potência de saída na faixa de operação em consideração, as equações que representam o custo incremental do combustível como função linear da potência de saída simplificarão a computação. Um programa para distribuição de carga entre as unidades na usina pode ser preparado assumindo vários valores de λ, obtendo a correspondente saída para cada unidade e adicionando as saídas para obter a carga da usina para cada λ assumido. Uma curva de λ *versus* carga da usina estabelece o valor de λ para o qual cada unidade operaria no caso de uma dada carga da usina. Se cargas máximas e mínimas são especificadas para cada unidade, algumas unidades não serão capazes de operar no mesmo custo incremental de combustível que outras e ainda permanecerão entre os limites especificados para cargas leves ou pesadas.

Exemplo 9.1 Os custos incrementais de combustível em dólares por megawatt-hora para uma usina consistindo de duas unidades são dados por

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0{,}0080P_1 + 8{,}0 \qquad \frac{dF_2}{dF_2} = 0{,}0096P_2 + 6{,}4$$

Considere que ambas as unidades estejam operando durante todo o tempo, que a carga total varie de 250 a 1250 MW e que as cargas máximas e mínimas em cada unidade devam ser de 625 e 100 MW, respectivamente. Encontre o custo incremental de combustível e a alocação de carga entre unidades para um custo mínimo de várias cargas totais.

Solução Para cargas leves, a unidade 1 terá o mais alto custo incremental de combustível e operará no seu limite mais baixo de 100 MW para o qual dF_1/dP_1 vale \$8.8 por megawatt-hora. Quando a saída da unidade 2 é também 100 MW, dF_2/dP_2 vale \$7.36 por megawatt-hora. Portanto, quando a saída da usina aumenta, a carga adicional deve vir da unidade 2 até que dF_2/dP_2 seja igual a \$8.8 por megawatt-hora. Até que aquele ponto seja alcançado, o custo incremental de combustível λ da usina será determinado apenas pela unidade 2. Quando a carga da usina for 250 MW, a unidade 2 suprirá 150 MW com dF_2/dP_2 igual a \$7.84 por megawatt-hora. Quando dF_2/dP_2 for \$8.8 por megawatt-hora

$$0{,}0096P_2 + 6{,}4 = 8{,}8$$

$$P_2 = \frac{2{,}4}{0{,}0096} = 250 \text{ MW}$$

e a saída total da usina será 350 MW. Com base neste ponto de vista referente aos requisitos de saída de cada unidade, uma distribuição econômica de carga é encontrada, assumindo vários valores de λ e calculando a saída de cada unidade e a saída total da usina. Os resultados estão indicados na Tabela 9.1.

A Figura 9.3 mostra os valores de λ da usina plotados em função da potência de saída da usina. Notamos, na Tabela 9.1, que para $\lambda = 12.4$ a unidade 2 passa a operar com sua capacidade máxima, e, assim, toda potência adicional deve ser fornecida pela unidade 1, que então determina o valor de λ da usina.

CLEVER S. PEREIRA FILHO

Se desejarmos conhecer a distribuição de carga entre as unidades para uma saída de 1.000 MW, poderemos plotar a saída de cada unidade individual *versus* a saída da usina, como indicado na Figura 9.4 da qual a saída de cada unidade pode ser obtida para qualquer saída da usina.

Tabela 9.1 Potência de saída de cada unidade e potência de saída total para vários valores de λ para o Exemplo 9.1

Usina \$/MWh	Unidade 1 P_1 MW	Unidade 2 P_2 MW	Usina $P_1 + P_2$ MW
7.84	100	150	250
8.8	100	250	350
9.6	200	333	533
10.4	300	417	717
11.2	400	500	900
12.0	500	583	1083
12.4	550	625	1175
13.0	625	625	1250

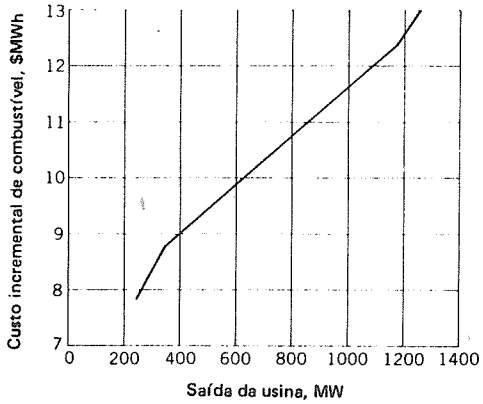


Figura 9.3 Custo incremental *versus* saída da usina com carga total da usina economicamente distribuída entre unidades, como encontrado no Exemplo 9.1.

Um computador digital pode facilmente determinar a saída correta para cada uma de muitas unidades, assumindo que os custos incrementais das unidades sejam iguais para qualquer saída da usina. Para o caso das duas unidades do exemplo, para uma saída total de 1.000 MW

$$P_1 + P_2 = 1000$$

e

$$0{,}008P_1 + 8{,}0 = 0{,}0096(1000 - P_1) + 6{,}4$$

$$P_1 = 454{,}55 \text{ MW}$$

$$P_2 = 545{,}45 \text{ MW}$$

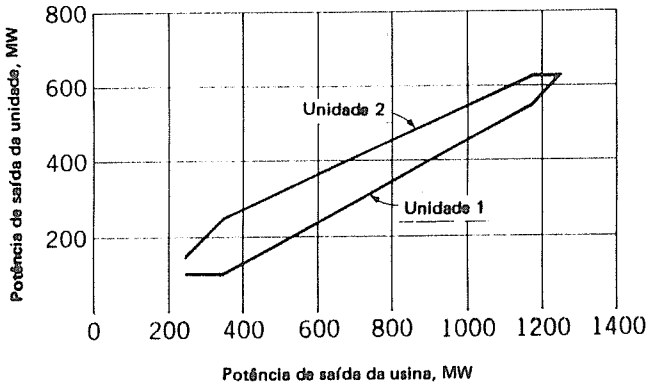


Figura 9.4 Potência de saída de cada unidade *versus* potência de saída da usina para operação econômica da usina do Exemplo 9.1.

e para cada unidade $\dot{\lambda} = 11{,}636$. Tal precisão, entretanto, não é necessária por causa da imprecisão na determinação dos custos e do uso de equações aproximadas neste exemplo para expressar os custos incrementais.

A economia obtida pela distribuição econômica da carga em vez da distribuição arbitrária pode ser encontrada integrando a expressão do custo incremental de combustível e comparando aumentos e decréscimos do custo para as unidades à medida que a carga das unidades se afasta da alocação mais econômica.

Exemplo 9.2 Determinar a economia em custo de combustível em dólares por hora para uma distribuição econômica da carga total de 900 MW entre as duas unidades da usina descrita no Exemplo 9.1 comparada com a distribuição igual da mesma carga total.

Solução O Exemplo 9.1 indica que a unidade 1 deveria suprir 400 MW e a unidade 2 deveria suprir 500 MW. Se cada unidade supre 450 MW o aumento no custo para a unidade 1 é

$$\int_{400}^{450} (0{,}008P_1 + 8)\, dP_1 = \left| 0{,}004P_1^2 + 8P_1 \right|_{400}^{450} = \$570 \text{ por hora}$$

De maneira análoga, para a unidade 2

$$\int_{500}^{450} (0{,}0096P_2 + 6{,}4)\, dP_2 = \left| 0{,}0048P_2^2 + 6{,}4P \right|_{500}^{450} = -\$548 \text{ por hora}$$

O sinal negativo indica um decréscimo no custo, como era de esperar para um decréscimo na saída. O acréscimo resultante no custo é \$570 − \$548 = \$22 por hora. A economia parece ser pequena, mas esta quantidade economizada cada hora em um ano de operação contínua reduziria o custo do combustível em \$192.720 no ano.

A economia obtida pela distribuição econômica da carga justifica os dispositivos utilizados no seu controle automático em cada unidade. Estudaremos o controle automático da geração após o estudo da coordenação das perdas de transmissão na distribuição econômica da carga entre usinas.

9.2 PERDAS DE TRANSMISSÃO EM FUNÇÃO DA GERAÇÃO DA USINA

Na determinação da distribuição econômica da carga entre usinas encontramos a necessidade de considerar as perdas nas linhas de transmissão. Embora o custo incremental de combustível no barramento de uma usina possa ser mais baixo do que o de uma outra para uma dada distribuição da carga entre as usinas, a usina com o menor custo incremental em seu barramento pode ser a mais afastada do centro de carga. As perdas na transmissão de uma usina com mais baixo custo incremental podem ser tão grandes que a economia possa indicar a diminuição da carga na usina com custo incremental mais baixo e aumento na usina com custo incremental mais alto. Para coordenar perdas de transmissão no problema de determinação do carregamento econômico de usinas, necessitamos expressar a perda de transmissão total de um sistema como uma função do carregamento das usinas.

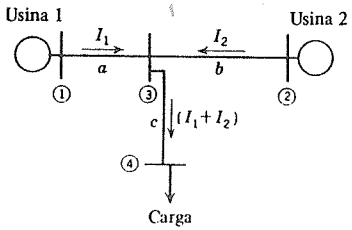


Figura 9.5 Um sistema simples conectando duas usinas geradoras a uma carga.

A determinação das perdas de transmissão em um sistema consistindo em duas usinas geradoras e uma carga ajuda-nos a ver os princípios envolvidos na expressão das perdas em termos da potência de saída das usinas†. A Figura 9.5 mostra um tal sistema. Se R_a, R_b e R_c são as resistências das linhas *a*, *b* e *c*, respectivamente, a perda total para o sistema de transmissão trifásico é

$$P_L = 3|I_1|^2R_a + 3|I_2|^2R_b + 3|I_1 + I_2|^2R_c \tag{9.7}$$

Se assumirmos que I_1 e I_2 estão em fase,

$$|I_1 + I_2| = |I_1| + |I_2| \tag{9.8}$$

e após simplificações

$$P_L = 3|I_1|^2(R_a + R_c) + 3 \times 2|I_1||I_2|R_c + 3|I_2|^2(R_b + R_c) \tag{9.9}$$

Se P_1 e P_2 são as saídas de potência trifásicas das usinas 1 e 2 com fatores de potência pf_1 e pf_2 e se V_1 e V_2 são as tensões de barramento nas usinas,

$$|I_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3}|V_1|pf_1} \qquad \text{e} \qquad |I_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3}|V_2|pf_2} \tag{9.10}$$

Após substituição na Equação (9.9), obtemos

$$\begin{aligned} P_L &= P_1^2 \frac{R_a + R_c}{|V_1|^2(pf_1)^2} + 2P_1P_2 \frac{R_c}{|V_1||V_2|(pf_1)(pf_2)} + P_2^2 \frac{R_b + R_c}{|V_2|^2(pf_2)^2} \\ &= P_1^2B_{11} + 2P_1P_2B_{12} + P_2^2B_{22} \end{aligned} \tag{9.11}$$

onde

$$\begin{aligned} B_{11} &= \frac{R_a + R_c}{|V_1|^2(pf_1)^2} \\ B_{12} &= \frac{R_c}{|V_1||V_2|(pf_1)(pf_2)} \\ B_{22} &= \frac{R_b + R_c}{|V_2|^2(pf_2)^2} \end{aligned} \tag{9.12}$$

Os termos B_{11}, B_{12} e B_{22} são chamados *coeficientes de perda* ou coeficientes *B*. Se as tensões na Equação (9.12) são quilovolts entre linhas com resistências em ohms, a unidade para os coeficientes de perda é o inverso de megawatt. Então, na Equação (9.11), com potências trifásicas P_1 e P_2 em megawatts, P_L será megawatts também. Naturalmente, os cálculos podem ser em por-unidade.

† Para uma simples discussão das fórmulas de perda de maneira similar ao nosso desenvolvimento, veja D. C. Harker, A Primer on Loss Formulas, *Trans. A.I.E.E.*, vol. 77, pt III, 1958, págs. 1434-1436.

Para o sistema para o qual foram derivados e assumindo I_1 e I_2 em fase, estes coeficientes fornecem a perda exata pela Equação (9.11) somente para os valores particulares de P_1 e P_2 que resultaram nas tensões e fatores de potência usados nas Equações (9.12). Os coeficientes B são constantes, com P_1 e P_2 variando somente se as tensões nos barramentos das usinas mantêm-se constantes em amplitude e os fatores de potência das usinas permanecem constantes. Felizmente, o uso de valores constantes para os coeficientes de perda na Equação (9.11) fornece razoável precisão de resultados quando os coeficientes são calculados para alguma condição média de operação, desde que não ocorram deslocamentos extremamente amplos de carga entre usinas ou na carga total. Na prática, grandes sistemas são economicamente carregados com base em cálculos sobre vários conjuntos de coeficientes de perda dependentes das condições de carga†.

Exemplo 9.3 Para o sistema cujo diagrama unifilar é o indicado na Figura 9.5, assumamos $I_1 = 1{,}0\angle 0°$ p.u. e $I_2 = 0{,}8\angle 0°$ p.u. Se a tensão na barra 3 é $V_3 = 1{,}0\angle 0°$ p.u., determine os coeficientes de perda. As impedâncias das linhas são $0{,}04 + j0{,}16$ p.u., $0{,}03 + j0{,}12$ p.u. e $0{,}02 + j0{,}08$ p.u. para as seções *a*, *b* e *c*, respectivamente.

Solução Correntes de carga e tensões de barramento são comumente disponíveis através dos estudos de fluxo de carga. Para este problema, as tensões de barramento podem ser calculadas a partir dos dados fornecidos

$$V_1 = 1{,}0 + (1{,}0 + j0)(0{,}04 + j0{,}16) = 1{,}04 + j0{,}16 \text{ p.u.}$$
$$V_2 = 1{,}0 + (0{,}8 + j0)(0{,}03 + j0{,}12) = 1{,}024 + j0{,}096 \text{ p.u.}$$

Como todas as correntes têm ângulo de fase igual a zero, o fator de potência de cada nó fonte é o co-seno do ângulo da tensão no nó, e a amplitude da tensão multiplicada pelo fator de potência é igual à parte real da expressão complexa da tensão. Portanto,

$$B_{11} = \frac{0{,}04 + 0{,}02}{1{,}04^2} = 0{,}0554 \text{ p.u.}$$
$$B_{12} = \frac{0{,}02}{1{,}024 \times 1{,}04} = 0{,}0188 \text{ p.u.}$$
$$B_{22} = \frac{0{,}03 + 0{,}02}{1{,}024^2} = 0{,}0477 \text{ p.u.}$$

Exemplo 9.4 Calcule a perda de transmissão para o Exemplo 9.3 pela fórmula da Equação (9.11), e cheque o resultado.

† Para duas das muitas fontes de informações, veja L. K. Kichmayer, *Economic Operation of Power Sistems*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1958; W. S. Meyer and V. D. Albertson, Inproved Loss Formula Computation by Optimally Ordered Elimination Techniques, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 90, 1971, págs. 716-731. Também veja nota de rodapé da Seção 9.4 para maiores informações sobre um método usado por algumas companhias.

Solução As potências das fontes são comumente disponíveis como resultado do estudo de fluxo de carga para as condições de operação usadas para calcular os coeficientes de perda. Para este problema P_1 e P_2 devem ser calculados.

$$P_1 = \text{Re}\,\{(1{,}0 + j0)(1{,}04 + j0{,}16)\} = 1{,}04 \text{ p.u.}$$
$$P_2 = \text{Re}\,\{(0{,}8 + j0)(1{,}024 + j0{,}096)\} = 0{,}8192 \text{ p.u.}$$
$$P_L = 1{,}04^2 \times 0{,}0554 + 2 \times 1{,}04 \times 0{,}8192 \times 0{,}0188 + 0{,}8192^2 \times 0{,}0477$$
$$= 0{,}06 + 0{,}032 + 0{,}032 = 0{,}124 \text{ p.u.}$$

Adicionando a perda de cada seção, computada por I^2R, resulta

$$P_L = 1{,}0^2 \times 0{,}04 + 1{,}8^2 \times 0{,}02 + 0{,}8^2 \times 0{,}03$$
$$= 0{,}04 + 0{,}0648 + 0{,}0192 = 0{,}124 \text{ p.u.}$$

A exata concordância entre métodos é esperada desde que os coeficientes sejam determinados para as condições nas quais as perdas foram calculadas. A quantidade de erro introduzida pelo uso dos mesmos coeficientes de perda para duas outras condições de operação pode ser vista examinando os resultados indicados na Tabela 9.2.

Tabela 9.2 Comparação da perda de transmissão calculada pelos coeficientes de perda e I^2R com dados do Exemplo 9.3 e com diversas condições de operação. Todas as quantidades estão em por-unidade

I_1	I_2	P_1	P_2	P_L por coeficientes de perda	P_L por I^2R	Condições
1,0	0,8	1,040	0,819	0,124	0,124	Caso original
0,5	0,4	0,510	0,405	0,030	0,031	P_1 e P_2 reduzidos 50%
0,5	1,3	0,510	1,351	0,126	0,126	Deslocamento de 0,53 P_1 para P_2

A forma geral da equação de perda para um número qualquer de fontes é

$$P_L = \sum_m \sum_n P_m B_{mn} P_n \tag{9.13}$$

onde Σm e Σn indicam somatórios independentes para incluir todas as fontes. Por exemplo, para três fontes,

$$P_L = P_1^2 B_{11} + P_2^2 B_{22} + P_3^2 B_{33} + 2P_1 P_2 B_{12} + 2P_2 P_3 B_{23} + 2P_1 P_3 B_{13} \quad (9.14)$$

A forma matricial da equação de perda na transmissão é

$$\mathbf{P}_L = \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{P} \quad (9.15)$$

onde para um número total de s fontes

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_s \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & \cdots & B_{1s} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & \cdots & B_{2s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{s1} & B_{s2} & B_{s3} & \cdots & B_{ss} \end{bmatrix}$$

9.3 DISTRIBUIÇÃO DE CARGA ENTRE USINAS

O método desenvolvido para expressar a perda de transmissão em termos das potências de saídas das usinas permite-nos coordenar a perda de transmissão na programação das saídas de cada usina para uma máxima economia em uma dada condição de carga do sistema. O tratamento matemático é similar àquele da programação das unidades dentro de uma usina, exceto no fato de que agora incluiremos a perda por transmissão como uma restrição adicional.

Na equação

$$F_T = F_1 + F_2 + \cdots + F_K = \sum_{n=1}^{K} F_n \quad (9.16)$$

F_T é agora o custo total de todo o combustível para o sistema inteiro e é a soma dos custos de combustível das usinas individuais F_1, F_2, ..., F_k. A entrada total para a rede, das usinas, é

$$P_T = P_1 + P_2 + \cdots + P_K = \sum_{n=1}^{K} P_n \quad (9.17)$$

onde P_1, P_2, ..., P_k são as entradas individuais para a rede, das usinas. O custo total de combustível do sistema é uma função das potências de entrada. A relação de restrição para o mínimo valor de F_T é

$$\sum_{n=1}^{K} P_n - P_L - P_R = 0 \quad (9.18)$$

onde P_R é a potência total recebida pelas cargas do sistema e P_L é a perda de transmissão expressa como uma função dos coeficientes de perda e a potência de entrada à rede a partir de cada usina. Desde que P_R é constante, $dP_R = 0$; conseqüentemente

$$\sum_{n=1}^{K} dP_n - dP_L = 0 \quad (9.19)$$

e como o custo mínimo significa $dF_T = 0$,

$$dF_T = \sum_{n=1}^{K} \frac{\partial F_T}{\partial P_n} dP_n = 0 \quad (9.20)$$

A perda de transmissão P_L é dependente das saídas das usinas, e dP_L é expressa por

$$dP_L = \sum_{n=1}^{K} \frac{\partial P_L}{\partial P_n} dP_n \quad (9.21)$$

Substituindo dP_L da Equação (9.21) na Equação (9.19), multiplicando por λ e subtraindo o resultado da Equação (9.20) resulta

$$\sum_{n=1}^{K} \left(\frac{\partial F_T}{\partial P_n} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_n} - \lambda \right) dP_n = 0 \quad (9.22)$$

Esta equação é satisfeita desde que

$$\frac{\partial F_T}{\partial P_n} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_n} - \lambda = 0 \quad (9.23)$$

para todo valor de n. Rearranjando a Equação (9.23) e reconhecendo que a mudança na saída de uma só usina pode afetar o custo somente naquela usina, temos

$$\frac{dF_n}{dP_n} \frac{1}{1 - \partial P_L / \partial P_n} = \lambda \quad (9.24)$$

ou

$$\frac{dF_n}{dP_n} L_n = \lambda \quad (9.25)$$

onde L_n é chamado fator de penalidade da usina n e

$$L_n = \frac{1}{1 - \partial P_L / \partial P_n} \quad (9.26)$$

O multiplicador λ é em dólares por megawatt-hora quando o combustível é em dólares por hora e a potência é em megawatts. O resultado é análogo àquele da programação das unidades dentro da usina. O custo mínimo de combustível é obtido quando o custo incremental de cada usina multiplicado pelo seu fator de penalidade é o mesmo para todas as usinas do sistema. Os produtos são iguais a λ, que é chamado λ do sistema e é aproximadamente o custo em dólares por hora para aumentar de 1 MW a potência total fornecida. Por exemplo, para um sistema de três usinas, resulta,

$$\frac{dF_1}{dP_1} L_1 = \frac{dF_2}{dP_2} L_2 = \frac{dF_3}{dP_3} L_3 = \lambda \tag{9.27}$$

A perda na transmissão P_L é expressa pela Equação (9.13) para k usinas, a diferenciação parcial em relação a P_n resulta

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_n} = \frac{\partial}{\partial P_n} \sum_{m=1}^{k} \sum_{n=1}^{k} P_m B_{mn} P_n = 2 \sum_{m=1}^{k} P_m B_{mn} \tag{9.28}$$

As equações simultâneas obtidas pelo lançamento da Equação (9.24) para cada usina do sistema podem ser solucionadas assumindo um valor para λ. O carregamento econômico para cada usina é encontrado para o λ assumido. Da solução das equações para vários valores de λ, são obtidos os dados para traçar um gráfico da geração em cada usina em função da geração total. Se a perda na transmissão é calculada para cada λ, as saídas das usinas podem ser graficadas em função da carga total recebida. Se quantidades fixas de potência são transferidas pelas linhas de interligação com outros sistemas ou recebidas de estações hidrogeradoras, a distribuição da carga resultante entre as outras usinas é afetada pelas mudanças nas perdas de transmissão devidas ao fluxo através desses pontos adicionais de entrada do sistema. Nenhuma nova variável é introduzida, mas coeficientes de perda adicionais são necessários. Por exemplo, um sistema tendo cinco usinas a vapor, três usinas hidroelétricas e sete interconexões necessitaria de uma matriz 15×15 de coeficientes de perda, mas as incógnitas a serem determinadas para um dado λ seriam as cinco entradas para o sistema das usinas a vapor.

Exemplo 9.5 Um sistema consiste em duas usinas conectadas através de uma linha de transmissão. A carga única está alocada na usina 2. Quando 200 MW são transmitidos da usina 1 para a usina 2, a perda de potência na linha é 16 MW. Encontre a geração necessária para cada usina e a potência recebida pela carga quando λ, para o sistema, é \$12.50 por megawatt-hora. Assuma que o custo incremental de combustível possa ser aproximado pelas seguintes equações:

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0{,}010P_1 + 8{,}5 \qquad \$/\text{MWh}$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 0{,}015P_2 + 9{,}5 \qquad \$/\text{MWh}$$

Solução Para o sistema de duas-usinas

$$P_L = P_1^2 B_{11} + 2P_1 P_2 B_{12} + P_2^2 B_{22}$$

Como toda a carga está na usina 2, variação de P_2 não afeta P_L. Ainda

$$B_{22} = 0 \qquad \text{e} \qquad B_{12} = 0$$

Quando $P_1 = 200$ MW, $P_L = 16$ MW; então

$$16 = 200^2 B_{11}$$

$$B_{11} = 0{,}0004 \text{ MW}^{-1}$$

e

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2P_1 B_{11} + 2P_2 B_{12} = 0{,}0008P_1$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial P_1} = 2P_2 B_{22} + 2P_1 B_{12} = 0$$

Os fatores de penalidade são

$$L_1 = \frac{1}{1 - 0{,}0008P_1} \qquad \text{e} \qquad L_2 = 1{,}0$$

Para $\lambda = 12{,}5$

$$\frac{0{,}010P_1 + 8{,}5}{1 - 0{,}0008P_1} = 12{,}5$$

$$P_1 = 200 \text{ MW}$$

$$0{,}015P_2 + 9{,}5 = 12{,}5$$

$$P_2 = 200 \text{ MW}$$

O despacho econômico de carga requer então divisão eqüitativa de carga entre as duas usinas para $\lambda = 12{,}5$. A perda de potência na transmissão é

$$P_L = 0{,}0004 \times 200^2 = 16 \text{ MW}$$

e a carga entregue é

$$P_R = P_1 + P_2 - P_L = 384 \text{ MW}$$

Exemplo 9.6 Para o sistema do Exemplo 9.5 com 384 MW recebida pela carga, encontre a economia em dólares por hora obtida pela coordenação sem desconsiderar a perda de transmissão na determinação da carga das usinas.

Solução Se a perda de transmissão é desprezada, os custos incrementais de combustível nas duas usinas são equacionadas para dar

$$0{,}010P_1 + 8{,}5 = 0{,}015P_2 + 9{,}5$$

A potência entregue à carga é

$$P_1 + P_2 - 0{,}0004P_1^2 = 384$$

Resolvendo estas duas equações para P_1 e P_2, obtemos os seguintes valores para gerações das usinas, com perdas não coordenadas:

$$P_1 = 290{,}7 \text{ MW} \qquad \text{e} \qquad P_2 = 127{,}1 \text{ MW}$$

A carga na usina 1 é aumentada de 200 para 290,7 MW. O aumento no custo de combustível é

$$\int_{200}^{290{,}7} (0{,}010P_1 + 8{,}5)\, dP_1 = \left| \frac{0{,}010}{2} P_1^2 + 8{,}5P_1 \right|_{200}^{290{,}7}$$
$$= 222{,}53 + 770{,}95 = 993{,}48$$

A carga da usina 2 é diminuída de 200 para 127,1 MW. O decréscimo (crescimento negativo) em custo para a usina 2 é

$$-\int_{200}^{127{,}1} (0{,}015P_2 + 9{,}5)\, dP_2 = \left| \frac{0{,}015}{2} P_2^2 + 9{,}5P_2 \right|_{200}^{127{,}1}$$
$$= 178{,}84 + 692{,}55 = 871{,}39$$

A economia resultante da consideração da perda de transmissão na programação da carga recebida de 384 MW é

$$993{,}48 - 871{,}39 = \$122{,}09 \text{ por hora}$$

9.4 MÉTODO DE CÁLCULO DE FATORES DE PENALIDADE E COEFICIENTES DE PERDA

A representação das perdas num sistema de transmissão como uma função das saídas das usinas em termos dos coeficientes B é o método mais amplamente usado para o cálculo de $\partial P_L/\partial P_n$ para minimização de custo. A simplicidade da equação de perda em termos dos coeficientes B é a principal vantagem deste método que tem resultado em grandes economias nos custos de operação de sistemas. O rápido desenvolvimento de computadores digitais tem tornado atrativos outros métodos.

Um método de cálculo de $\partial P_L/\partial P_n$ a partir de estudos de fluxo-de-carga e usado por várias empresas de energia como parte de um programa para determinar os coeficientes B será discutido resumidamente†. O método depende do fato que

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_n} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial P_L}{\partial \theta_j} \frac{\partial \theta_j}{\partial P_n} \tag{9.29}$$

† E. F. Hill e W. D. Stevenson, Jr., An Improved Method of Determining Incremental Loss Factors From Power System Admittances and Voltages, *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, Vol. PAS-87, June 1968, págs. 1419-1425.

onde θj é o ângulo de fase da tensão no nó j num sistema de N barras. Se as tensões de barramento são consideradas constantes, pode ser mostrado que em termos de ângulo de fase de tensão

$$\frac{\partial P_L}{\partial \theta_j} = 2 \sum_{k=1}^{N} |V_j| \cdot |V_k| G_{jk} \operatorname{sen} (\theta_k - \theta_j) \tag{9.30}$$

onde G_{jk} é a parte real de Y_{jk} da matriz admitância de barra. A dificuldade existente com a Equação (9.29) está em determinar $\partial \theta j/\partial P_n$. A diferenciação direta é impossível porque o ângulo de fase de tensão não pode ser expresso em termos das potências geradas pelas usinas.

Os termos $\partial \theta j/\partial P_n$ permanecem quase constantes durante variações no nível de carga e programações da geração do sistema. Como os termos expressam uma mudança no ângulo de fase da tensão θj para uma mudança na geração da usina P_n com todas as outras usinas geradoras permanecendo constantes, estes termos podem ser aproximados através de estudos de fluxo de carga. Para alguma configuração típica da carga, a potência total recebida é incrementada pelo aumento de cada carga individual pela mesma pequena quantidade, digamos 5%. A mudança na potência recebida total mais as perdas é provida pela usina n enquanto as saídas das outras usinas são mantidas constantes. As mudanças em cada ângulo de fase de tensão θj são determinadas, e as razões entre as variações de ângulo de fase e as entradas de potência da usina para o sistema $\Delta \theta j/\Delta P_n$ são encontradas para todos os valores de j para a usina n. O programa de fluxo de carga do computador digital é usado e o processo é repetido para cada usina, suprindo, por seu turno, as variações de carga. Um conjunto de coeficientes A_{jn} é encontrado, onde

$$A_{jn} = \frac{\Delta \theta_j}{\Delta P_n} \tag{9.31}$$

Então, a perda incremental para a usina n é dada por

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_n} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial P_L}{\partial \theta_j} A_{jn} \tag{9.32}$$

Os valores A_{jn} são essencialmente constantes apesar das várias combinações de programação de geradores e níveis de carga. Então, uma vez determinados os coeficientes da matriz A_{jn} um fluxo de carga monitorado por um computador *on line* pode calcular os fatores de penalidade continuamente pela solução das Equações (9.30) e (9.32).

A prática comum, entretanto, é usar os coeficientes A_{jn} para calcular os coeficientes B pela equação†,

$$B_{mn} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial^2 P_L}{\partial \theta_i\, \partial \theta_j} A_{im} A_{jn} \tag{9.33}$$

† Veja E. F. Hill and W. D Stevenson, Jr. A New Method of Determining Loss Coefficients, *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-87, July, 1968, págs. 1548-1552.

Na determinação da segunda derivada parcial de P_L com respeito a θi e θj, a Equação (9.30) é usada com os valores de θ encontrados na solução do fluxo de carga da configuração típica de carga usada na determinação dos coeficientes A_{jn}. O computador *on line* calculará então perdas incrementais $\partial P_L/\partial P_n$ dos coeficientes B e controlará o sistema para uma distribuição econômica de carga, como descrito na seção seguinte.

9.5 CONTROLE AUTOMÁTICO DE GERAÇÃO

O controle por computador da saída de cada usina e de cada unidade dentro de uma usina é prática comum na operação de sistema de potência. Pela monitoração contínua da saída de todas as usinas e do fluxo de potência nas interconexões, o intercâmbio de potência com outros sistemas é controlado. A maioria destes sistemas de controle é digital ou uma combinação de controle digital e controle analógico. Nesta seção consideramos uma das várias maneiras pelas quais o controle computarizado é efetuado.

Na discussão do controle, o termo *área* significa a porção de um sistema interligado, no qual uma ou mais companhias controlam suas gerações com o objetivo de absorver todas as suas próprias variações de cargas e mantêm um preestabelecido intercâmbio de potência com outras áreas por períodos especificados. A monitoração do fluxo de potência nas linhas de interligação entre áreas determina se uma área em particular está absorvendo satisfatoriamente todas as variações de carga dentro de seus próprios limites. A função do computador é fornecer condições para que a área absorva suas próprias mudanças de carga, prover o convencionado intercâmbio de energia com áreas vizinhas, determinar a geração desejada de cada usina na área, obedecendo um despacho econômico, e fazer com que a área assuma sua parte no compromisso de manter a freqüência desejada do sistema interconectado.

O diagrama de blocos da Figura 9.6 indica o fluxo de informação num computador controlando uma área em particular. Os números circundados e adjacentes ao diagrama identificam posições no diagrama para simplificar nossa discussão da operação de controle. Os círculos grandes do diagrama que estão circundando os símbolos × ou Σ indicam pontos de multiplicação ou somatório algébrico dos sinais que lhes chegam.

Na posição 1, o processamento da informação sobre fluxo de potência nas linhas de interligação para outras áreas controladas está indicado. O *intercâmbio real resultante* P_a é a soma algébrica das potências nas linhas de interligação e é positivo quando a potência resultante está saindo da área. O intercâmbio resultante preestabelecido é chamado *intercâmbio líquido programado* P_s. Na posição 2, o intercâmbio programado resultante é subtraído do intercâmbio real resultante†. Discutiremos a condição quando ambos, intercâmbio real e programado resultantes, são para fora do sistema e portanto positivos.

† Subtração de valores-padrão ou valores de referências reais para obter o erro são a convenção aceita por engenheiros da área de sistemas de potência e o negativo da definição de erro de controle encontrado na literatura sobre teoria de controle.

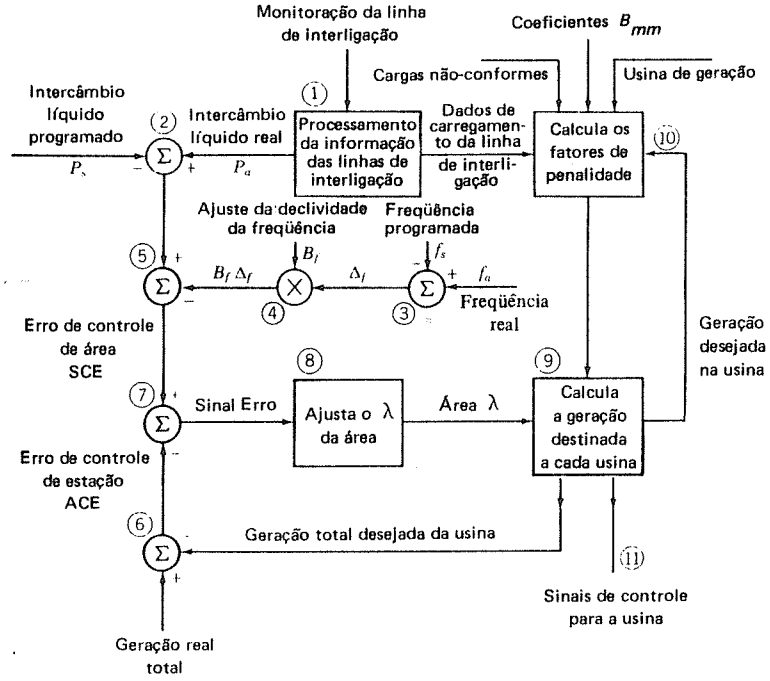


Figura 9.6 Diagrama de bloco para ilustrar a operação de um computador controlando uma área em particular.

A posição 3 no diagrama indica a subtração da freqüência programada f_s (por exemplo 60 Hz) da freqüência atual f_a para obter Δf, o desvio de freqüência. A posição 4 no diagrama indica que o *ajuste de declividade de freqüência* B_f, um fator com *sinal negativo*, é multiplicado por Δf para obter um valor de megawatts chamado *declividade de freqüência* $B_f \Delta f$.

A declividade da freqüência, que é positiva quando a freqüência real é menor do que a programada é subtraída de $P_a - P_s$ na posição 5 para obter o erro de controle de área (ACE = *área control error*), que pode ser positivo ou negativo. Como na equação

$$\text{ACE} = P_a - P_s - B_f(f_a - f_s) \tag{9.34}$$

Um ACE negativo significa que a área não está gerando potência suficiente para enviar a necessária quantidade para fora da área. Existe uma deficiência na potência de saída resultante. Sem declividade de freqüência, a deficiência indicada seria menor porque não existiria o ajuste positivo $B\Delta f$ adicionado a P_s (subtraído de P_a) quando a freqüência real fosse menor do que a freqüência programada; o ACE também seria menor. A área produziria suficiente geração para suprir sua própria carga e o pré-arranjado intercâmbio, mas não proveria a saída adicional para ajudar áreas interconectadas vizinhas a elevar a freqüência.

O *erro de controle da estação* (SCE = *station control error*) é a quantidade de geração real de todas as usinas da área menos a geração desejada, como indicado na posição 6 do diagrama. Este SCE é negativo quando a geração desejada é maior do que a geração existente.

A chave para a total operação de controle é a comparação do ACE e SCE. Sua diferença é um sinal de erro, como indicado na posição 7 do diagrama. Se ACE e SCE são negativos e iguais, a deficiência na saída da área iguala o excesso de geração desejada sobre a geração real e nenhum sinal de erro é produzido. Entretanto este excesso de desejada geração causará um sinal indicado na posição 11 para as usinas, a fim de que aumentem sua geração com o objetivo de reduzir a magnitude do SCE, e o resultante aumento na saída da área reduzirá a magnitude do ACE ao mesmo tempo.

Se o ACE é mais negativo que o SCE, existirá um sinal de erro para aumentar o λ da área e este aumento, por seu turno, causará aumento na geração desejada da usina (posição 9). Cada usina receberá um sinal para aumentar sua saída de acordo com o determinado pelos princípios do despacho econômico.

Esta discussão considera especificamente só o caso do intercâmbio resultante programado para fora da área (intercâmbio resultante programado positivo) maior do que o intercâmbio resultante atual com o ACE igual ou mais negativo que SCE. O leitor deve estar apto a estender a discussão para as outras possibilidades referindo-se à Figura 9.6.

A posição 10, no diagrama, indica a computação dos fatores de penalidade para cada usina. Aqui, os coeficientes B são armazenados para calcular $\partial P_1/\partial P_n$. Cargas não-conformes, usinas onde a geração não pode variar e carregamento de linhas de interligação entram no cálculo dos fatores de penalidade. Os fatores de penalidade são transmitidos à seção (posição 9) que calcula a geração da usina individualizada para prover com despacho econômico a geração de usina total desejada.

Um outro ponto de importância (não indicado na Figura 9.6) é o ajuste no intercâmbio resultante programado de potência que varia de proporcional a integral, em ciclos, entre as freqüências real e nominal (60 Hz). O ajuste é no sentido de ajudar na redução das diferenças integralizadas para zero e daí manter os relógios elétricos com precisão.

PROBLEMAS

9.1 Para uma certa unidade de geração numa usina, a entrada de combustível em milhões de Btu por hora expressa como uma função da potência de saída P em megawatt é

$$0{,}0001P^3 + 0{,}015P^2 + 3{,}0P + 90$$

(*a*) Determine a equação para custo incremental de combustível em dólares por megawatt-hora como uma função da potência de saída em megawatts, com base no custo de combustível de \$1.40 por milhão de Btu.

(*b*) Determine a equação para uma boa aproximação linear do custo incremental de combustível como uma função da potência de saída.

(*c*) Qual o custo médio do combustível por MWh quando a usina fornece 100 MWh?

(*d*) Qual é o custo de combustível adicional aproximado por hora para elevar a saída da usina de 100 para 101 MW?

9.2 Os custos incrementais de combustível para duas unidades de uma usina são

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0.010P_1 + 11{,}0 \qquad \text{e} \qquad \frac{dF_2}{dP_2} = 0{,}012P_2 + 8{,}0$$

onde F está dado em dólares por hora e P em megawatts. Se ambas as unidades operam durante todo o tempo e as cargas máximas e mínimas de cada unidade são 625 e 100 MW respectivamente, plote λ em dólares por megawatt horas *versus* a potência de saída da usina para o menor custo de combustível, à medida que a carga varia de 200 para 1.250 MW.

9.3 Determine as economias em dólares por hora para a alocação econômica da carga entre as unidades do Problema 9.2, comparado com a divisão equalitária da saída quando a saída total é 750 MW.

9.4 Uma usina tem dois geradores suprindo o barramento da usina, e a nenhuma delas é permitido operar abaixo de 100 MW ou acima de 625 MW. Os custos incrementais com P_1 e P_2 dados em megawatts são

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0{,}012P_1 + 8{,}0 \qquad \text{\$/MWh}$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 0{,}018P_2 + 7{,}0 \qquad \text{\$/MWh}$$

Encontre λ da usina para um despacho econômico com $P_1 + P_2$ igual a (*a*) a 200 MW, (*b*) a 500 MW e (*c*) a 1.150 MW.

9.5 Calcule a perda de potência no sistema do Exemplo 9.3 pelo método dos coeficientes de perda do exemplo e por $|I|^2|R|$ para $I_1 = 1{,}5\angle 0°$ p.u. e $I_2 = 1{,}2\angle 0°$ p.u. Assuma $V_3 = 1{,}0\angle 0°$ p.u.

9.6 Encontre os coeficientes de perda que darão a verdadeira perda de potência para o Exemplo 9.3 com $I_1 = 0{,}8\angle 0°$ p.u., $I_2 = 0{,}8\angle 0°$ p.u. e $V_3 = 1{,}0\angle 0°$ p.u.

9.7 Um sistema de potência tem somente duas usinas geradoras e com a potência despachada economicamente com $P_1 = 140$ MW e $P_2 = 250$ MW. Os coeficientes de perda são:

$$B_{11} = 0{,}10 \times 10^{-2}\ \text{MW}^{-1}$$

$$B_{12} = -0{,}01 \times 10^{-2}\ \text{MW}^{-1}$$

$$B_{22} = 0{,}13 \times 10^{-2}\ \text{MW}^{-1}$$

A elevação da carga total do sistema de 1 MW custa \$12 adicionais por hora. Encontre (*a*) o fator de penalidade para a usina 1, e (*b*) o custo adicional por hora para aumentar a saída desta usina de 1 MW.

9.8 Em um sistema consistindo em duas usinas geradoras, os custos incrementais em dólares por megawatt-hora, com P_1 e P_2 em megawatts, são

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 0{,}008P_1 + 8{,}0 \qquad \frac{dF_2}{dP_2} = 0{,}012P_2 + 9{,}0$$

O sistema opera nas condições de despacho econômico com $P_1 = P_2 = 500$ MW e $\partial P_L/\partial P_2 = 0{,}2$. Determine o fator penalidade da usina 1.

9.9 Um sistema de potência opera nas condições de despacho econômico de carga com um λ para o sistema de \$12.5 por megawatt-hora. Se for aumentada a saída da usina 2 de 100 kW (enquanto as outras saídas são mantidas constantes) resulta no aumento de perdas $|I|^2|R|$ de 12 kW no sistema. Qual é o custo adicional aproximado por hora se a saída desta usina é acrescida de 1 MW?

9.10 Um sistema de potência é suprido por somente duas usinas, ambas operando sobre condições de despacho econômico. No barramento da usina 1 o custo incremental é \$11 por megawatt-hora e na usina 2 é \$10 por megawatt-hora. Qual das usinas tem o mais alto fator de penalidade? Qual é o fator de penalidade da usina 1 se o custo por hora pelo aumento da carga do sistema de 1 MW é \$12.5?

9.11 Calcule os valores listados abaixo, para o sistema do Exemplo 9.5 com $\lambda = \$13.5$ por megawatt-hora para o sistema. Assuma o custo de combustível nas condições de não-existência de carga de \$200 e \$400 por hora para as usinas 1 e 2, respectivamente.

(*a*) P_1, P_2 e a potência entregue à carga para despacho econômico com coordenação de perdas de transmissão.

(*b*) P_1 e P_2 para o valor da potência entregue para a carga na parte (*a*) mas com perdas de transmissão não coordenadas. Perdas de transmissão devem ser incluídas, entretanto, na determinação da potência total de entrada do sistema.

(*c*) Custo total de combustível em dólares por hora para as partes (*a*) e (*b*).

CAPÍTULO
10

FALTAS TRIFÁSICAS SIMÉTRICAS

Quando ocorre uma falta num sistema de potência, a corrente que circula é determinada pelas forças eletromotrizes internas das máquinas no sistema, por suas impedâncias e pelas impedâncias existentes no sistema entre as máquinas e a falta. A corrente que circula numa máquina síncrona imediatamente após a ocorrência de uma falta, o valor que circula após uns poucos ciclos e o valor sustentado ou em estado permanente da corrente de falta diferem consideravelmente por causa do efeito da corente de armadura sobre o fluxo que gera a tensão na máquina. A corrente varia relativamente de modo lento desde seu valor inicial até seu valor em estado permanente. Este capítulo estuda o cálculo da corrente de falta em diferentes períodos e explica as mudanças na reatância e na tensão interna da máquina síncrona à medida que a corrente varia desde seu valor inicial no momento da ocorrência da falta até seu valor final em estado permanente. A descrição de um programa computacional para calcular as correntes de falta fica adiada para mais tarde quando já tenhamos estudado as faltas assimétricas, pois esses programas não ficam restritos a faltas trifásicas†.

10.1 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS-SÉRIE *RL*

A seleção de um disjuntor para um sistema de potência depende não apenas da corrente que o disjuntor deverá suportar sob condições normais de operação mas também da corrente máxima que ele transportará momentaneamente e da corrente que ele poderá interromper sob a tensão da linha na qual ele se encontra.

† Para um livro inteiramente dedicado ao estudo de faltas, veja "P. M. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*, Iowa State University Press, Iowa, 1973.

Com o objetivo de resolver o problema do cálculo da corrente inicial quando o gerador síncrono é curtocircuitado, consideremos o que acontece quando uma tensão CA é aplicada a um circuito contendo valores constantes de resistência e indutância. Seja a tensão aplicada V_{max}. sen $(\omega t + \alpha)$, onde t é zero no instante da aplicação da tensão. Então α determina o módulo da tensão quando o circuito é fechado. Se a tensão instantânea for zero e aumentar no sentido positivo quando for aplicada pelo fechamento da chave, α será zero. Se a tensão estiver em seu valor instantâneo máximo positivo, α será $\pi/2$. A equação diferencial é

$$V_{max} \operatorname{sen} (\omega t + \alpha) = Ri + L \frac{di}{dt} \tag{10.1}$$

A solução desta equação é

$$i = \frac{V_{max}}{|Z|} [\operatorname{sen} (\omega t + \alpha - \theta) - \varepsilon^{-Rt/L} \operatorname{sen} (\alpha - \theta)] \tag{10.2}$$

onde $|Z|$ é $\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ e θ é $\operatorname{tg}^{-1} (\omega L/R)$.

O primeiro termo da Equação (10.2) varia senoidalmente com o tempo. O segundo termo é não-periódico e decai exponencialmente com uma constante de tempo L/R. Este termo não-periódico é chamado componente CC da corrente. Reconhecemos o termo senoidal como o valor em estado permanente da corrente num circuito RL para a tensão aplicada. Se o valor do termo em estado permanente não é zero quando $t = 0$, o componente CC aparece na solução, de modo a satisfazer a condição física de se ter corrente nula no instante do circuito ser fechado. Notar que o termo CC não existe se o circuito é fechado num ponto da onda da tensão, tal que $\alpha - \theta = 0$ ou $\alpha - \theta = \pi$. A Figura 10.1 mostra a variação da corrente com o tempo de acordo com a Equação (10.2) quando $\alpha - \theta = 0$. Se o circuito é fechado no ponto da onda da tensão que $\alpha - \theta = \pm\pi/2$, o componente CC tem seu máximo valor inicial, sendo igual ao valor máximo da componente senoidal. A Figura 10.2 mostra a corrente em função do tempo para $\alpha - \theta = -\pi/2$. O componente CC pode ter qualquer valor de zero a $V_{max}/|Z|$, dependendo do valor instantâneo da tensão quando o circuito é fechado e também do fator de potência do circuito. No instante da aplicação da tensão, os componentes CC e de estado permanente têm sempre a mesma amplitude mas são opostos em sinal de modo a expressar o valor nulo da corrente então existente.

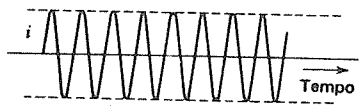


Figura 10.1 A corrente tem como função do tempo num circuito RL para $\alpha - \theta = 0$ onde $\theta = \operatorname{tg}^{-1} (\omega L/R)$. A tensão é V_{max}. sen $(\omega t + \alpha)$ aplicada no instante $t = 0$.

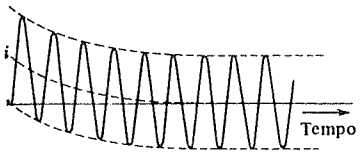


Figura 10.2 A corrente como função do tempo num circuito RL para $\alpha - \theta = -\pi/2$, onde $\theta = \operatorname{tg}^{-1} (\omega L/R)$. A tensão é V_{max}. sen $(\omega t + \alpha)$ aplicada no instante $t = 0$.

Nas Seções 6.2 e 6.3, estudamos os princípios de funcionamento do gerador síncrono, consistindo em um campo magnético girante que gera uma tensão no enrolamento da armadura que tem resistência e reatância. A corrente que circula, quando um gerador é curtocircuitado, é análoga à que circula quando uma tensão alternada é aplicada subitamente à associação-série de uma resistência e uma reatância. Entretanto, existem diferenças importantes porque a corrente na armadura afeta o campo girante.

Uma boa maneira de analisar o efeito de um curto-circuito trifásico nos terminais de um alternador sem carga consiste em tomar um oscilograma da corrente em uma das fases quando esse curto-circuito ocorre. Estando as tensões geradas nas fases de uma máquina trifásica defasadas em 120° elétricos entre si, o curto-circuito ocorre em diferentes pontos da onda em cada fase.

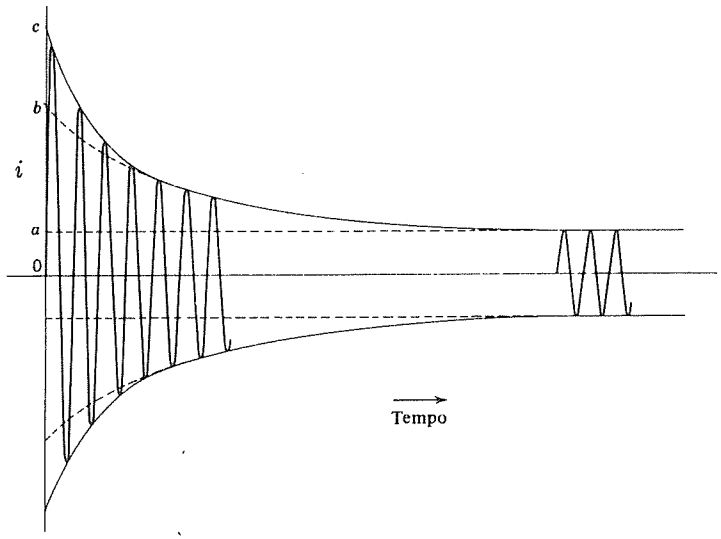


Figura 10.3 A corrente como função do tempo para um gerador síncrono curtocircuitado, funcionando em vazio. A componente transitória unidirecional da corrente foi eliminada ao redesenhar o oscilograma.

Por essa razão, a componente unidirecional, ou transitória CC, da corrente é diferente em cada fase. Se a componente CC da corrente for eliminada da corrente de cada fase, a curva das correntes de fase em função do tempo será aquela mostrada na Figura 10.3. Comparando as Figuras 10.1 e 10.3, vemos a diferença entre a aplicação de uma tensão a um circuito RL comum e a aplicação de um curto-circuito a uma máquina síncrona. Não há componente CC em nenhuma dessas figuras. Numa máquina síncrona o fluxo no entreferro é muito maior no instante em que ocorre o curto-circuito de que alguns ciclos após. A redução do fluxo é causada pela força magnetomotriz da corrente na armadura. Nosso estudo na Seção 6.2 consistiu sobre o efeito da corrente da armadura, que é chamado *reação da armadura*. O circuito equivalente, desenvolvido na Seção 6.3, leva em conta a redução do fluxo devido à reação da armadura e se refere à situação em estado permanente, após o transitório CC ter desaparecido e após a amplitude da onda mostrada na Figura 10.3 ter-se tornado constante. Quando ocorre um curto-circuito nos terminais da máquina síncrona, é necessário transcorrer um tempo para reduzir o fluxo no entreferro. À medida que o fluxo diminui, a corrente da armadura diminui porque a tensão gerada pelo fluxo do entreferro determina a corrente que fluirá através da resistência e da reatância de dispersão do enrolamento da armadura.

10.2 CORRENTES DE CURTO-CIRCUITO E REATÂNCIAS DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS†

Podemos definir, com o auxílio da Figura 10.3, certos termos que são valiosos para o cálculo da corrente de curto-circuito num sistema de potência. As reatâncias que vamos estudar são as do *eixo direto* que mencionamos na Seção 6.3. Lembramos que a reatância de eixo direto é usada para calcular as quedas de tensão causadas por aquela componente da corrente de armadura que está em quadratura (defasada 90°) com a tensão gerada em vazio. Como é pequena a resistência em um circuito com falta comparada com a reatância indutiva, a corrente durante uma falta está sempre atrasada com um grande ângulo, e torna-se necessário o uso da chamada reatância do eixo direto. No estudo a seguir, deve ser lembrado que a corrente mostrada no oscilograma da Figura 10.3 é aquela que circula no alternador funcionando em vazio antes da falta ocorrer.

Na Figura 10.3 a distância *oa* é o valor máximo da corrente de curto-circuito permanente. Este valor de corrente multiplicado por 0,707 é o valor eficaz de $|I|$ da corrente de curto-circuito em regime permanente. A tensão em vazio do alternador $|E_g|$ dividida pela corrente em regime permanente $|I|$ é chamada *reatância síncrona* do gerador ou *reatância síncrona do eixo direto* X_d, uma vez que o fator de potência é baixo durante o curto-circuito. A resistência da armadura, relativamente pequena, é desprezada.

Se a envoltória da onda de corrente for retrocedida até o tempo zero e se forem desprezados alguns dos primeiros ciclos onde o decréscimo é muito rápido, a interseção será a distância *ob*.

† Para um estudo mais completo, veja C. F. Wagner, "Machine Characteristics", *in* Central Station Engineers of the Westinghouse Electric Corporation, *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, 4ª ed., Cap. 6, págs. 145-194, East Pittsburgh, Pa., 1964; e A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, e A. Kusko, *Electric Machinery*, 3ª ed., págs. 312-319, 479-492, McGraw-Hill Book Company, New York, 1971.

O valor eficaz da corrente representada por esta interseção, ou seja, 0,707 multiplicado por *ob* em ampères, é conhecido por *corrente transitória* $|I'|$. Agora, pode ser definida uma nova reatância da máquina. É chamada *reatância transitória*, ou, neste caso particular, *reatância transitória do eixo direto* X'_d e é igual a $|E_g|/|I'|$ para o alternador operando em vazio antes da ocorrência da falta. Se o decréscimo rápido de alguns dos primeiros ciclos for desprezado, o ponto de interseção que a envoltória da corrente faz com o eixo zero pode ser determinado com maior precisão representando-se em papel semilogarítmico o *excesso* da envoltória da corrente sobre o valor permanente representado por *oa*, como é mostrado na Figura 10.4. A porção linear desta curva é prolongada até encontrar o eixo de tempo zero, e a interseção é somada ao valor máximo instantâneo da corrente permanente para obter o valor máximo instantâneo da corrente transitória que corresponde a *ob* na Figura 10.3

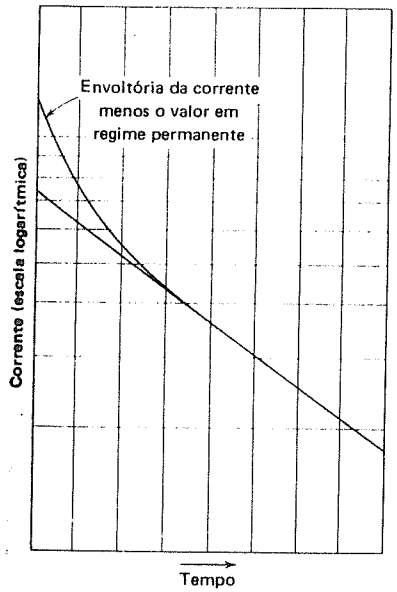


Figura 10.4 Excesso da envoltória da corrente da Figura 10.3 sobre a corrente máxima permanente, traçada em escala semilogarítmica.

O valor eficaz da corrente, determinado pela interseção da envoltória da corrente com o tempo zero, é chamado *corrente subtransitória* $|I''|$. Na Figura 10.3, a corrente subtransitória é 0,707 vezes a ordenada *oc*. A corrente subtransitória muitas vezes é chamada *corrente eficaz simétrica inicial*, que é uma denominação mais adequada porque contém a idéia de desprezar a componente CC e tomar o valor eficaz da componente CA da corrente imediatamente após a ocorrência da falta. A *reatância subtransitória de eixo direto* X''_d para um alternador funcionando em vazio antes da ocorrência da falta trifásica em seus terminais é $|E_g|/|I''|$.

As correntes e reatâncias estudadas acima são definidas pelas seguintes equações, que são aplicáveis a um alternador funcionando em vazio antes da ocorrência de uma falta trifásica em seus terminais:

$$|I| = \frac{oa}{\sqrt{2}} = \frac{|E_g|}{X_d} \tag{10.3}$$

$$|I'| = \frac{ob}{\sqrt{2}} = \frac{|E_g|}{X'_d} \tag{10.4}$$

$$|I''| = \frac{oc}{\sqrt{2}} = \frac{|E_g|}{X''_d} \tag{10.5}$$

onde $|I|$ = corrente em regime permanente, valor eficaz
$|I'|$ = corrente transitória, valor eficaz, excluindo a componente CC
$|I''|$ = corrente subtransitória, valor eficaz, excluindo a componente CC
X_d = reatância síncrona do eixo direto
X'_d = reatância transitória do eixo direto
X''_d = reatância subtransitória do eixo direto
$|E_g|$ = tensão eficaz entre um terminal e o neutro, em vazio
oa, ob, oc = interseções mostradas na Figura 10.3.

Em trabalho analítico, as correntes em regime permanente, transitórias e subtransitórias, podem ser expressas como fasores, tomando geralmente E_g como referência.

A corrente subtransitória $|I''|$ é muito maior do que a corrente em regime permanente $|I|$ porque a diminuição do fluxo no entreferro da máquina causada pela corrente da armadura, como foi descrito na Seção 6.3, não pode ocorrer imediatamente. Então, é induzida nos enrolamentos da armadura, justamente após a ocorrência da falta, uma tensão maior do que a que existe quando é alcançado o regime permanente. Entretanto, levamos em conta a diferença na tensão induzida usando reatâncias diferentes em série com a tensão em vazio E_g para calcular as correntes nas condições subtransitórias, transitórias e em regime permanente. Vamos examinar os transitórios em máquinas sob carga na próxima seção.

As Equações (10.3) a (10.5) indicam o método para determinar a corrente de falta num gerador quando suas reatâncias são conhecidas. Se o gerador estiver sem carga quando ocorrer a falta, a máquina é representada pela tensão em vazio em relação ao neutro, em série com a reatância apropriada. A resistência é levada em conta se for desejada uma precisão maior. Se houver impedância externa ao gerador entre seus terminais e o curto-circuito, a impedância externa deve ser incluída no circuito.

Exemplo 10.1 Dois geradores são ligados em paralelo ao lado de baixa tensão de um transformador trifásico Δ-Y, como é mostrado na Figura 10.5. O gerador 1 tem para valores nominais 50.000 kVA e 13,8 kV. O gerador 2 tem 25.000 kVA e 13,8 kV. Cada gerador tem uma reatância subtransitória de 25%. O transformador apresenta como valores nominais 75.000 kVA

e 13,8Δ/69Y kV, com uma reatância de 10%. Antes de ocorrer a falta, a tensão no lado de alta tensão do transformador é 66 kV. O transformador está em vazio, e não há corrente circulando entre os geradores. Achar a corrente subtransitória em cada gerador quando ocorre um curto-circuito trifásico no lado de alta tensão do transformador.

Solução Escolha como base, no circuito de alta tensão, 69 kV e 75.000 kVA. Então, a tensão-base no lado BT é 13,8 kV.

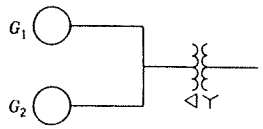


Figura 10.5 Diagrama unifilar para o Exemplo 10.1.

Gerador 1:

$$X''_{d1} = 0{,}25\,\frac{75.000}{50.000} = 0{,}375 \text{ p.u.}$$

$$E_{g1} = \frac{66}{69} = 0{,}957 \text{ p.u.}$$

Gerador 2:

$$X''_{d2} = 0{,}25\,\frac{75.000}{25.000} = 0{,}750 \text{ p.u.}$$

$$E_{g2} = \frac{66}{69} = 0{,}957 \text{ p.u.}$$

Transformador:

$$X = 0{,}10 \text{ p.u.}$$

A Figura 10.6 mostra o diagrama de reatâncias antes da falta. Uma falta trifásica em P é simulada fechando-se a chave S. As tensões internas das duas máquinas podem ser consideradas em paralelo, uma vez que elas deverão ser idênticas em módulo e em fase se não houver circulação de corrente entre elas. A reatância subtransitória equivalente em paralelo é

$$\frac{0{,}375 \times 0{,}75}{0{,}375 + 0{,}75} = 0{,}25 \text{ p.u.}$$

Portanto, na forma de fasor e tomando E_g como referência, a corrente subtransitória no curto-circuito é

$$I'' = \frac{0{,}957}{j0{,}25 + j0{,}10} = -j2{,}735 \text{ p.u.}$$

A tensão no lado delta do triângulo é

$$(-j2{,}735)(j0{,}10) = 0{,}2735 \text{ p.u.}$$

e nos geradores 1 e 2

$$I''_1 = \frac{0{,}957 - 0{,}274}{j0{,}375} = -j1{,}823 \text{ p.u.}$$

$$I''_2 = \frac{0{,}957 - 0.274}{j0{,}75} = -j0{,}912 \text{ p.u.}$$

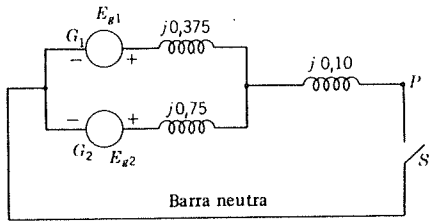


Figura 10.6 Diagrama de reatâncias para o Exemplo 10.1.

Para achar a corrente em ampères, os valores em p.u. são multiplicados pela corrente-base do circuito:

$$|I''_1| = 1{,}823 \frac{75.000}{\sqrt{3} \times 13{,}8} = 5720 \text{ A}$$

$$|I''_2| = 0{,}912 \frac{75.000}{\sqrt{3} \times 13{,}8} = 2860 \text{ A}$$

Embora as reatâncias das máquinas não sejam realmente constantes e dependam do grau de saturação do circuito magnético, seus valores geralmente ficam dentro de certos limites e podem ser previstos para vários tipos de máquinas. A Tabela A.4 apresenta valores típicos de reatâncias de uma máquina, necessárias ao se fazer o cálculo de faltas como também no estudo de estabilidade.

Em geral, as reatâncias subtransitórias de geradores e motores são usadas para determinar a corrente inicial que circula na ocorrência de um curto-circuito. Para determinar a capacidade de interrupção de disjuntores, exceto aqueles que abrem instantaneamente, a reatância subtransitória é usada para os geradores e a reatância transitória é usada para os motores síncronos. No estudo da estabilidade onde o problema consiste em determinar se a falta fará com que a máquina perca o sincronismo com o resto do sistema, caso a falta seja removida após um determinado intervalo de tempo, aplicam-se às reatâncias transitórias.

10.3 TENSÕES INTERNAS DE MÁQUINAS COM CARGA SOB CONDIÇÕES TRANSITÓRIAS

Todo o estudo precedente corresponde a um gerador síncrono que não transporta corrente no instante da ocorrência da falta trifásica nos terminais da máquina. Agora, vamos considerar um gerador com carga quando ocorre uma falta. A Figura 10.7*a* é o circuito equivalente de um gerador que tem uma carga trifásica equilibrada. A impedância externa é mostrada entre os terminais do gerador e o ponto P onde a falta ocorre. A corrente que circula antes de ocorrer a falta no ponto P é I_L, a tensão no ponto da falta é V_f e a tensão nos terminais do gerador é V_t. Conforme foi estudado no Capítulo 6, o circuito equivalente do gerador síncrono consiste em sua tensão em vazio E_g em série com sua reatância síncrona X_s. Se ocorrer uma falta trifásica no ponto P do sistema, veremos que um curto-circuito desde P até o neutro no circuito equivalente não satisfaz as condições para calcular a corrente subtransitória, uma vez que a reatância do gerador deve ser X''_d se estivermos calculando a corrente subtransitória I'', ou X'_d se estivermos calculando a corrente transitória I'.

O circuito mostrado na Figura 10.7*b* nos dá o resultado desejado. Aqui, a tensão E''_g em série com X''_d fornece a corrente em regime permanente I_L quando a chave S é aberta, e fornece a corrente para o curto-circuito através de X''_d e Z_{ext} quando a chave S é fechada. Se quisermos determinar E''_g, esta corrente através de X''_d será I''. Com a chave S aberta, vemos que

$$E''_g = V_t + jI_L X''_d \tag{10.6}$$

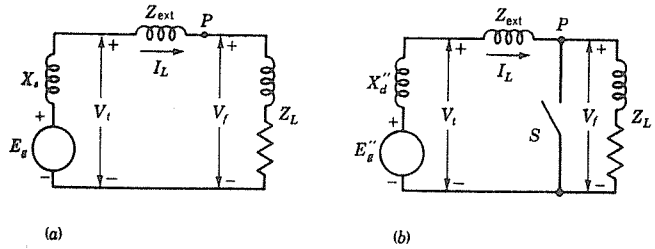


Figura 10.7 Circuitos equivalentes para o gerador abastecendo uma carga trifásica equilibrada. A ocorrência de uma falta trifásica em P é simulada pelo fechamento da chave S. (*a*) Circuito equivalente usual do gerador com carga, em regime permanente. (*b*) Circuito para cálculo de I''.

e esta equação define E''_g, que é chamada ***tensão interna subtransitória*** ou de tensão atrás da reatância subtransitória. De modo semelhante, quando calculamos a corrente transitória I' que deve ser fornecida através da reatância transitória X'_d, a tensão motriz é a ***tensão interna transitória*** ou tensão atrás da reatância transitória E'_g, onde

$$E'_g = V_t + jI_L X'_d \tag{10.7}$$

As tensões E''_g e E'_g são determinadas por I_L e ambas serão iguais à tensão em vazio E_g apenas quando I_L for nula, instante em que E_g é igual a V_t.

Neste ponto, é importante notar que E''_g em série com X''_d representará o gerador antes da ocorrência da falta e imediatamente após a falta apenas se a corrente anterior à falta no gerador for I_L. Por outro lado, E_g em série com a reatância síncrona X_s é o circuito equivalente da máquina sob a condição de regime permanente para qualquer carga. Para um valor diferente de I_L no circuito da Figura 10.7, E_g permaneceria o mesmo, porém seria necessário um novo valor para E''_g.

Os motores síncronos têm reatâncias do mesmo tipo que os geradores. Quando um motor é curtocircuitado, ele não recebe mais energia da linha, porém seu campo permanece energizado e a inércia de seu rotor com sua carga conectada conserva sua rotação por um período indeterminado. A tensão interna do motor síncrono faz com que ele forneça corrente para o sistema, agindo então como se fosse um gerador. Por comparação com as fórmulas correspondentes de um gerador, as tensões internas transitória e subtransitória de um motor síncrono são dadas por

$$E''_m = V_t - jI_L X''_d \tag{10.8}$$

$$E'_m = V_t - jI_L X'_d \tag{10.9}$$

Os sistemas que contêm geradores e motores com carga podem ser resolvidos tanto pelo teorema de Thévenin como também pelo uso das tensões internas transitórias e subtransitórias, como é ilustrado pelos exemplos seguintes.

Exemplo 10.2 Um gerador e um motor síncronos possuem os valores nominais 30.000 kVA e 13,2 kV, e ambos têm reatância subtransitórias de 20%. A linha de conexão entre eles apresenta uma reatância de 10% na base dos valores nominais da máquina. O motor consome 20.000 kW sob fator de potência 0,8 capacitivo, com uma tensão de 12,8 kV em seus terminais quando ocorre uma falta trifásica nos terminais do motor. Achar a corrente subtransitória no gerador, no motor e no ponto de falta, usando a tensão interna das máquinas.

Solução Escolher como base 30.000 kVA e 13,2 kV.

A Figura 10.8*a* mostra o circuito equivalente do sistema descrito. Vemos que a Figura 10.8*a* é semelhante à 10.7*b* e que antes da falta E''_g e E''_m podem ser substituídas por E_g e E_m desde que as reatâncias subtransitórias também sejam substituídas pelas reatâncias síncronas. Entretanto, para determinar a corrente subtransitória necessitamos da representação da Figura 10.8*a*.

Se usarmos a tensão V_f no ponto da falta como fasor referência

$$V_f = \frac{12,8}{13,2} = 0,97\angle 0° \text{ p.u.}$$

$$\text{Corrente-base} = \frac{30.000}{\sqrt{3} \times 13,2} = 1312 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{20.000}{0,8 \times \sqrt{3} \times 12,8} = 1128\angle 36,9° \text{ A}$$

$$= \frac{1128}{1312} = 0,86\angle 36,9° \text{ p.u.}$$

$$= 0,86(0,8 + j0,6) = 0,69 + j0,52 \text{ p.u.}$$

Para o gerador

$$V_t = 0,970 + j0,1(0.69 + j0,52) = 0,918 + j0,069 \text{ p.u.}$$

$$E''_g = 0,918 + j0,069 + j0,2(0,69 + j0,52) = 0,814 + j0,207 \text{ p.u.}$$

$$I''_g = \frac{0,814 + j0,207}{j0,3} = 0,69 - j2,71 \text{ p.u.}$$

$$= 1312(0,69 - j2,71) = 905 - j3550 \text{ A}$$

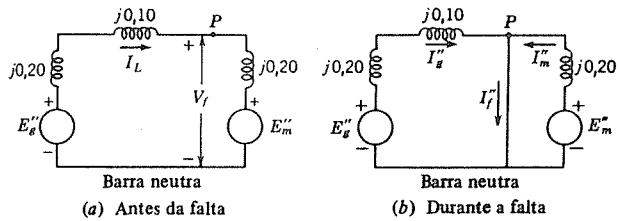


Figura 10.8 Circuitos equivalentes para o Exemplo 10.2.

Para o motor

$$V_t = V_f = 0,97\angle 0° \text{ p.u.}$$

$$E''_m = 0,97 + j0 - j0,2(0,69 + j0,52) = 0,97 - j0,138 + 0,104$$

$$= 1,074 - j0,138 \text{ p.u.}$$

$$I''_m = \frac{1{,}074}{j0{,}2} \frac{j0{,}138}{} = 0{,}69 - j5{,}37 \text{ p.u.}$$

$$= 1312(-0{,}69 - j5{,}37) = -905 - j7050 \text{ A}$$

Na falta

$$I''_f = I''_g + I''_m = 0{,}69 - j2{,}71 - 0{,}69 - j5{,}37 = -j8{,}08 \text{ p.u.}$$

$$= -j8{,}08 \times 1312 = -j10.600 \text{ A}$$

A Figura 10.8*b* mostra os percursos de I''_g, I''_m e I''_f.

A corrente subtransitória na falta pode ser encontrada pelo teorema de Thévenin, que é aplicável a circuitos lineares e bilaterais. Quando são usados valores constantes para as reatâncias das máquinas síncronas, supõe-se que haja linearidade. Quando o teorema é aplicado ao circuito da Figura 10.7*b*, o circuito equivalente é um gerador simples e uma impedância simples terminando no ponto de aplicação da falta. O novo gerador tem uma tensão interna igual a V_f, que é a tensão no ponto de falta antes da ocorrência da falta. A impedância é o valor medido no ponto da falta "olhando" o circuito com todas as fontes de tensão curtocircuitadas. As reatâncias subtransitórias podem ser usadas se forem desejadas as correntes iniciais. A Figura 10.9 é o equivalente Thévenin da Figura 10.7*b*. A impedância Z_{th} é igual a $(Z_{ext} + jX''_d) \cdot Z_L/(Z_L + Z_{ext} + jX''_d)$. Na ocorrência de um curto-circuito trifásico em P, simulado pelo fechamento da chave S, a corrente subtransitória no ponto de falta é

$$I'' = \frac{V_f}{Z_{th}} = \frac{V_f(Z_L + Z_{ext} + jX''_d)}{Z_L(Z_{ext} + jX''_d)} \tag{10.10}$$

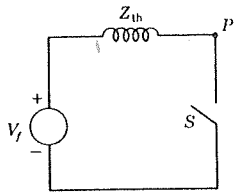


Figura 10.9 Equivalente Thévenin do circuito da Figura 10.7*b*.

Exemplo 10.3 Resolver o Exemplo 10.2 usando o teorema de Thévenin.

Solução

$$Z_{th} = \frac{j0{,}3 \times j0{,}2}{j0{,}3 + j0{,}2} = j0{,}12 \text{ p.u.}$$

$$V_f = 0{,}97\underline{/0°} \text{ p.u.}$$

No ponto da falta:

$$I''_f = \frac{0{,}97 + j0}{j0{,}12} = -j8{,}08 \text{ p.u.}$$

A corrente acima, obtida com a aplicação do teorema de Thévenin, é a que sai do circuito no ponto da falta devido à redução da tensão para zero nesse ponto. Se esta corrente causada pela falta se divide entre os circuitos paralelos dos geradores inversamente proporcional a suas respectivas impedâncias, os valores resultantes são as correntes de cada máquina devido apenas à *variação* da tensão no ponto da falta. Às correntes de falta, assim atribuídas às duas máquinas, deve ser somada a corrente que circula em cada máquina antes da falta para ser obtida a corrente total das máquinas após a falta. O teorema da superposição explica a razão para a adição da corrente que circula antes da falta à corrente calculada pelo teorema de Thévenin. A Figura 10.10*a* mostra um gerador com a tensão V_f, conectado ao ponto da falta e igual à tensão na falta antes de sua ocorrência. Este gerador não afeta a corrente que circula antes da ocorrência da falta, e o circuito corresponde ao da Figura 10.8*a*. Colocando outro gerador, em série com V_f, com uma fem de igual módulo ao de V_f porém defasado de 180°, obtemos o circuito da Figura 10.10*b*, que corresponde ao da Figura 10.8*b*. O princípio da superposição, aplicado primeiramente curto-circuitando E''_g, E''_m e V_f, fornece as correntes obtidas pela distribuição da corrente de falta entre os dois geradores de maneira inversamente proporcional às impedâncias de seus circuitos. Após, curtocircuitando o gerador restante $-V_f$ com E''_g, E''_m e V_f no circuito, obtém-se a corrente que circula antes da falta. Adicionando os dois valores da corrente em cada ramo, obtém-se a corrente no ramo após a falta. Aplicando o princípio acima para o exemplo presente, temos

$$\text{Corrente de falta do gerador} = -j8{,}08 \times \frac{j0{,}2}{j0{,}5} = -j3{,}23 \text{ p.u.}$$

$$\text{Corrente de falta do motor} = -j8{,}08 \times \frac{j0{,}3}{j0{,}5} = -j4{,}85 \text{ p.u.}$$

A estas correntes deve ser somada a corrente anterior à falta I_L para se obter as correntes subtransitórias totais nas máquinas:

$$I''_g = 0{,}69 + j0{,}52 - j3{,}23 = 0{,}69 - j2{,}71 \text{ p.u.}$$

$$I''_m = -0{,}69 - j0{,}52 - j4{,}85 = -0{,}69 - j5{,}37 \text{ p.u.}$$

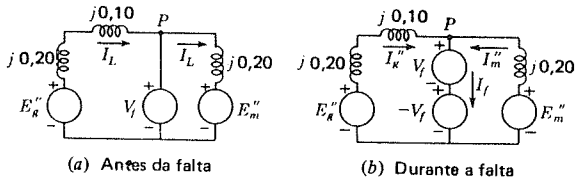


Figura 10.10 Circuitos ilustrando a aplicação do teorema da superposição para determinar a proporção da corrente de falta em cada ramo do sistema.

Notar que I_L tem o mesmo sentido que I_g'', porém oposto a I_m''. Os valores em p.u. encontrados para I_f'', I_g'' e I_m'' são os mesmos do Exemplo 10.2 e, portanto, os valores em ampères também serão os mesmos.

Geralmente, a corrente de carga é omitida na determinação da corrente em cada linha quando ocorre uma falta. No método de Thévenin, desprezar a corrente de carga significa que a corrente anterior à falta em cada linha não é somada à componente da corrente que circula na falta. O método do Exemplo 10.2 despreza a corrente de carga se as tensões atrás da reatância subtransitória de todas as máquinas são supostamente iguais à tensão V_f no ponto de falta antes de sua ocorrência, visto ser o caso desde que não circulem correntes em nenhuma parte da rede antes da falta.

Desprezando a corrente de carga no Exemplo 10.3, temos

$$\text{Corrente de falta do gerador} = 3.23 \times 1312 = 4240 \text{ A}$$

$$\text{Corrente de falta do motor} = 4.85 \times 1312 = 6360 \text{ A}$$

$$\text{Corrente na falta} = 8.08 \times 1312 = 10{,}600 \text{ A}$$

A corrente na falta é a mesma se considerarmos ou não a corrente de carga, porém as contribuições das linhas são diferentes. Quando a corrente da carga é incluída, obtemos do Exemplo 10.2.

$$\text{Corrente de falta do gerador} = |905 - j3550| = 3660 \text{ A}$$

$$\text{Corrente de falta do motor} = |-905 - j7050| = 7200 \text{ A}$$

A soma aritmética dos módulos das correntes do gerador e do motor não é igual à corrente de falta porque as correntes do gerador e do motor não estão em fase.

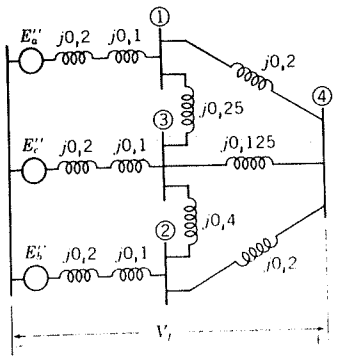


Figura 10.11 Diagrama de reatâncias obtido da Figura 7.3, substituindo as reatâncias subtransitórias pelas reatâncias síncronas das máquinas e as tensões internas subtransitórias pelas tensões geradas em vazio. Os valores das reatâncias estão representados em p.u.

10.4 MATRIZ IMPEDÂNCIA DE BARRA PARA CÁLCULO DE FALTAS

Nossos estudos sobre cálculo de faltas foram até agora restritos a simples circuitos, porém daqui em diante estenderemos nosso estudo para redes generalizadas. Entretanto, chegaremos às equações gerais começando com uma rede específica com a qual já estamos familiarizados. Se mudarmos as reatâncias em série com as tensões geradas do circuito mostrado na Figura 7.3 para reatâncias subtransitórias, e se as tensões geradas forem substituídas pelas tensões internas subtransitórias, teremos a rede mostrada na Figura 10.11. Se esta rede for o equivalente monofásico de um sistema trifásico e escolhermos para estudar uma falta na barra 4, podemos seguir o procedimento da Seção 10.3 e designar V_f como sendo a tensão na barra 4 antes da ocorrência da falta.

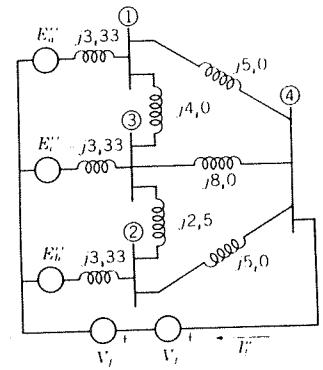


Figura 10.12 Circuito da Figura 10.11 com as admitâncias representadas em p.u. e uma falta trifásica na barra 4 do sistema simulada por V_f e $-V_f$ em série.

Uma falta trifásica é simulada na barra 4 pela rede da Figura 10.12 onde os valores das impedâncias da Figura 10.11 foram substituídos por suas admitâncias. As tensões geradas V_f e $-V_f$ em série simulam o curto-circuito. A tensão gerada V_f apenas nesse ramo não causaria corrente no ramo. Com V_f e $-V_f$ em série, o ramo constitui um curto-circuito, e a corrente no ramo é I_f''. As admitâncias, em vez de impedâncias, foram representadas em p.u. nesse diagrama. Se E_a'', E_b'', E_c'' e V_f forem curtocircuitadas, as tensões e correntes serão aquelas devidas apenas a $-V_f$. Então, a única corrente que entra num nó vinda de uma fonte é a devida a $-V_f$ e igual a $-I_f''$ no nó 4 (I_f'' vinda do nó 4) uma vez que não há corrente neste ramo até a inserção de $-V_f$. As equações dos nós na forma matricial para a rede com $-V_f$ como única fonte são

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_f'' \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -12{,}33 & 0{,}0 & 4{,}0 & 5{,}0 \\ 0{,}0 & -10{,}83 & 2{,}5 & 5{,}0 \\ 4{,}0 & 2{,}5 & -17{,}83 & 8{,}0 \\ 5{,}0 & 5{,}0 & 8{,}0 & -18{,}0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{\Delta} \\ V_2^{\Delta} \\ V_3^{\Delta} \\ -V_f \end{bmatrix} \tag{10.11}$$

onde o sobrescrito Δ indica que as tensões são devidas apenas a $-V_f$. O sinal Δ foi escolhido para indicar a mudança na tensão devido à falta.

Invertendo a matriz admitância de barra da rede da Figura 10.12, obtemos a matriz impedância de barra. As tensões de barra devido a $-V_f$ são dadas por

$$\begin{bmatrix} V_1^{\Delta} \\ V_2^{\Delta} \\ V_3^{\Delta} \\ -V_f \end{bmatrix} = \mathbf{Z}_{\text{barra}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_f'' \end{bmatrix} \tag{10.12}$$

e então

$$I_f'' = \frac{V_f}{Z_{44}} \tag{10.13}$$

$$\begin{aligned} V_1^{\Delta} &= -I_f'' Z_{14} = -\frac{Z_{14}}{Z_{44}} V_f \\ V_2^{\Delta} &= -\frac{Z_{24}}{Z_{44}} V_f \qquad V_3^{\Delta} = -\frac{Z_{34}}{Z_{44}} V_f \end{aligned} \tag{10.14}$$

Quando a tensão do gerador $-V_f$ é curtocircuitada na rede da Figura 10.12 e E_a'', E_b'', E_c'' e V_f estão no circuito, as correntes e tensões em quaisquer partes da rede são as que existiam antes da falta. Pelo princípio da superposição, estas tensões anteriores à falta adicionadas aos valores dados pelas Equações (10.14) dão-nos as tensões existentes após a ocorrência da falta.

Geralmente, considera-se a rede sem cargas antes da falta. Neste caso, nenhuma corrente circula antes da falta, e todas as tensões por toda a rede são as mesmas e iguais a V_f. Esta suposição simplifica nosso cálculo consideravelmente, e aplicando o teorema da superposição temos

$$\begin{aligned} V_1 &= V_f + V_1^{\Delta} = V_f - I_f'' Z_{14} \\ V_2 &= V_f + V_2^{\Delta} = V_f - I_f'' Z_{24} \\ V_3 &= V_f + V_3^{\Delta} = V_f - I_f'' Z_{34} \\ V_4 &= V_f - V_f = 0 \end{aligned} \tag{10.15}$$

Estas tensões existem quando a corrente subtransitória circula e $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ foi formada para uma rede que possui valores subtransitórios para as reatâncias do gerador.

Para uma falta na barra k, desprezando as correntes anteriores à falta, temos

$$I_f = \frac{V_f}{Z_{kk}} \tag{10.16}$$

e a tensão na barra n após a falta é

$$V_n = V_f - \frac{Z_{nk}}{Z_{kk}} V_f \tag{10.17}$$

Usando os valores numéricos da Equação (10.11), invertemos a matriz quadrada $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ daquela equação e encontramos

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} = j \begin{bmatrix} 0{,}1488 & 0{,}0651 & 0{,}0864 & 0{,}0978 \\ 0{,}0651 & 0{,}1554 & 0{,}0799 & 0{,}0967 \\ 0{,}0864 & 0{,}0798 & 0{,}1341 & 0{,}1058 \\ 0{,}0978 & 0{,}0967 & 0{,}1058 & 0{,}1566 \end{bmatrix} \tag{10.18}$$

Geralmente, considera-se $V_f = 1\angle 0°$ p.u., e com essa suposição para nossa rede com falta temos

$$I_f'' = \frac{1}{j0.1566} = -j6{,}386 \text{ p.u.}$$

$$V_1 = 1 - \frac{j0{,}0978}{j0{,}1566} = 0{,}3755 \text{ p.u.}$$

$$V_2 = 1 - \frac{j0{,}0967}{j0{,}1566} = 0{,}3825 \text{ p.u.}$$

$$V_3 = 1 - \frac{j0{,}1058}{j0{,}1566} = 0{,}3244 \text{ p.u.}$$

As correntes em qualquer parte da rede podem ser encontradas a partir das tensões e impedâncias. Por exemplo, a corrente de falta no ramo que liga os nós 1 e 3, e que circula para o nó 3, é

$$I''_{13} = \frac{V_1 - V_3}{j0{,}25} = \frac{0{,}3755 - 0{,}3244}{j0{,}25}$$
$$= -j0{,}2044 \text{ p.u.}$$

Vindo do gerador, ligado ao nó 1, a corrente é

$$I''_a = \frac{E''_a - V_1}{j0{,}3} = \frac{1 - 0{,}3755}{j0{,}3}$$
$$= -j2{,}0817 \text{ p.u.}$$

Outras correntes podem ser determinadas de maneira semelhante, e as tensões e correntes para a falta em qualquer outra barra são calculadas igualmente com facilidade a partir da matriz impedância.

A Equação (10.16) é simplesmente uma aplicação do teorema de Thévenin, e reconhecemos que os valores na diagonal principal da matriz impedância de barra são as impedâncias Thévenin da rede para calcular a corrente de falta nas várias barras. As Concessionárias de Energia Elétrica fornecem os dados para os usuários que devem determinar a corrente de falta, de maneira a se especificar os disjuntores para uma planta industrial ou para um sistema de potência em algum ponto. Em geral, os dados fornecidos incluem os MVA de curto-circuito, onde

$$\text{MVA de curto-circuito} = \sqrt{3} \times (\text{nominal kV}) \times I_{sc} \times 10^{-3} \qquad (10.19)$$

Desprezando as resistências e capacitâncias em derivação, o circuito equivalente monofásico de Thévenin que representa o sistema consiste em uma fem igual à tensão de linha nominal dividida por $\sqrt{3}$ em série com uma reatância indutiva de

$$X_{th} = \frac{(\text{kV nominal}/\sqrt{3}) \times 1000}{I_{sc}} \ \Omega \qquad (10.20)$$

Resolvendo a Equação (10.19) para I_{sc} e substituindo na Equação (10.20) temos

$$X_{th} = \frac{(\text{kV nominal})^2}{\text{MVA de curto-circuito}} \ \Omega \qquad (10.21)$$

Se kV-base é igual a kV-nominal, convertendo para valor p.u., temos

$$X_{th} = \frac{\text{MVA base}}{\text{MVA de curto-circuito}} \text{ p.u.} \qquad (10.22)$$

$$X_{th} = \frac{I_{\text{base}}}{I_{sc}} \text{ p.u.} \qquad (10.23)$$

10.5 REDE EQUIVALENTE DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA DE BARRA

Embora não possamos imaginar um circuito realizável fisicamente empregando as impedâncias da rede de impedâncias de barra, podemos desenhar um circuito com impedâncias de transferência *indicadas* entre os ramos. Tal diagrama será proveitoso para entender o significado das equações desenvolvidas na Seção 10.4.

Na Figura 10.13, os colchetes foram traçados entre o ramo 4 e os outros 3 ramos da rede que têm 4 nós e mais o nó de referência†. Associados a esses colchetes estão os símbolos Z_{14}, Z_{24} e Z_{34} que identificam

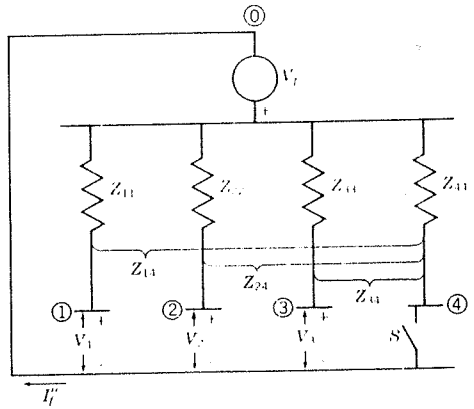


Figura 10.13 Rede equivalente da matriz de impedância de barra com quatro nós independentes. Fechando a chave S simulamos uma falta no nó 4. São mostradas somente as admitâncias de transferência para o nó 4.

as impedâncias de transferência do nó 4 da matriz de impedância de barra. As impedâncias de excitação da matriz de impedância de barra são Z_{11}, Z_{22}, Z_{33} e Z_{44}. Nenhuma corrente pode circular em qualquer ramo quando a chave S estiver aberta. Quando S é fechada, a corrente circula no circuito apenas para o nó 4. Esta corrente é V_f/Z_{44} que, de acordo com a Equação (10.13), é I''_f para uma falta no nó 4. Podemos interpretar os colchetes significando que a corrente I''_f, na direção do nó 4 da rede, induz as quedas de tensão $I''_f Z_{14}$, $I''_f Z_{24}$ e $I''_f Z_{34}$ nos ramos conectados aos nós 1, 2 e 3, respectivamente. Estas quedas de tensão estão no sentido dos nós respectivos.

Se a chave S no circuito da Figura 10.13 estiver aberta, todos os nós estarão na tensão V_f, como na Figura 10.11 se E''_a, E''_b e E''_c forem iguais a V_f. Se S for fechada, o exame do circuito mostrará que as tensões nos quatro nós em relação ao nó 0 de referência serão os

† Esta rede equivalente está desenhada da maneira adotada em J. R. Neuenswander, *Modern Power Systems*, Intext Educational Publishers, New York, 1971, que se refere à rede equivalente da matriz impedância de barra como sendo o *equivalente ancinho*.

valores especificados pelas Equações (10.15). Portanto, se interpretarmos as impedâncias de transferência indicadas nesse circuito como foi descrito anteriormente, o circuito é o equivalente ao da Figura 10.11 com S aberta e da Figura 10.12 com S fechada, sendo que ainda estamos desprezando a corrente anterior à falta.

Naturalmente, podemos simular curto-circuitos nas outras barras de uma maneira semelhante e podemos estender este procedimento a uma rede generalizada tendo um número qualquer de nós. Poderíamos indicar as outras impedâncias de transferência do circuito equivalente por meio de colchetes adicionais e só não o fizemos porque ficaria muito confuso com tantos colchetes para indicar as impedâncias de transferência. De fato, geralmente omitimos os colchetes quando traçamos este equivalente da rede para a matriz de impedância de barra, porém devemos ter em mente que as impedâncias de transferência existem e devem ser consideradas na interpretação da rede.

Exemplo 10.4 Determinar a matriz-impedância de barra para a rede do Exemplo 8.1, para a qual os resultados do estudo de fluxo de potência são mostrados na Figura 8.2. Os geradores nas barras 1 e 3 possuem valores nominais de 270 e 225 MVA, respectivamente. As reatâncias subtransitórias dos geradores mais as reatâncias dos transformadores que os conecta às barras são iguais a 0,30 p.u. cada um, tomando como base os valores nominais dos geradores. As relações de transformação dos transformadores são tais que a tensão-base em cada circuito de gerador é igual à tensão nominal do gerador. Incluir as reatâncias dos geradores e transformadores na matriz. Achar a corrente subtransitória numa falta trifásica na barra 4 e a corrente que chega à barra em falta através de cada linha. A corrente antes da falta pode ser desprezada e todas as tensões são consideradas iguais a 1.0 p.u. antes da ocorrência da falta. A base do sistema é 100 MVA. Desprezar todas as resistências.

Solução Convertidas para a base de 100 MVA, as reatâncias combinadas dos geradores e transformadores são

$$\text{Gerador na barra 1:}\quad X = 0{,}30 \times \frac{100}{270} = 0{,}1111 \text{ p.u.}$$

$$\text{Gerador na barra 3:}\quad X = 0{,}30 \times \frac{100}{225} = 0{,}1333 \text{ p.u.}$$

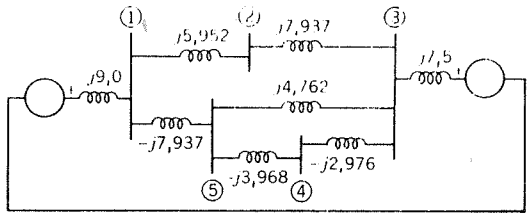


Figura 10.14 Diagrama de reatâncias para o Exemplo 10.4.

A rede com admitâncias representadas em p.u. é mostrada na Figura 10.14 da qual obtemos a matriz admitância dos nós:

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = j\begin{bmatrix} -22{,}889 & 5{,}952 & 0{,}0 & 0{,}0 & 7{,}937 \\ 5{,}952 & -13{,}889 & 7{,}937 & 0{,}0 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 7{,}937 & -23{,}175 & 2{,}976 & 4{,}762 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 2{,}976 & -6{,}944 & 3{,}968 \\ 7{,}937 & 0{,}0 & 4{,}762 & 3{,}968 & -16{,}667 \end{bmatrix}$$

Esta matriz 5×5 é invertida num computador digital, dando a matriz de curto-circuito

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} = j\begin{bmatrix} 0{,}0793 & 0{,}0558 & 0{,}0382 & 0{,}0511 & 0{,}0608 \\ 0{,}0558 & 0{,}1338 & 0{,}0664 & 0{,}0630 & 0{,}0605 \\ 0{,}0382 & 0{,}0664 & 0{,}0875 & 0{,}0720 & 0{,}0603 \\ 0{,}0511 & 0{,}0630 & 0{,}0720 & 0{,}2321 & 0{,}1002 \\ 0{,}0608 & 0{,}0605 & 0{,}0603 & 0{,}1002 & 0{,}1301 \end{bmatrix}$$

Visualizando a rede de forma semelhante à da Figura 10.13, será mais fácil encontrarmos as correntes e tensões desejadas.

A corrente subtransitória numa falta trifásica na barra 4 é

$$I'' = \frac{1{,}0}{j0{,}2321} = -j4{,}308 \text{ p.u.}$$

Nas barras 3 e 5 as tensões são

$$V_3 = 1{,}0 - (-j4{,}308)(j0{,}0720) = 0{,}6898 \text{ p.u.}$$
$$V_5 = 1{,}0 - (-j4{,}308)(j0{,}1002) = 0{,}5683 \text{ p.u.}$$

As correntes para a falta são

$$\text{Da barra 3:}\quad 0{,}6898(-j2{,}976) = -j2{,}053$$
$$\text{Da barra 4:}\quad 0{,}5683(-j3{,}968) = \underline{-j2{,}255}$$
$$-j4{,}308 \text{ p.u.}$$

Da mesma matriz de curto-circuito, podemos obter informações semelhantes para faltas em quaisquer outras barras.

10.6 SELEÇÃO DE DISJUNTORES

Muito estudo já foi feito sobre valores nominais de disjuntores e uso deles. Nosso objetivo agora é dar uma introdução para este assunto. Para informações adicionais necessárias para especificar disjuntores, o leitor poderá consultar as publicações ANSI, listadas nos rodapés que acompanham esta seção.

A corrente subtransitória, para a qual estivemos devotando grande parte de nossa atenção até agora, é a corrente simétrica inicial e não inclui a componente CC. Como temos visto, a inclusão da componente CC resulta num valor eficaz da corrente imediatamente após a falta, que é maior do que a corrente subtransitória. Para disjuntores a óleo acima de 5 kV, a corrente subtransitória multiplicada por 1,6 é considerada como sendo o valor eficaz da corrente cuja força disruptiva o disjuntor deve suportar durante o primeiro ciclo após a ocorrência da falta. Esta corrente é chamada *corrente momentânea*, e por muitos anos os disjuntores foram dimensionados em termos de sua corrente momentânea como também por outros critérios†.

A capacidade nominal de interrupção de um disjuntor era especificada em kVA ou MVA. Os kVA de interrupção são iguais a $\sqrt{3}$ vezes a tensão da barra à qual o disjuntor é ligado multiplicado pela corrente que o disjuntor deve ser capaz de interromper quando seus contatos se separam. Esta corrente é, naturalmente, menor do que a corrente momentânea e depende da velocidade do disjuntor, tal como 8, 5, 3 ou 1,5 ciclos, que é a medida do tempo que transcorre a partir da ocorrência da falta até a extinção do arco.

A corrente que o disjuntor deve interromper geralmente é assimétrica, uma vez que contém uma parte da componente CC de decaimento. Uma relação de valores nominais recomendados para disjuntores a óleo de alta tensão AC especifica a corrente nominal de interrupção de disjuntores em termos da componente assimétrica que é simétrica em relação ao eixo zero. Esta corrente é adequadamente chamada *corrente simétrica de capacidade de interrupção requerida*, ou simplesmente *corrente nominal simétrica de curto-circuito*. Freqüentemente, o termo simétrica é omitido. A seleção de disjuntores também pode ser feita em relação à corrente total (componente CC incluída)††. Vamos limitar nosso estudo em um tratamento breve da base simétrica da escolha do disjuntor.

Os disjuntores são identificados pela classe da tensão nominal, como por exemplo 69 kV. Entre outros fatores especificados, citamos a corrente nominal constante, a tensão máxima nominal, o fator de faixa de tensão K, e a corrente nominal de curto-circuito sob tensão máxima nominal. K determina a faixa de tensão na qual a corrente nominal de curto-circuito, multiplicada pela tensão de operação, é constante. Para um disjuntor de 69 kV tendo uma tensão nominal máxima de 72,5 kV, um fator de faixa de tensão K igual a 1,21, e uma corrente

† Veja G. N. Lester, "High Voltage Circuit Breaker Standards in the USA: Past, Present and Future", *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. 93, 1974, p. 590-600.

†† Veja "Schedules of Preferred Ratings and Related Required Capabilities for AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Symmetrical Current Basis", ANSI C37.06-1971 e "Guide for Calculation of Faulted Currents for Application of AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Total Current Basis", ANSI C37.5-1979, American National Standards Institute, New York.

nominal constante de 1.200 A, a corrente nominal de curto-circuito sob a tensão máxima (corrente simétrica que pode ser interrompida a 72,5 kV) é 19.000 A. Isto significa que o produto 72,5 × 19.000 é o valor constante da corrente nominal de curto-circuito multiplicada pela tensão de operação na faixa de 72,5 a 60 kV, uma vez que 72,5/1,21 é igual a 60. A corrente nominal de curto-circuito sob 60 kV é 19.000 × 1,21 ou 23.000 A. Para tensões menores de funcionamento, esta corrente de curto-circuito não pode ser excedida. Para 69 kV, a corrente nominal de curto-circuito é

$$\frac{72{,}5}{69} \times 19.000 = 20.000 \text{ A}$$

Os disjuntores da classe 115-kV, e acima, têm um fator K igual a 1,0.

Um procedimento simplificado para calcular a corrente simétrica de curto-circuito, chamado *método E/X*‡, despreza todas as resistências, todas as cargas estáticas e todas as correntes anteriores à falta. A reatância subtransitória é usada para os geradores no método E/X, e para os motores síncronos a reatância recomendada é o valor X''_d do motor multiplicado por 1,5 que é o valor aproximado da reatância transitória do motor. Os motores de indução abaixo de 50 HP são desprezados e vários fatores de multiplicação são aplicados ao X''_d dos motores de indução de maior porte, dependendo de seu tamanho. Se não houverem motores presentes, a corrente simétrica de curto-circuito seria igual à corrente subtransitória.

A impedância, pela qual a tensão V_f na falta é dividida para se determinar a corrente de curto-circuito, deve ser examinada quando é usado o método E/X. Na especificação de um disjuntor para a barra k, esta impedância é Z_{kk} da matriz de impedância de barra com as próprias reatâncias das máquinas, uma vez que a corrente de curto-circuito é expressa pela Equação (10.16). Se a relação X/R desta impedância for 15 ou menos, pode ser usado um disjuntor com a tensão e kVA corretos caso sua corrente nominal de interrupção seja igual ou exceda à corrente calculada. Se a relação X/R for desconhecida, a corrente calculada poderá ser não mais do que 80% do valor permitido para o disjuntor para a tensão existente na barra. O guia de utilização ANSI especifica um método corrigido para levar em conta as constantes do tempo CA e CC para o decaimento da amplitude da corrente caso a relação X/R exceda 15. O método corrigido também considera a velocidade do disjuntor.

Este estudo da seleção de disjuntores é apresentado não como um estudo de utilização de disjuntores, porém para mostrar como é importante entender o cálculo de faltas. O seguinte exemplo poderá clarear o princípio.

Exemplo 10.5 Um gerador de 25.000 kVA e 13,8 kV com $X'_d = 15\%$ é conectado através de um transformador a uma barra que abastece quatro motores idênticos, como mostra a Figura 10.15. A reatância subtransitória X''_d de cada motor é 20% na base de 5.000 kVA, e 6,9 kV. Os valores nominais do transformador trifásico são 25.000 kVA e 13,8/6,9 kV, com uma reatância de

‡ Veja "Application Guide for AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Symmetrical Current Basis", ANSI C37.010-1972, American National Standards Institute, New York. Esta publicação é também IEEE Std. 320-1972.

dispersão de 10%. A tensão de barra nos motores é 6,9 kV quando ocorre uma falta trifásica no ponto *P*. Para a falta especificada, determinar (*a*) a corrente subtransitória na falta, (*b*) a corrente subtransitória no disjuntor *A* e (*c*) a corrente simétrica de curto-circuito (como definido para o uso de disjuntores) na falta e no disjuntor *A*.

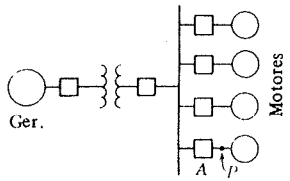


Figura 10.15 Diagrama unifilar para o Exemplo 10.5.

Solução (*a*) Para as bases de 25.000 kVA e 13,8 kV no circuito do gerador, as bases para os motores são 25.000 kVA e 6,9 kV. A reatância subtransitória de cada motor é

$$X''_d = 0{,}20\,\frac{25.000}{5.000} = 1{,}0 \text{ p.u.}$$

A Figura 10.16 é o diagrama com os valores assinalados das reatâncias subtransitórias. Para uma falta no ponto *P*,

$$V_f = 1{,}0 \text{ p.u.}$$

$$Z_{th} = j0{,}125 \text{ p.u.}$$

$$I''_f = \frac{1{,}0}{j0{,}125} = -j8{,}0 \text{ p.u.}$$

A corrente-base no circuito de 6,9 kV é

$$\frac{25.000}{\sqrt{3} \times 6{,}9} = 2090 \text{ A}$$

$$I''_f = 8 \times 2090 = 16.720 \text{ A}$$

(*b*) Através do disjuntor *A* chega a contribuição do gerador e de três dos quatro motores. O gerador contribui com uma corrente de

$$-j8{,}0 \times \frac{0{,}25}{0{,}50} = -j4{,}0 \text{ p.u.}$$

Cada motor contribui com 25% da corrente de falta restante, ou seja $-j1{,}0$ p.u.

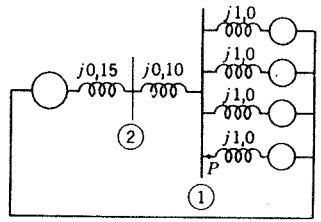


Figura 10.16 Diagrama de reatâncias para o Exemplo 10.15.

Através do disjuntor *A*,

$$I'' = -j4{,}0 + 3(-j1{,}0) = -j7{,}0 \text{ p.u.} = 7 \times 2090 = 14.630 \text{ A}$$

(*c*) Para calcular a corrente do disjuntor *A* a ser interrompida, substituir a reatância subtransitória de $j1{,}0$ pela reatância transitória de $j1{,}5$ nos circuitos dos motores da Figura 10.16. Então

$$Z_{th} = j\,\frac{0{,}375 \times 0{,}25}{0{,}375 + 0{,}25} = j0{,}15 \text{ p.u.}$$

O gerador contribui com uma corrente de

$$\frac{1{,}0}{j0{,}15} \times \frac{0{,}375}{0{,}625} = -j4{,}0 \text{ p.u.}$$

Cada motor contribui com uma corrente de

$$\frac{1}{4} \times \frac{1{,}0}{j0{,}15} \times \frac{0{,}25}{0{,}625} = -j0{,}67 \text{ p.u.}$$

A corrente simétrica de curto-circuito a ser interrompida é

$$(4{,}0 + 3 \times 0{,}67) \times 2090 = 12.560 \text{ A}$$

O procedimento usual é especificar todos os disjuntores conectados a uma barra com base na corrente que flui para essa barra em falta. Nesse caso, o valor nominal de interrupção de corrente de curto-circuito dos disjuntores conectados à barra de 6,9 kV deve ser ao menos

$$4 + 4 \times 0{,}67 = 6{,}67 \text{ p.u.}$$

ou

$$6{,}67 \times 2090 = 13.940 \text{ A}$$

Um disjuntor de 14,4-kV possui uma tensão máxima nominal de 15,5 kV e o fator K de 2,67. Para 15,5 kV sua corrente nominal de interrupção de curto-circuito é 8.900 A. Este disjuntor apresenta uma corrente nominal simétrica de interrupção de curto-circuito de $2{,}67 \times 8.900 = 23.760$ A, a uma tensão de $15{,}5/2{,}67 = 5{,}8$ kV. Esta corrente é o valor máximo que pode ser interrompido mesmo que o disjuntor possa estar num circuito de tensão menor. O valor nominal de corrente de interrupção de curto-circuito em 6,9 kV é

$$\frac{15{,}5}{6{,}9} \times 8900 = 20.000 \text{ A}$$

A capacidade requerida de 13.940 A é bem abaixo de 80% de 20.000 A, e o disjuntor é adequado em relação à corrente de curto-circuito.

A corrente de curto-circuito poderia ser obtida usando-se a matriz de impedância de barra. Para esse objetivo, foram identificados dois nós na Figura 10.16. O nó 1 é a barra no lato BT do transformador, e o nó 2 é o lado AT. Para a reatância do motor de 1,5 p.u.

$$Y_{11} = -j10 + \frac{1}{j1{,}5/4} = -j12{,}67$$

$$Y_{12} = j10$$

$$Y_{22} = -j10 - j6{,}67 = -j16{,}67$$

A matriz admitância de barra é

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = j\begin{bmatrix} -12{,}67 & 10{,}0 \\ 10{,}0 & -16{,}67 \end{bmatrix}$$

e sua inversa é

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} = j\begin{bmatrix} 0{,}150 & 0{,}090 \\ 0{,}090 & 0{,}114 \end{bmatrix}$$

A Figura 10.17 é a rede que corresponde à matriz de impedância de barra. Fechando S_1 e deixando S_2 aberta fica representada uma falta na barra 1.

A corrente de interrupção de curto-circuito simétrico numa falta trifásica no nó 1 é

$$I_{sc} = \frac{1{,}0}{j0{,}15} = -j6{,}67 \text{ p.u.}$$

que corresponde aos nossos cálculos anteriores. A matriz de impedância de barra nos dá a tensão na barra 2 com a falta na barra 1.

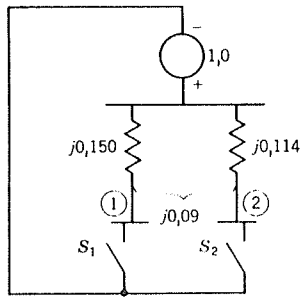


Figura 10.17 Rede equivalente da impedância de barra para a matriz de impedância de barra do Exemplo 10.5.

$$V_2 = 1{,}0 - I_{sc}Z_{21} = 1{,}0 - (-j6{,}67)(j0{,}09) = 0{,}4$$

e, uma vez que a admitância entre os nós 1 e 2 é $-j10$, a corrente na falta, vinda do transformador, é

$$(0{,}4 - 0{,}0)(-j10) = -j4{,}0 \text{ p.u.}$$

que também está de acordo com nosso resultado anterior.

Também achamos imediatamente a corrente de curto-circuito numa falta trifásica no nó 2 que, fazendo referência à Figura 10.17 com S_1 aberta e S_2 fechada é

$$I_{sc} = \frac{1{,}0}{j0{,}114} = -j8{,}77 \text{ p.u.}$$

Mesmo este exemplo simples ilustra a importância da matriz de impedância de barra, onde os efeitos de uma falta em um número de barras tem de ser estudado. A inversão da matriz não é necessária, como vimos na Seção 7.7, pois $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ pode ser gerada diretamente pelo computador.

PROBLEMAS

10.1 Uma tensão alternada de 60 Hz com valor eficaz de 100 V é aplicada a um circuito-série RL pelo fechamento de uma chave. A resistência é 15 Ω e a indutância é 0,12 H.

(*a*) Ache o valor da componente CC da corrente no fechamento da chave para um valor da tensão nesse instante de 50 V.

(*b*) Qual é o valor instantâneo da tensão que produz o máximo componente CC da corrente no fechamento da chave?

(*c*) Qual é o valor instantâneo da tensão que resulta na ausência de qualquer componente CC de corrente no fechamento da chave?

(*d*) Se a chave for fechada quando a tensão instantânea for zero, ache o valor da corrente instantânea após transcorridos 0,5, 1,5 e 5,5 ciclos.

10.2 Um gerador, conectado a um transformador por um disjuntor de 5 ciclos, apresenta os valores nominais de 100 MVA e 18 kV com reatâncias de $X''_d = 19\%$, $X'_d = 26\%$ e $X_d = 130\%$. Está funcionando em vazio e sob tensão nominal quando ocorre um curto-circuito trifásico entre o disjuntor e o transformador. Ache (*a*) a corrente de curto-circuito permanente no disjuntor, (*b*) a corrente eficaz simétrica inicial no disjuntor, e (*c*) a máxima componente CC possível de corrente de curto-circuito no disjuntor.

10.3 O transformador trifásico ligado ao gerador, descrito no Problema 10.2, tem os valores nominais 100 MVA e 240Y/18Δ kV, $X = 10\%$. Se ocorrer um curto-circuito trifásico no lado AT do transformador sob tensão nominal e em vazio, ache (*a*) a corrente eficaz simétrica inicial nos enrolamentos no lado AT e (*b*) a corrente eficaz simétrica inicial na linha no lado BT.

10.4 Os valores nominais de um gerador de 60 Hz são 500 MVA e 20 kV, com $X''_d = 0{,}20$ p.u. Ele alimenta uma resistência pura de 400 MW sob 20 kV. Esta carga é ligada diretamente aos terminais do gerador. Curtocircuitando simultaneamente as três fases da carga, ache a corrente eficaz simétrica inicial no gerador em p.u. em relação às bases de 500 MVA e 20 kV.

10.5 Um gerador é conectado através de um transformador a um motor síncrono. Reduzidas a uma mesma base, as reatâncias subtransitórias p.u. do gerador e do motor são 0,15 e 0,35 respectivamente, e a reatância de dispersão do transformador é 0,10 p.u. Ocorre uma falta trifásica nos terminais do motor quando a tensão nos terminais do gerador é 0,9 p.u. e a corrente de saída do gerador é 1,0 p.u. com fator de potência 0,8 capacitivo. Ache a corrente subtransitória em p.u. no ponto da falta, no gerador e no motor. Use a tensão nos terminais do gerador como o fasor de referência e obtenha a solução (*a*) calculando as tensões atrás da reatância subtransitória no gerador e no motor e (*b*) usando o teorema de Thévenin.

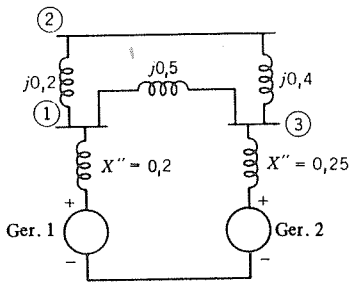


Figura 10.18 Rede para o Problema 10.8.

10.6 Dois motores síncronos com reatâncias subtransitórias de 0,80 e 0,25 p.u., respectivamente, numa base de 480 V, 2.000 kVA, estão conectados a uma barra. Esta barra está conectada, através de uma linha com reatância de 0,023 Ω, a uma barra de um sistema de potência. Nesta barra, os MVA de curto-circuito do sistema de potência são 9,6 MVA para uma tensão nominal de 480 V. Para uma tensão na barra do motor igual a 440 V, despreze a corrente de carga e ache a corrente eficaz simétrica inicial numa falta trifásica na barra do motor.

10.7 A matriz impedância de barra para uma rede de 4 barras, com valores em p.u., é

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} = j \begin{bmatrix} 0{,}15 & 0{,}08 & 0{,}04 & 0{,}07 \\ 0{,}08 & 0{,}15 & 0{,}06 & 0{,}09 \\ 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}13 & 0{,}05 \\ 0{,}07 & 0{,}09 & 0{,}05 & 0{,}12 \end{bmatrix}$$

Os geradores estão conectados às barras 1 e 2 e suas reatâncias subtransitórias foram incluídas na matriz $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$. Desprezando a corrente anterior à falta, ache a corrente subtransitória em p.u. no ponto de falta para uma falta trifásica na barra 4. Considere a tensão no ponto de falta igual a 1,0 p.u. antes da ocorrência da falta. Ache também a corrente em p.u. do gerador 2, cuja reatância subtransitória é 0,2 p.u.

10.8 Para a rede mostrada na Figura 10.18, ache a corrente subtransitória em p.u. do gerador 1 e na linha 1-2, como também a tensão nas barras 1 e 3 para uma falta trifásica na barra 2. Considere que nenhuma corrente circula anteriormente à falta e que a tensão na barra 2 antes da falta é 1,0 p.u. Use nos cálculos a matriz impedância de barra.

10.9 Para uma falta trifásica na barra 1 da rede da Figura 10.11, onde não há carga (todas as tensões de nós são 1,0 p.u.), ache a corrente subtransitória na falta, as tensões nas barras 2, 3 e 4 e a corrente do gerador ligado à barra 2.

10.10 Ache a corrente subtransitória em p.u. numa falta trifásica na barra 5 na rede do Exemplo 8.1. Despreze a corrente anterior à falta, considere todas as tensões de barra iguais a 1,0 p.u. antes da ocorrência da falta e faça uso dos cálculos já realizados no Exemplo 10.4. Ache também a corrente nas linhas 1-5 e 3-5.

10.11 Um gerador de 625 kVA e 2,4 kV com $X''_d = 0{,}20$ p.u. é ligado a uma barra através de um disjuntor mostrado na Figura 10.19. À mesma barra, através de disjuntores, estão ligados três motores síncronos com valores nominais de 250 HP e 2,4 kV, com fator de potência unitário, 90% de rendimento e $X''_d = 0{,}20$ p.u. Os motores estão funcionando em plena carga, com fator de potência unitário e tensão nominal, com a carga igualmente dividida entre as máquinas.

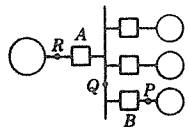


Figura 10.19 Diagrama unifilar para o Problema 10.11.

(*a*) Trace o diagrama de impedâncias representando as impedâncias em p.u. numa base de 2,4 kV, 625 kVA.

(*b*) Ache a corrente simétrica de curto-circuito em ampères que deve ser interrompida pelos disjuntores *A* e *B* para uma falta trifásica no ponto *P*. Simplifique os cálculos desprezando a corrente antes da falta.

(*c*) Repita a parte (*b*) para uma falta trifásica no ponto *Q*.

(*d*) Repita a parte (*b*) para uma falta trifásica no ponto *R*.

10.12 Um disjuntor, com tensão nominal de 34,5 kV e uma corrente nominal constante de 1.500 A, tem um fator de faixa de tensão *K* de 1,65. A tensão máxima nominal é 38 kV, e a corrente nominal de curto-circuito para aquela tensão é 22 kA. Ache (*a*) a tensão abaixo da qual a corrente nominal de curto-circuito não aumenta à medida que a tensão de operação diminui e, o valor dessa corrente; (*b*) a corrente nominal de curto-circuito para 34,5 kV.

CAPÍTULO
11

COMPONENTES SIMÉTRICOS

Em 1918, uma das mais poderosas ferrramentas para tratar com circuitos polifásicos desequilibrados foi apresentada por C. O. Fortescue num encontro do "American Institue of Electrical Engineers"†. Desde aquele ano, o método de componentes simétricos. tornou-se de grande importância e foi objeto de muitos artigos e pesquisas experimentais. As faltas assimétricas em sistemas de transmissão, que podem consistir em curto-circuitos, impedância entre linhas, impedância de uma ou duas linhas para terra, ou condutores em aberto, são todas estudadas pelo método dos componentes simétricos.

11.1 SÍNTESE DE FASORES ASSIMÉTRICOS A PARTIR DE SEUS COMPONENTES SIMÉTRICOS

O trabalho de Fortescue prova que um sistema desequilibrado de *n* fasores correlacionados pode ser decomposto em *n* sistemas de fasores equilibrados denominados *componentes simétricos* dos fasores originais. Os *n* fasores de cada conjunto de componentes são iguais em comprimento, e os ângulos entre os fasores adjacentes do conjunto são iguais. Embora o método seja aplicável a qualquer sistema polifásico desequilibrado, vamos restringir nosso estudo a sistemas trifásicos.

De acordo com o teorema de Fortescue, três fasores desequilibrados de um sistema trifásico podem ser decompostos em três sistemas equilibrados de fasores. Os conjuntos equilibrados de componentes são:

1. Componentes de seqüência positiva, consistindo em três fasores iguais em módulo, 120° defasados entre si, e tendo a mesma seqüência de fase que os fasores originais.

† C. L. Fortescue, "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks", *Trans. AIEE*, vol. 37, p. 1027-1140, 1918.

2. Componentes de seqüência negativa, consistindo em três fasores iguais em módulo, 120° defasados entre si, e tendo a seqüência de fase oposta à dos fasores originais.
3. Componentes de seqüência zero, consistindo em três fasores iguais em módulo e com defasagem nulo entre si.

É costume, quando se resolve um problema por componentes simétricos, designar as três fases do sistema por *a, b* e *c*, de tal maneira que a seqüência de fase das tensões correntes no sistema seja *abc*. Então, a seqüência de fase dos componentes de seqüência positiva dos fasores desequilibrados é *abc*, e a seqüência de fase dos componentes de seqüência negativa é *acb*. Se os fasores originais são tensões, podem ser designados por V_a, V_b e V_c. Os três conjuntos de componentes simétricos são designados pelo índice adicional 1 para os componentes de seqüência positiva, 2 para os componentes de seqüência negativa e 0 para os componentes de seqüência zero. Os componentes de seqüência positiva de V_a, V_b e V_c são V_{a_1}, V_{b_1} e V_{c_1}. Analogamente, os componentes de seqüência negativa são V_{a_2}, V_{b_2} e V_{c_2}, e os de seqüência zero são V_{a_0}, V_{b_0} e V_{c_0}. A Figura 11.1 mostra três desses conjuntos de componentes simétricos. Os fasores que representam correntes serão designados por I com os mesmos índices que foram atribuídos às tensões.

Como cada um dos fasores desequilibrados originais é a soma de seus componentes, os fasores originais expressos em termos de seus componentes são

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \tag{11.1}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} \tag{11.2}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0} \tag{11.3}$$

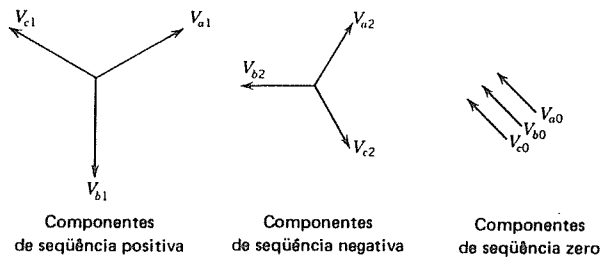


Figura 11.1 Três conjuntos de fasores equilibrados que são componentes de três fasores desequilibrados.

A síntese de um conjunto de três fasores desequilibrados a partir de três conjuntos de componentes simétricos da Figura 11.1 é mostrada na Figura 11.2.

As muitas vantagens da análise de sistemas de potência pelo método dos componentes simétricos ficarão evidentes gradualmente à medida que formos aplicando o método ao estudo de faltas assimétricas ocorridas em sistemas simétricos. É suficiente dizer aqui que o método consiste em encontrar os componentes simétricos da corrente no ponto de falta. Então, podem ser encontrados os valores de corrente e de tensão nos vários pontos do sistema. O método é simples e conduz a previsões precisas no comportamento do sistema.

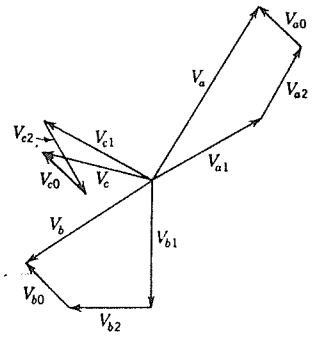


Figura 11.2 Adição gráfica dos componentes mostrados na Figura 11.1 para se obter os três fasores desequilibrados.

11.2 OPERADORES

Devido à defasagem dos componentes simétricos das tensões e correntes num sistema trifásico, é conveniente ter-se um método simplificado para indicar a rotação de um fasor de 120°. O resultado da multiplicação de dois números complexos é o produto de seus módulos e a soma de seus ângulos. Se o número complexo que expressa um fasor for multiplicado por um número complexo de módulo unitário e ângulo θ, o número complexo resultante representará um fasor igual ao fasor original defasado de um ângulo θ.

O número complexo de módulo unitário e ângulo θ associado é um operador que faz com que o fasor, sobre o qual atua, gire de um ângulo θ.

Já estamos familiarizados com o operador j, que causa uma rotação de 90°, e o operador -1, que causa uma rotação de 180°. Duas aplicações sucessivas do operador j causam rotação de 90° + 90°, o que nos conduz à conclusão de que $j \times j$ causa uma rotação de 180°, e então reconhecemos que j^2 é igual a -1. Outras potências do operador j são obtidas por análise semelhante.

A letra a é geralmente usada para designar o operador que causa uma rotação de 120° no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Tal operador é um número complexo de módulo unitário com um ângulo de 120° e é definido por

$$a = 1\underline{/120°} = 1e^{j2\pi/3} = -0{,}5 + j0{,}866$$

Se o operador a for aplicado a um fasor duas vezes, sucessivamente, fará o fasor girar 240°. Três aplicações sucessivas de a giram o fasor 360°. Então

$$a^2 = 1\underline{/240°} = -0{,}5 - j0{,}866$$

e

$$a^3 = 1\underline{/360°} = 1\underline{/0°} = 1$$

A Figura 11.3 mostra os fasores representando várias potências de a.

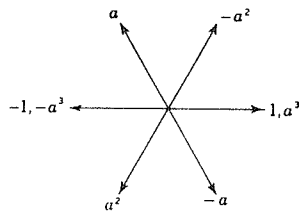


Figura 11.3 Diagrama fasorial das várias potências do operador a.

11.3 COMPONENTES SIMÉTRICOS DE FASORES ASSIMÉTRICOS

Já vimos (Figura 11.2) a síntese de três fasores assimétricos a partir de três conjuntos de fasores simétricos. A síntese foi feita de acordo com as Equações (11.1) a (11.3). Agora, examinemos estas mesmas equações para determinar como decompor três fasores assimétricos em seus componentes simétricos.

Inicialmente, observamos que o número de incógnitas pode ser reduzido expressando cada componente de V_b e V_c pelo produto de uma função do operador a e uma componente de V_a. Tomando por referência a Figura 11.1 verificam-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned} V_{b1} &= a^2 V_{a1} \qquad & V_{c1} &= a V_{a1} \\ V_{b2} &= a V_{a2} \qquad & V_{c2} &= a^2 V_{a2} \\ V_{b0} &= V_{a0} \qquad & V_{c0} &= V_{a0} \end{aligned} \tag{11.4}$$

Repetindo a Equação (11.1) e substituindo as Equações (11.4) nas (11.2) e (11.3), temos

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} \tag{11.5}$$

$$V_b = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0} \tag{11.6}$$

$$V_c = a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0} \tag{11.7}$$

ou na forma matricial

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \tag{11.8}$$

Por conveniência, fazemos

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \tag{11.9}$$

Então, como pode ser verificado facilmente

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \tag{11.10}$$

e pré-multiplicando ambos os lados da Equação (11.8) por A^{-1}, temos

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \tag{11.11}$$

que nos mostra como decompor três fasores assimétricos em seus componentes simétricos. Estas relações são tão importantes que vamos escrevê-las separadamente na forma usual. Da Equação (11.11)

$$V_{a0} = \tfrac{1}{3}(V_a + V_b + V_c) \tag{11.12}$$

$$V_{a1} = \tfrac{1}{3}(V_a + a V_b + a^2 V_c) \tag{11.13}$$

$$V_{a2} = \tfrac{1}{3}(V_a + a^2 V_b + a V_c) \tag{11.14}$$

Se necessário, os componentes V_{b0}, V_{b1}, V_{b2}, V_{c0}, V_{c1} e V_{c2} podem ser determinados pelas Equações (11.4).

As Equações (11.12) mostram que não existem componentes de seqüência zero se a soma dos fasores desequilibrados for zero. Uma vez que a soma dos fasores de tensão de linha no sistema trifásico é sempre zero, os componentes de seqüência zero nunca estão presentes nas tensões das linhas, não importando a dimensão do desbalanceamento. A soma dos três fasores de tensão entre fase e neutro não é necessariamente zero, e as tensões de fase podem conter componentes de seqüência zero.

As equações precedentes poderiam ter sido escritas para qualquer conjunto de fasores correlacionados, e poderíamos tê-las escrito para correntes em vez de tensões. Essas equações podem ser resolvidas tanto analítica como graficamente. Como algumas dessas equações precedentes são tão fundamentais, elas são sumarizadas para correntes:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} \tag{11.15}$$

$$I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} + I_{a0} \tag{11.16}$$

$$I_c = a I_{a1} + a^2 I_{a2} + I_{a0} \tag{11.17}$$

$$I_{a0} = \tfrac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) \tag{11.18}$$

$$I_{a1} = \tfrac{1}{3}(I_a + a I_b + a^2 I_c) \tag{11.19}$$

$$I_{a2} = \tfrac{1}{3}(I_a + a^2 I_b + a I_c) \tag{11.20}$$

Num sistema trifásico, a soma das correntes de linha é igual à corrente I_n no caminho de retorno ao neutro. Então,

$$I_a + I_b + I_c = I_n \tag{11.21}$$

Comparando as Equações (11.18) e (11.21), temos

$$I_n = 3I_{a0} \tag{11.22}$$

Na ausência de um caminho pelo neutro num sistema trifásico, I_n é zero e as correntes de linha não contêm componentes de seqüência zero. Uma carga ligada em triângulo não apresenta caminho ao neutro e as correntes de linha que circulam para uma carga conectada em triângulo não contêm componentes de seqüência zero.

Exemplo 11.1 Um condutor de uma linha trifásica está aberto. A corrente que circula para uma carga conectada em triângulo por meio da linha a é 10 A. Tomando a corrente da linha a como referência e considerando que a linha c esteja aberta, achar os componentes simétricos das correntes de linha.

Solução A Figura 11.4 é o diagrama do circuito. As correntes de linha são

$$I_a = 10\underline{/0°}\ \text{A} \qquad I_b = 10\underline{/180°}\ \text{A} \qquad I_c = 0\ \text{A}$$

Das Equações (11.18) a (11.20):

$$I_{a0} = \tfrac{1}{3}(10\underline{/0°} + 10\underline{/180°} + 0) = 0$$
$$I_{a1} = \tfrac{1}{3}(10\underline{/0°} + 10\underline{/180° + 120°} + 0)$$
$$= 5 - j2{,}89 = 5{,}78\underline{/-30°}\ \text{A}$$
$$I_{a2} = \tfrac{1}{3}(10\underline{/0°} + 10\underline{/180° + 240°} + 0)$$
$$= 5 + j2.89 = 5{,}78\underline{/30°}\ \text{A}$$

Das Equações (11.4)

$$I_{b1} = 5{,}78\underline{/-150°}\ \text{A} \qquad I_{c1} = 5{,}78\underline{/90°}\ \text{A}$$
$$I_{b2} = 5{,}78\underline{/150°}\ \text{A} \qquad I_{c2} = 5{,}78\underline{/-90°}\ \text{A}$$
$$I_{b0} = 0 \qquad I_{c0} = 0$$

Observamos que os componentes I_{c1} e I_{c2} apresentam valores definidos, embora a linha c esteja aberta e não possa transportar nenhuma corrente. Entretanto, como é esperado, a soma dos componentes na linha c é zero. Naturalmente, a soma dos componentes na linha a é $10\underline{/0°}$ A e a soma dos componentes na linha b é $10\underline{/180°}$ A.

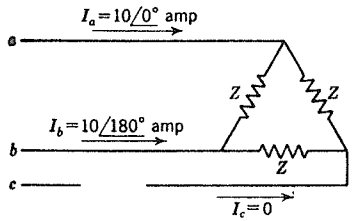


Figura 11.4 Circuito para o Exemplo 11.1.

11.4 DEFASAGEM DOS COMPONENTES SIMÉTRICOS EM BANCOS DE TRANSFORMADORES EM Y-Δ

Ao estudarmos os componentes simétricos em transformadores trifásicos, precisamos examinar o método-padrão de marcar os terminais do transformador. Na Seção 6.5, estudamos a colocação de pontos numa das extremidades de cada um dos enrolamentos que estão sobre o mesmo núcleo de um transformador para indicar que a corrente que circula do terminal marcado com o ponto para o terminal sem a marca, em cada enrolamento, produz uma fem atuando no mesmo sentido no circuito magnético. Observamos que, se o pequeno efeito da corrente de magnetização for desprezado, as duas correntes I_1 e I_2 circulando nos dois únicos enrolamentos sobre o núcleo comum de um transformador estarão em fase caso escolhermos que a corrente seja positiva quando entra no terminal marcado de um enrolamento e quando deixa o terminal também marcado do outro enrolamento.

A marcação-padrão nos transformadores monofásicos de dois enrolamentos substitui os pontos por H_1 e X_1 nos lados AT e BT, respectivamente. As outras extremidades dos enrolamentos são marcadas por H_2 e X_2. A Figura 11.5 mostra tanto a marcação com pontos como a marcação-padrão, e I_p e I_s devem estar em fase. Na Seção 6.5, vimos que os pontos nos enrolamentos de um transformador monofásico indicavam que as quedas de tensão do terminal marcado para o não marcado, dos dois enrolamentos, estavam em fase. Então, no transformador monofásico, os terminais H_1 e X_1 são positivos no mesmo instante em relação a H_2 e X_2. Se o sentido da flexa marcada com I_s, na Figura 11.5, estivesse invertido enquanto o sentido da flexa marcada com I_p permanecesse o mesmo, I_s e I_p estariam defasados em 180°. Portanto,

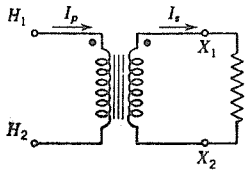
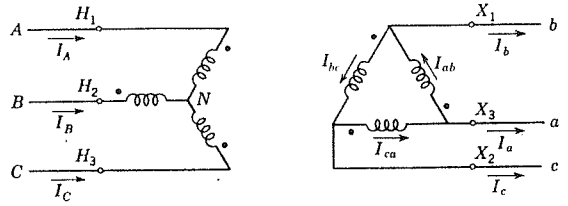


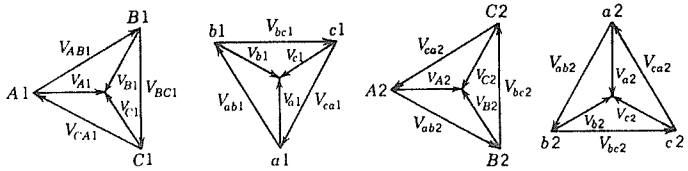
Figura 11.5 Diagrama esquemático de enrolamentos de transformador monofásico, mostrando as marcações-padrão e os sentidos considerados positivos para as correntes primária e secundária.

as correntes do primário e do secundário estão ou em fase ou 180° defasadas, dependendo do sentido considerado como positivo para a circulação da corrente. Analogamente, as tensões do primário e do secundário podem estar em fase ou defasadas de 180°, dependendo de qual dos terminais se considera positivo na especificação da queda de tensão.

Os terminais de AT dos transformadores trifásicos são marcados com H_1, H_2 e H_3, e os BT são marcados com X_1, X_2 e X_3. Em transformadores Y-Y ou Δ-Δ, as marcações são tais que as tensões entre fase e neutro dos terminais H_1, H_2 e H_3 estão em fase com as tensões entre fase e neutro dos terminais X_1, X_2 e X_3, respectivamente.



(*a*) Diagrama de ligações

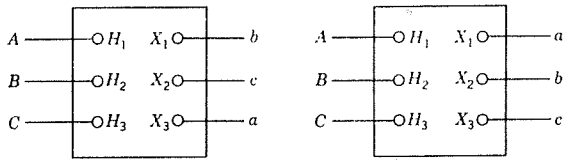


(*b*) Componentes de tensão

Figura 11.6 Diagrama de ligações e fasores de tensão para um transformador trifásico ligado em Y-Δ, onde o lado Y está do lado AT.

A Figura 11.6*a* é o diagrama de ligações de um transformador Y-Δ. Os terminais de AT H_1, H_2 e H_3 estão ligados às fases A, B e C, respectivamente, e a seqüência de fase é ABC. A disposição e a notação do diagrama estão de acordo com a convenção que iremos seguir em todos os nossos cálculos. Os enrolamentos colocados em paralelo estão acoplados magneticamente pois estão enrolados sobre o mesmo núcleo. Quando as fases de um lado do transformador são designadas por letras maiúsculas, as fases do outro lado serão designadas por letras minúsculas. É costume usar letras maiúsculas no lado AT e minúsculas no lado BT do transformador. Na Figura 11.6*a*, o enrolamento AN, da conexão Y, está em fase com o enrolamento bc da conexão Δ, com o qual está acoplado magneticamente. A posição dos pontos sobre os enrolamentos mostra que V_{AN} está *em fase* com V_{bc}. Vamos examinar, mais tarde, o caso onde o lado ligado em Y estará no lado *BT*. Se H_1 for o terminal ao qual está ligada a fase A, costuma-se ligar a fase B a H_2 e a fase C a H_3.

As normas americanas para designar os terminais H_1 e X_1, num transformador Y-Δ, exigem que a queda de tensão de seqüência positiva de H_1 para o neutro esteja 30° adiantada em relação à queda de tensão de seqüência positiva de X_1 para o neutro, independentemente de estarem no lado de alta tensão, os enrolamentos em Y ou em Δ. Analogamente, a tensão de H_2 para o neutro deve estar 30° adiantada em relação à tensão de X_2 para o neutro, e também a tensão de H_3 para o neutro deve estar 30° adiantada em relação à tensão de X_3 ao neutro. Os diagramas fasoriais para os componentes de seqüência de tensão estão mostrados na Figura 11.6*b*. Designamos a tensão de seqüência positiva V_{AN1} por V_{A1} e as outras tensões ao neutro de uma maneira semelhante e vemos que V_{A1} está 30° adiantada em relação a V_{b1}, o que nos possibilita determinar que o terminal ao qual a fase b é ligada deve ser designado por X_1.



(*a*) V_{A1} precede por V_{b1} por 30° (*b*) V_{A1} precede V_{a1} por 30°

Figura 11.7 Designações das linhas ligadas a um transformador trifásico Y-Δ.

A Figura 11.7*a* mostra as conexões das fases para os terminais do transformador, de tal maneira que a tensão de seqüência positiva ao neutro V_{A1} esteja 30° adiantada em relação à tensão de seqüência positiva V_{b1}. Entretanto, não é necessário designar as linhas ligadas aos terminais do transformador como temos feito, uma vez que não se adotaram normas para tais designações. Muito freqüentemente, a designação das linhas será como mostra a Figura 11.7*b*. Seguiremos o esquema da Figura 11.7*a* que fica de acordo com as ligações e os diagramas fasoriais da Figura 11.6, uma vez que essa nomenclatura é mais conveniente para os cálculos. Se o esquema da Figura 11.7*b* for preferido, é necessário apenas trocar a por b, b por c e c por a daqui por diante.

A inspeção dos diagramas fasoriais de seqüência positiva e de seqüência negativa da Figura 11.6 mostra que V_{a_1} está 90° adiantada em relação a V_{A1} e que V_{a2} está 90° atrasada em relação a V_{A2}. Os diagramas mostram V_{A1} e V_{A2} em fase, o que não é necessariamente verdade, porém uma defasagem entre V_{A1} e V_{A2} não altera a relação de 90° entre V_{A1} e V_{a1} ou entre V_{A2} e V_{a2}.

Uma vez que o sentido especificado para I_A na Figura 11.6*a*, no enrolamento do transformador, é para fora do terminal marcado com um ponto e o sentido de I_{bc} também é para fora do ponto em seu enrolamento, estas correntes estão defasadas em 180°. Portanto, as defasagens entre as correntes Y e Δ são conforme é mostrado na Figura 11.8. Observamos que I_{a1} está 90° adiantado em relação a I_{A1} e I_{a2} está 90° atrasada em relação a I_{A2}. Resumindo as relações entre os componentes simétricos das correntes de linha nos dois lados do transformador, temos

$$\begin{aligned} V_{a1} &= +jV_{A1} \qquad I_{a1} = +jI_{A1} \\ V_{a2} &= -jV_{A2} \qquad I_{a2} = -jI_{A2} \end{aligned} \tag{11.23}$$

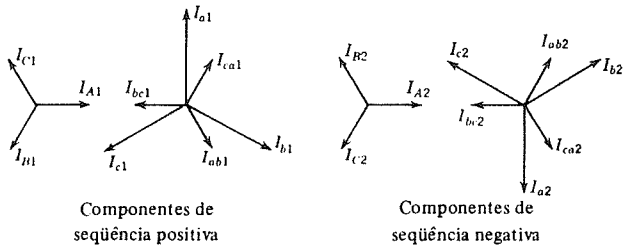
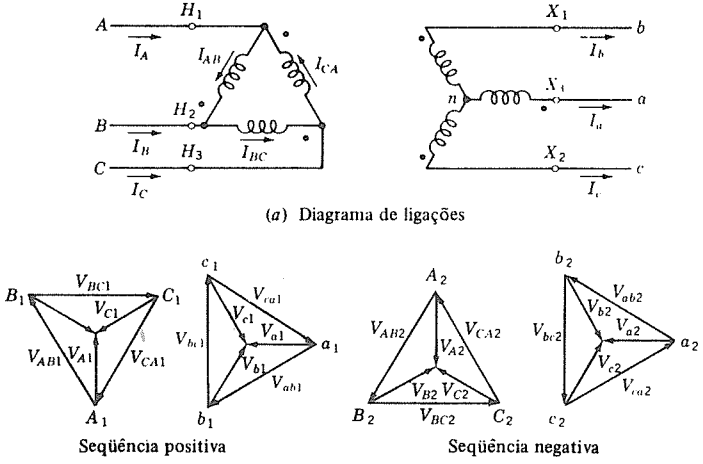


Figura 11.8 Fasores de corrente de um transformador trifásico ligado em Y-Δ, onde o lado Y é o lado de alta tensão

onde cada tensão e corrente são expressas em p.u. A impedância e a corrente de magnetização do transformador são desprezadas, o que explica por que os módulos em p.u. de tensão e de corrente são exatamente os mesmos em ambos os lados do transformador (nesse caso, $|V_{a1}|$ é igual a $|V_{A1}|$).

Até este ponto, nosso estudo sobre o transformador Y-Δ foi restrito ao caso onde os enrolamentos de alta tensão são conectados em Y. A Figura 11.9 mostra os enrolamentos conectados em Δ no lado de alta tensão do transformador. A figura mostra que, para a tensão de seqüência positiva de H_1 ao neutro esteja 30° adiantada em relação à tensão de seqüência



(*a*) Diagrama de ligações

(*b*) Componentes de tensão

Figura 11.9 Diagrama de ligações e fasores de tensão para um transformador trifásico ligado em Y-Δ, onde o lado Δ é o lado de alta tensão.

positiva de X_1 ao neutro, V_{BC1} e V_{a1} devem estar 180° defasadas, e as correntes I_{BC1} e I_{a1} também devem estar 180° defasadas conforme mostra a Figura 11.10. Os diagramas fasoriais para as tensões e correntes mostram que as Equações (11.23) ainda são válidas.

Havíamos considerado o fluxo de potência dos enrolamentos de alta tensão para os de baixa tensão quando mostramos I_A, I_B e I_C entrando no transformador e I_a, I_b e I_c saindo do transformador. Se tivéssemos considerado o fluxo de potência no sentido oposto, as equações de tensão permaneceriam as mesmas, porém todas as correntes de linha seriam mostradas em sentido oposto. Entretanto, isto não provocaria mudança nos defasamentos entre si das correntes de linha do primário e do secundário. Portanto, as Equações (11.23) são válidas tanto para as tensões como para as correntes, independentemente de qual dos enrolamentos seja o primário.

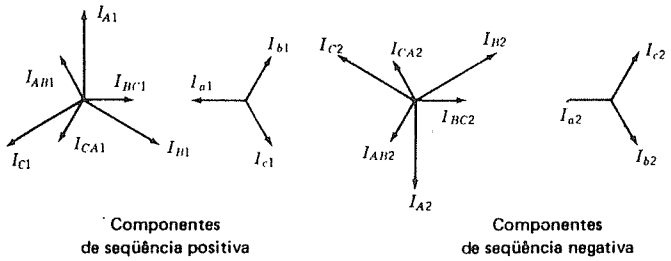


Figura 11.10 Fasores de corrente de um transformador trifásico conectado em Y-Δ, onde o lado Δ está no lado de alta tensão.

Exemplo 11.2 Três resistores idênticos estão conectados em Y ao lado Y de baixa tensão de um transformador Δ-Y. As tensões na carga de resistores são

$$|V_{ab}| = 0{,}8 \text{ p.u.} \qquad |V_{bc}| = 1{,}2 \text{ p.u} \qquad |V_{ca}| = 1{,}0 \text{ p.u.}$$

Suponha o neutro da carga não estando ligado ao neutro do secundário do transformador. Achar as tensões e correntes de linha em p.u. no lado Δ do transformador.

Solução Supondo um ângulo de 180° para V_{ca} e usando a lei dos co-senos para achar os ângulos das outras tensões de linha, temos

$$V_{ab} = 0{,}8\underline{/82{,}8°} \text{ p.u.}$$

$$V_{bc} = 1{,}2\underline{/-41{,}4°} \text{ p.u.}$$

$$V_{ca} = 1{,}0\underline{/180°} \text{ p.u.}$$

Os componentes simétricos das tensões de linha são

$$\begin{aligned} V_{ab1} &= \tfrac{1}{3}(0{,}8\underline{/82{,}8^\circ} + 1{,}2\underline{/120^\circ - 41{,}4^\circ} + 1{,}0\underline{/240^\circ + 180^\circ}) \\ &= \tfrac{1}{3}(0{,}1 + j0{,}794 + 0{,}237 + j1{,}177 + 0{,}5 + j0{,}866) \\ &= 0{,}279 + j0{,}946 = 0{,}985\underline{/73{,}6^\circ}\ \text{p.u.} \text{ (tensão-base de linha)} \\ V_{ab2} &= \tfrac{1}{3}(0{,}8\underline{/82{,}8^\circ} + 1{,}2\underline{/240^\circ - 41{,}4^\circ} + 1{,}0\underline{/120^\circ + 180^\circ}) \\ &= \tfrac{1}{3}(1{,}0 + j0{,}794 - 1{,}138 - j0{,}383 + 0{,}5 - j0{,}866) \\ &= -0{,}179 - j0{,}152 = 0{,}235\underline{/220{,}3^\circ}\ \text{p.u.} \text{ (tensão-base de linha)} \end{aligned}$$

Para determinar as tensões ao neutro de seqüência positiva e negativa, precisamos examinar as defasagens entre as tensões de linha e de fase das cargas equilibradas em Y para as seqüências positiva e negativa. Considerar a Figura 11.11, onde V_{ab1} e V_{ab2} são tomadas arbitrariamente como referência. A escolha da referência não tem efeito sobre os resultados. Vemos que

$$V_{an1} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab1}\underline{/-30^\circ} \tag{11.24}$$

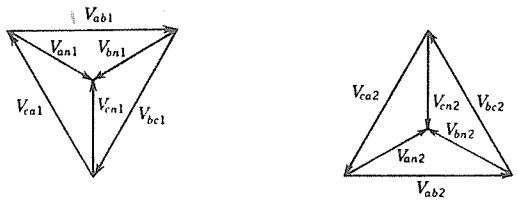
e

$$V_{an2} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{ab2}\underline{/30^\circ} \tag{11.25}$$

Achamos V_{an} como a soma de seus componentes

$$V_{an} = V_{an1} + V_{an2} \tag{11.26}$$

As outras tensões ao neutro são determinadas obtendo seus componentes de V_{an1} e V_{an2} pelas Equações (11.4). Se as tensões de fase estiverem em p.u., referidas à tensão-base de fase, e as



Componentes de seqüência positiva

Componentes de seqüência negativa

Figura 11.11 Componentes de seqüências positiva e negativa de tensões de linha e de fase de um sistema trifásico.

tesões de linha estiverem em p.u., referidas à tensão-base entre duas fases, o fator $1/\sqrt{3}$ deverá ser omitido nas Equações (11.24) e (11.25). Se ambas as tensões estão referidas à mesma base, as equações estão corretas conforme são dadas.

A ausência de neutro significa que não estão presentes as correntes de seqüência zero. Portanto, as tensões de fase na carga contêm apenas componentes de seqüência positiva e negativa. As tensões de fase são determinadas pelas Equações (11.24) e (11.25), omitindo o fator $1/\sqrt{3}$, uma vez que as tensões de linha são expressas em termos da tensão-base entre duas fases e as tensões de fase são desejadas em p.u. da tensão-base de fase. Então

$$\begin{aligned} V_{an1} &= 0{,}985\underline{/73{,}6^\circ - 30^\circ} \\ &= 0{,}985\underline{/43{,}6^\circ}\ \text{p.u.} \text{ (tensão-base de fase)} \\ V_{an2} &= 0{,}235\underline{/220{,}3^\circ + 30^\circ} \\ &= 0{,}235\underline{/250{,}3^\circ}\ \text{p.u.} \text{ (tensão-base de fase)} \end{aligned}$$

Como cada resistor tem uma impedância de $1{,}0\underline{/0^\circ}$ p.u.,

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{1{,}0\underline{/0^\circ}} = 0{,}985\underline{/43{,}6^\circ}\ \text{p.u.}$$

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{1{,}0\underline{/0^\circ}} = 0{,}235\underline{/250{,}3^\circ}\ \text{p.u.}$$

O sentido considerado como positivo para as correntes é o da fonte para o primário em Δ do transformador e saindo do lado Y em direção à carga.

Multiplicando ambos os lados das Equações (11.23) por j, obtemos para o lado de alta tensão do transformador

$$\begin{aligned} V_{A1} &= -jV_{a1} = 0{,}985\underline{/-46{,}4^\circ} = 0{,}680 - j0{,}713 \\ V_{A2} &= jV_{a2} = 0{,}235\underline{/-19{,}7^\circ} = \underline{0{,}221 - j0{,}079} \\ V_A &= V_{A1} + V_{A2} = 0{,}901 - j0{,}792 \\ &= 1{,}20\underline{/-41{,}3^\circ}\ \text{p.u.} \\ V_{B1} &= a^2V_{A1} = 0{,}985\underline{/193{,}6^\circ} = -0{,}958 - j0{,}232 \\ V_{B2} &= aV_{A2} = 0{,}235\underline{/100{,}3^\circ} = \underline{-0{,}042 + j0{,}232} \\ V_B &= V_{B1} + V_{B2} = -1{,}0 \\ &= 1{,}0\underline{/180^\circ}\ \text{p.u.} \\ V_{C1} &= aV_{A1} = 0{,}985\underline{/73{,}6^\circ} = 0{,}278 + j0{,}944 \\ V_{C2} &= a^2V_{A2} = 0{,}235\underline{/220{,}3^\circ} = \underline{-0{,}179 - j0{,}152} \\ V_C &= V_{C1} + V_{C2} = 0{,}099 + j0{,}792 \\ &= 0{,}8\underline{/82{,}9^\circ}\ \text{p.u.} \end{aligned}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = 0{,}901 - j0{,}792 + 1{,}0 = 1{,}901 - j0{,}792$$
$$= 2{,}06 \angle -22{,}6° \text{ p.u. (tensão-base de fase)}$$
$$= \frac{2{,}06}{\sqrt{3}} \angle -22{,}6 = 1{,}19 \angle -22{,}6° \text{ p.u. (tensão-base de linha)}$$
$$V_{BC} = V_B - V_C = -1{,}0 - 0{,}099 - j0{,}792 = -1{,}099 - j0{,}792$$
$$= 1{,}355 \angle 215{,}8° \text{ p.u. (tensão-base de fase)}$$
$$= \frac{1{,}355}{\sqrt{3}} = 0{,}782 \angle 215{,}8° \text{ p.u. (tensão-base de linha)}$$
$$V_{CA} = V_C - V_A = 0{,}099 + j0{,}792 - 0{,}901 + j0{,}792 = -0{,}802 + j1{,}584$$
$$= 1{,}78 \angle 116{,}9° \text{ p.u. (tensão-base de fase)}$$
$$= \frac{1{,}78}{\sqrt{3}} \angle 116{,}9° = 1{,}028 \angle 116{,}9° \text{ p.u. (tensão-base de linha)}$$

Uma vez que a impedância de carga em cada fase é uma resistência de $1{,}0 \angle 0°$ p.u., I_{a1} e V_{a1} são obtidos tendo valores idênticos em p.u. neste problema. Da mesma forma, I_{a2} e V_{a2} são idênticos em p.u. Portanto, I_A deve ser idêntico a V_A expressa em p.u. Então,

$$I_A = 1{,}20 \angle -41{,}3° \text{ p.u.}$$

$$I_B = 1{,}0 \angle 180° \text{ p.u.}$$

$$I_C = 0{,}80 \angle 82{,}9° \text{ p.u.}$$

Quando são resolvidos problemas envolvendo faltas assimétricas, os componentes de seqüência positiva e negativa são determinados separadamente e a defasagem é levada em conta, se necessário, aplicando as Equações (11.23). Podem ser feitos programas em computador digital incorporando os efeitos da defasagem.

11.5 POTÊNCIA EM FUNÇÃO DOS COMPONENTES SIMÉTRICOS

Se os componentes simétricos da tensão e da corrente são conhecidos, a potência consumida num circuito trifásico pode ser calculada diretamente desses componentes. A demonstração desta afirmativa é um bom exemplo da manipulação matricial dos componentes simétricos.

A potência total que circula num circuito trifásico das linhas a, b e c é

$$S = P + jQ = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* \tag{11.27}$$

onde V_a, V_b e V_c são as tensões ao neutro nos terminais, e I_a, I_b e I_c são as correntes que circulam no circuito pelas três linhas. A conexão de neutro pode estar ou não presente. Em notação matricial

$$\mathbf{S} = [V_a \quad V_b \quad V_c] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* \tag{11.28}$$

onde o conjugado de uma matriz é entendido como sendo composto por elementos que são os conjugados dos elementos correspondentes da matriz original.

Para introduzir os componentes simétricos das tensões e das correntes, fazemos uso das Equações (11.8) e (11.9) para obter

$$\mathbf{S} = [\mathbf{AV}]^T[\mathbf{AI}]^* \tag{11.29}$$

onde

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \tag{11.30}$$

A *regra do reverso* da álgebra matricial estabelece que a transposta do produto de duas matrizes é igual ao produto das matrizes em ordem inversa. De acordo com esta regra

$$[\mathbf{AV}]^t = \mathbf{V}^t\mathbf{A}^t \tag{11.31}$$

e então

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}^t\mathbf{A}^t[\mathbf{AI}]^* = \mathbf{V}^t\mathbf{A}^t\mathbf{A}^*\mathbf{I}^* \tag{11.32}$$

Observando que $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$ e que a e a^2 são conjugados, obtemos

$$\mathbf{S} = [V_{a0} \quad V_{a1} \quad V_{a2}] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^* \tag{11.33}$$

ou, uma vez que $\mathbf{A}^T\mathbf{A}^*$ é igual a

$$3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{S} = 3[V_{a0} \quad V_{a1} \quad V_{a2}] \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^* \tag{11.34}$$

Então a potência complexa é

$$V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = 3V_0 I_0^* + 3V_1 I_1^* + 3V_2 I_2^* \tag{11.35}$$

que mostra como a potência complexa pode ser calculada em função dos componentes simétricos das tensões e das correntes de um circuito desequilibrado.

11.6 IMPEDÂNCIAS-SÉRIE ASSIMÉTRICAS

Estamos acostumados a tratar especialmente com sistemas que normalmente são equilibrados e se tornam desequilibrados apenas durante a ocorrência de uma falta assimétrica. Entretanto, observemos as equações de um circuito trifásico em que as impedâncias-série são desiguais. Vamos chegar a uma conclusão importante na análise por componentes simétricos. A Figura 11.12 mostra a parte assimétrica de um sistema com três impedâncias-série desiguais Z_a, Z_b e Z_c. Supondo que não haja indutância mútua (sem acoplamento) entre as três impedâncias, as quedas de tensão na parte do sistema mostrado são dadas pela equação matricial

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \tag{11.36}$$

e em termos dos componentes simétricos de tensão e de corrente

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} V_{aa'0} \\ V_{aa'1} \\ V_{aa'2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \mathbf{A} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \tag{11.37}$$

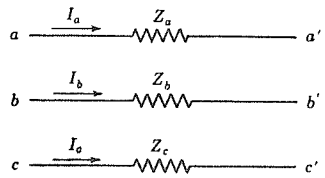


Figura 11.12 Parte de um sistema trifásico mostrando três impedâncias-séries desiguais.

onde A é a matriz definida pela Equação (11.9). Pré-multiplicando ambos os lados da equação por $\mathbf{A}^{-1}$ nos dá a equação matricial da qual obtemos

$$\begin{aligned} V_{aa'1} &= \tfrac{1}{3}I_{a1}(Z_a + Z_b + Z_c) + \tfrac{1}{3}I_{a2}(Z_a + a^2Z_b + aZ_c) \\ &\quad + \tfrac{1}{3}I_{a0}(Z_a + aZ_b + a^2Z_c) \\ V_{aa'2} &= \tfrac{1}{3}I_{a1}(Z_a + aZ_b + a^2Z_c) + \tfrac{1}{3}I_{a2}(Z_a + Z_b + Z_c) \\ &\quad + \tfrac{1}{3}I_{a0}(Z_a + a^2Z_b + aZ_c) \\ V_{aa'0} &= \tfrac{1}{3}I_{a1}(Z_a + a^2Z_b + aZ_c) + \tfrac{1}{3}I_{a2}(Z_a + aZ_b + a^2Z_c) \\ &\quad + \tfrac{1}{3}I_{a0}(Z_a + Z_b + Z_c) \end{aligned} \tag{11.38}$$

Se tornarmos as impedâncias iguais (isto é, $Z_a = Z_b = Z_c$), as Equações (11.38) se reduzirão a

$$V_{aa'1} = I_{a1}Z_a \qquad V_{aa'2} = I_{a2}Z_a \qquad V_{aa'0} = I_{a0}Z_a \tag{11.39}$$

Então, concluímos que os componentes simétricos de correntes desequilibradas, que circulam numa carga Y equilibrada ou em impedâncias-série equilibradas, produzem quedas de tensão somente da mesma seqüência, desde que não exista acoplamento entre as fases. Entretanto, se as impedâncias forem desiguais, as Equações (11.38) mostram que a queda de tensão de qualquer seqüência é dependente das correntes das três seqüências. Se existir acoplamento, tal como indutância mútua entre as três impedâncias da Figura 11.13, a matriz quadrada das Equações (11.36) e (11.37) conterá elementos fora da diagonal e as Equações (11.38) terão termos adicionais.

Embora a corrente em qualquer condutor de uma linha de transmissão trifásica induza uma tensão nas outras fases, a maneira pela qual a reatância é calculada elimina a consideração de acoplamento. A auto-indutância, calculada com base na completa transposição, inclui o efeito da reatância mútua. Supondo a transposição, teremos impedâncias-série iguais. Então, as correntes componentes de qualquer uma das seqüências produz somente quedas de tensão de mesma seqüência numa linha de transmissão; isto é, as correntes de seqüência positiva produzem apenas quedas de tensão de seqüência positiva. Da mesma maneira, as correntes de seqüência negativa produzem somente quedas de tensão de seqüência negativa, e as correntes de seqüência zero produzem somente quedas de tensão de seqüência zero. As Equações (11.38) são aplicáveis a cargas desequilibradas Y porque os pontos a', b' e c' podem ser ligados para formar um neutro. Poderíamos estudar variações destas equações para casos especiais tais como cargas monofásicas onde $Z_b = Z_c = 0$, porém restringiremos nossa abordagem a sistemas que são equilibrados antes da ocorrência da falta.

11.7 IMPEDÂNCIAS DE SEQÜÊNCIA E REDES DE SEQÜÊNCIA

Em qualquer parte de um circuito, a queda de tensão causada pela corrente de uma determinada seqüência depende da impedância daquela parte do circuito para a corrente dessa seqüência. A impedância de qualquer parte de uma rede equilibrada para a corrente de uma seqüência poderá ser diferente da impedância para a corrente de outra seqüência.

A impedância de um circuito, quando estão circulando apenas correntes de seqüência positiva, é chamada *impedância para corrente de seqüência positiva*. Analogamente, quando somente correntes de seqüência negativa estão presentes, a impedância é chamada *impedância para corrente de seqüência negativa*. Quando estão presentes apenas correntes de seqüência zero, a impedância é chamada *impedância para corrente de seqüência zero*. Estes nomes das impedâncias de um circuito para correntes das diferentes seqüências geralmente são simplificados para denominações menos descritivas como *impedância de seqüência positiva, impedância de seqüência negativa* e *impedância de seqüência zero.*

A análise de uma falta assimétrica em um sistema simétrico consiste em determinar os componentes simétricos das correntes desequilibradas que estão circulando. Uma vez que as correntes componentes de uma seqüência de fase causam quedas de tensão somente de mesma seqüência e são independentes das correntes de outras seqüências, num sistema balanceado, as correntes de qualquer seqüência podem ser consideradas como circulando num circuito independente composto das impedâncias para as correntes apenas daquela seqüência. O circuito monofásico equivalente, composto das impedâncias para a corrente de apenas uma qualquer das seqüências, é chamado *rede de seqüência* para aquela seqüência. A rede de seqüência inclui quaisquer forças eletromotrizes geradas de mesma seqüência. As redes de seqüência transportando as correntes I_{a1}, I_{a2} e I_{a0} são interligadas para representar várias situações de faltas desequilibradas. Portanto, para calcular o efeito de uma falta pelo método dos componentes simétricos, é essencial determinar as impedâncias de seqüência e combiná-las para formar as redes de seqüência.

11.8 REDES DE SEQÜÊNCIA DE GERADORES EM VAZIO

Um gerador em vazio, aterrado através de um reator, é mostrado na Figura 11.13. Quando ocorre uma falta (não indicada na figura) nos terminais do gerador, as correntes I_a, I_b e I_c circulam nas linhas. Se a falta envolve a terra, a corrente que circula pelo neutro do gerador é designada por I_n. Uma ou duas das correntes de linha podem ser nulas, porém as correntes podem ser decompostas em seus componentes simétricos independentemente do quanto estejam desequilibradas.

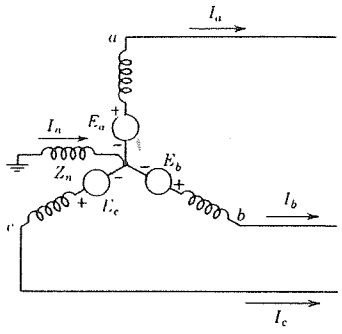


Figura 11.13 Diagrama do circuito de um gerador em vazio, aterrado através de uma reatância. As fem de cada fase são E_a, E_b e E_c.

É simples traçar as redes de seqüência. As tensões geradas são somente de seqüência positiva, uma vez que o gerador é projetado para fornecer tensões trifásicas equilibradas. Portanto, a rede de seqüência positiva é composta de uma fem em série com a impedância de seqüência positiva do gerador. As redes de seqüência negativa e seqüência zero não contêm forças eletromotrizes, porém incluem as impedâncias do gerador para as correntes de seqüência negativa e seqüência zero, respectivamente. Os componentes de seqüência da corrente são mostrados na Figura 11.14. Eles estão circulando apenas pelas impedâncias de sua própria seqüência, conforme indicam os índices apropriados nas impedâncias mostradas na figura. As redes de seqüência mostradas na Figura 11.14 são os circuitos monofásicos equivalentes dos circuitos trifásicos equilibrados através dos quais circulam os componentes simétricos das correntes desequilibradas. A fem gerada na rede de seqüência positiva é a tensão nos terminais em vazio em relação ao neutro, que também é igual às tensões atrás das reatâncias transitória e subtransitória, uma vez que o gerador está em vazio. A reatância na rede de seqüência positiva é a reatância subtransitória, transitória ou síncrona, dependendo de estar sendo estudada a condição subtransitória, transitória ou de regime permanente. A barra de referência para as redes de seqüência positiva e de seqüência negativa é o neutro do gerador. No que diz respeito aos componentes de seqüência positiva e negativa, o neutro do gerador estará no potencial da terra se houver uma conexão entre o neutro e a terra com impedância finita ou nula, uma vez que a conexão não transportará corrente de seqüência positiva ou negativa.

A corrente que circula na impedância Z_n entre o neutro e a terra é $3I_{a0}$. Pela Figura 11.14*e*, vemos que a *queda* de tensão de seqüência zero do *ponto a para terra* é $-3I_{a0}Z_n - I_{a0} \cdot Z_{g0}$, onde Z_{g0} é a impedância de seqüência zero por fase do gerador. A rede de seqüência zero, que é um circuito monofásico pelo qual se supõe que circule apenas a corrente de seqüência zero, deve portanto ter uma impedância de $3Z_n + Z_{g0}$, como mostra a Figura 11.14*f*. A impedância total de seqüência zero, pela qual circula I_{a0}, é

$$Z_0 = 3Z_n + Z_{g0} \tag{11.40}$$

Geralmente, os componentes da tensão e da corrente para a fase a são encontrados a partir das equações determinadas pelas redes de seqüência. As equações para os componentes da queda de tensão do ponto a, da fase a, para a barra de referência (ou terra) são, como pode ser deduzido da Figura 11.14,

$$V_{a1} = E_a - I_{a1}Z_1 \tag{11.41}$$

$$V_{a2} = -I_{a2}Z_2 \tag{11.42}$$

$$V_{a0} = -I_{a0}Z_0 \tag{11.43}$$

onde E_a é a tensão em vazio de seqüência positiva em relação ao neutro, Z_1 e Z_2 são as impedâncias de seqüência positiva e negativa do gerador e Z_0 é definida pela Equação 11.40. As equações acima, que são válidas para qualquer gerador que transporte correntes desequilibradas, são os pontos de partida para deduzir as equações para os componentes da corrente para os diferentes tipos de falta. Elas são aplicáveis para o caso do gerador com carga sob a condição de regime permanente. Quando são calculadas as condições transitórias ou subtransitórias, as equações se aplicam ao gerador com carga se E'_g ou E''_g substitui E_a, respectivamente.

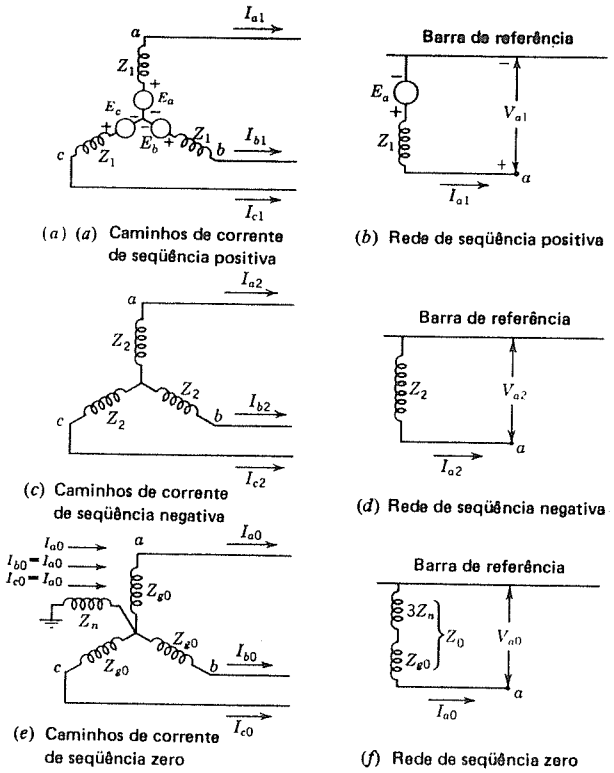


Figura 11.14 Caminhos para a corrente de cada seqüência num gerador e as redes de seqüência correspondentes.

11.9 IMPEDÂNCIAS DE SEQÜÊNCIA DE ELEMENTOS DE CIRCUITO

As impedâncias de seqüência positiva e negativa de circuitos lineares, simétricos e estáticos são idênticas porque a impedância de tais circuitos é independente da seqüência das fases, desde que as tensões aplicadas sejam equilibradas. A impedância de uma linha de transmissão para correntes de seqüência zero difere da impedância para correntes de seqüência positiva e negativa.

As impedâncias de máquinas girantes para as correntes das três seqüências geralmente serão diferentes para cada seqüência. A fmm produzida pela corrente da armadura de seqüência negativa gira no sentido oposto ao do rotor sobre o qual está o enrolamento do campo CC. Ao contrário do fluxo produzido pela corrente de seqüência positiva, que é estacionário em relação ao rotor, o fluxo produzido pela corrente de seqüência negativa varre rapidamente a face do rotor. As correntes induzidas nos enrolamentos de campo e de amortecimento pelo fluxo girante da armadura dificultam a penetração do fluxo no rotor. Esta condição é semelhante à rápida variação

de fluxo imediatamente após a ocorrência de um curto-circuito nos terminais de uma máquina. O caminho do fluxo é o mesmo que o encontrado na avaliação da reatância subtransitória. Então, numa máquina de rotor cilíndrico (ou de pólos não salientes), as reatâncias subtransitórias e de seqüência negativa são iguais. Os valores dados na Tabela A.4 confirmam esta afirmação.

Quando apenas a corrente de seqüência zero circula no enrolamento da armadura de uma máquina trifásica, a corrente e a fmm de uma fase atingem um máximo no mesmo instante que a corrente e a fmm de cada uma das outras fases. Os enrolamentos são distribuídos de tal maneira, em volta da circunferência da armadura, que o ponto de fmm máxima produzida por uma fase fica defasada em 120 graus elétricos no espaço em relação ao ponto de fmm máxima de cada uma das outras fases. Se a fmm produzida pela corrente de cada fase tivesse uma distribuição no espaço perfeitamente senoidal, o traçado da fmm ao redor da armadura resultaria em três curvas senoidais cuja soma seria zero em cada ponto. Nenhum fluxo seria produzido no entreferro, e a única reatância de qualquer enrolamento de fase seria a devida à dispersão nas extremidades das bobinas. Numa máquina real, a bobina não está distribuída de maneira a produzir a fmm perfeitamente senoidal. O fluxo resultante da soma das forças magnetomotrizes é muito pequeno, porém faz com que a reatância de seqüência zero seja um pouco maior do que no caso ideal, onde não existe fluxo no entreferro devido à corrente de seqüência zero†.

Ao deduzirmos as equações para a indutância e a capacitância de linhas de transmissão transpostas, consideramos correntes trifásicas equilibradas e não especificamos a seqüência das fases. Portanto, as equações resultantes são válidas tanto para as impedâncias de seqüência positiva como para as de seqüência negativa. Quando apenas a corrente de seqüência zero circula numa linha de transmissão, ela é idêntica em todas as fases. A corrente retorna pela terra, por cabos de cobertura ou por ambos. Como as correntes de seqüência zero são idênticas em cada condutor em fase (em vez de serem iguais apenas em módulo e defasadas em 120°), o campo magnético devido a essas correntes é muito diferente dos campos magnéticos causados pelas correntes de seqüência positiva e negativa. Essa diferença de campo magnético resulta em que a reatância indutiva de seqüência zero das linhas de transmissão aéreas seja 2 a 3,5 vezes maior do que a reatância de seqüência positiva. Essa relação tende a assumir o valor especificado mais alto para as linhas de circuito duplo e para linhas e sem cabos de cobertura.

Num circuito trifásico, podemos ter três transformadores monofásicos ou um único trifásico. Embora as impedâncias-série de seqüência zero de unidades trifásicas possam diferir ligeiramente dos valores de seqüência positiva e negativa, costuma-se considerar que as impedâncias-série de todas as seqüências sejam iguais, independentemente do tipo do transformador. A Tabela A.5 mostra as reatâncias dos transformadores. As reatâncias e impedâncias são quase iguais para transformadores de 1.000 kVA ou mais. Para simplicidade em nossos cálculos, omitiremos as admitâncias em derivação, que são consideradas para a corrente de excitação.

A impedância de seqüência zero de cargas equilibradas ligadas em Y e Δ é igual às impedâncias de seqüência positiva e negativa. A rede de seqüência zero para tais cargas é estudada na Seção 11.11.

† O leitor que desejar estudar as impedâncias das máquinas poderá consultar livros tais como *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, Central Station Engineers of Westinghouse Electric Corporation, 4ª ed., Cap. 6, p. 145-194, East Pittsburgh, Pa, 1964; ou *Electric Machinery*, A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, Jr. e A. Kusko, 3ª ed., Caps. 6 e 9, McGraw-Hill Book Company, New York, 1971.

11.10 REDES DE SEQÜÊNCIAS POSITIVA E NEGATIVA

O objetivo de obter os valores das impedâncias de seqüência de um sistema de potência é o de permitir a construção das redes de seqüência para o sistema completo. A rede de uma determinada seqüência mostra todos os caminhos para a circulação da corrente daquela seqüência no sistema.

No Capítulo 6, estudamos a construção de algumas redes de seqüência positiva bastante complexas. A transição de uma rede de seqüência positiva para uma de seqüência negativa é simples. Os geradores e motores síncronos trifásicos têm tensões internas somente de seqüência positiva, uma vez que são projetados para gerar tensões equilibradas. Como as impedâncias de seqüências positiva e negativa são iguais num sistema estático simétrico, a conversão de uma rede de seqüência positiva para uma de seqüência negativa é conseguida mudando, se necessário, apenas as impedâncias que representam as máquinas rotativas e omitindo suas forças eletromotrizes. As forças eletromotrizes são omitidas na hipótese de tensões geradas equilibradas e na ausência de tensões de seqüência negativa induzidas por fontes externas.

Estando todos os pontos neutros de um sistema trifásico simétrico no mesmo potencial quando circulam correntes trifásicas equilibradas, todos os pontos neutros deverão estar no mesmo potencial para as correntes de seqüência positiva e seqüência negativa. Portanto, o neutro de um sistema trifásico simétrico é a referência lógica de potencial para especificar as quedas de tensão de seqüência positiva e seqüência negativa e é a barra de referência das redes de seqüência positiva e negativa. A impedância conectada entre o neutro de uma máquina e a terra não faz parte nem da rede de seqüência positiva nem da de seqüência negativa porque tanto a corrente de seqüência positiva como a de seqüência negativa estarão impossibilitadas de circular numa impedância conectada dessa maneira.

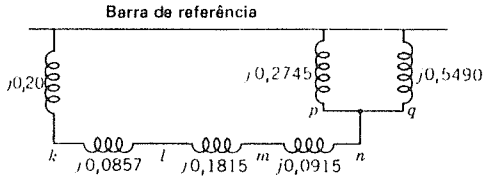


Figura 11.15 Rede de seqüência negativa para o Exemplo 11.3.

As redes de seqüência negativa, analogamente às de seqüência positiva do Capítulo 6, podem conter os circuitos equivalentes exatos das partes do sistema ou podem ser simplificadas, omitindo as resistências em série e as admitâncias em paralelo.

Exemplo 11.3 Traçar a rede de seqüência negativa para o sistema descrito no Exemplo 6.10. Supor que a reatância de seqüência negativa de cada máquina seja igual à sua reatância subtransitória. Omitir as resistências.

Solução Como todas as reatâncias de seqüência negativa do sistema são iguais às reatâncias de seqüência positiva, a rede de seqüência é idêntica à de seqüência positiva da Figura 6.30, exceto pela retirada das forças eletromotrizes da rede de seqüência negativa. A rede de seqüência solicitada está traçada na Figura 11.15.

11.11 REDES DE SEQÜÊNCIA ZERO

Um sistema trifásico funciona como monofásico, no que se refere às correntes de seqüência zero, pois essas correntes são as mesmas em módulo e em fase em qualquer ponto de todas as fases do sistema. Portanto, as correntes de seqüência zero circularão somente se existir um caminho de retorno pelo qual se forme um circuito completo. A referência para as tensões de seqüência zero é o potencial de terra no ponto do sistema no qual se especifica uma tensão qualquer. Uma vez que as correntes de seqüência zero podem circular pela terra, esta não estará necessariamente no mesmo potencial em todos os pontos e a barra de referência da rede de seqüência zero não representará uma terra de potencial uniforme. A impedância da terra e dos cabos de cobertura está incluída na impedância de seqüência zero da linha de transmissão, e o caminho de retorno da rede de seqüência zero é um condutor de impedância nula, que é a barra de referência do sistema. A impedância da terra está incluída na impedância de seqüência zero, o que justifica porque as tensões, medidas em relação à barra de referência da rede de seqüência zero, dão o valor correto em relação à terra.

Num circuito ligado em Y, sem conexão do neutro para a terra ou para outro ponto neutro do circuito, a soma das correntes que circulam para o neutro nas três fases é nula. Como as correntes cuja soma é nula não apresentam componentes de seqüência zero, a impedância para a corrente de seqüência zero é infinita além do ponto neutro; este fato é indicado por um circuito aberto na rede de seqüência zero entre o neutro do circuito ligado em Y e a barra de referência, como mostra a Figura 11.16*a*.

Se o neutro do circuito ligado em Y estiver aterrado através de uma impedância nula, uma conexão de impedância zero será inserida para ligar o ponto neutro e a barra de referência da rede de seqüência zero, como mostra a Figura 11.16*b*.

Se a impedância Z_n for inserida entre o neutro e a terra de um circuito ligado em Y, deverá ser colocada uma impedância de $3Z_n$ entre o neutro e a barra de referência da rede de seqüência zero, como mostra a Figura 11.16*c*. Como foi explicado na Seção 11.8, a queda de tensão de seqüência zero causada na rede de seqüência zero pela corrente I_{a0} que circula por $3Z_n$ é a mesma do sistema real, onde $3I_{a0}$ circula através de Z_n. A impedância, consistindo em um resistor ou reator, geralmente é ligada entre o neutro de um gerador e a terra para limitar a corrente de seqüência zero durante a falta. A impedância de tal resistor ou reator limitante de corrente é representada na rede de seqüência zero na maneira descrita.

Um circuito ligado em Δ, que não pode oferecer um caminho de retorno, apresenta impedância infinita para as correntes de linha de seqüência zero. A rede de seqüência zero está aberta no circuito ligado em Δ. As correntes de seqüência zero podem circular dentro do circuito Δ, uma vez que este é um circuito em série fechado para a circulação de correntes monofásicas. Porém, tais correntes teriam de ser produzidas no Δ, por indução de uma fonte externa, ou por tensões geradas de seqüência zero. Um circuito Δ e sua rede de seqüência zero

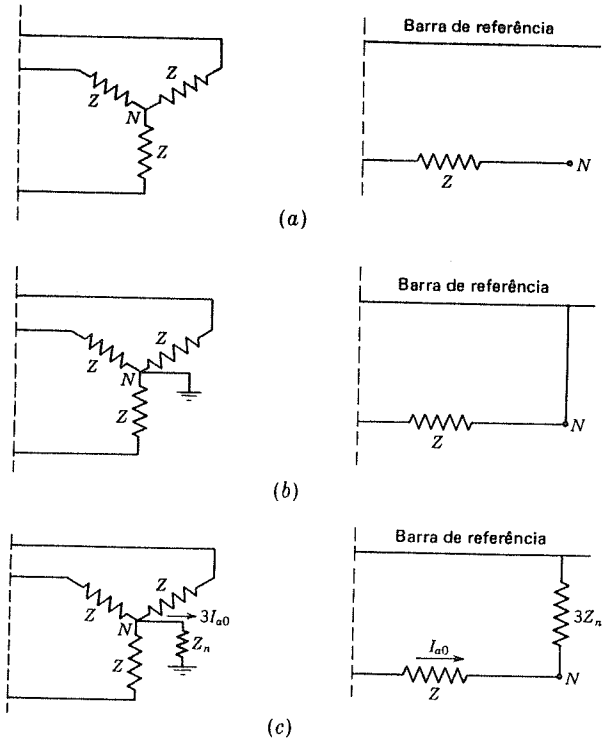


Figura 11.16 Rede de seqüência zero para cargas ligadas em Y.

são mostrados na Figura 11.17. Mesmo quando forem geradas tensões de seqüência zero nas fases do triângulo, não existirá tensão de seqüência zero nos seus terminais porque o aumento de tensão em cada fase do gerador é igual à queda de tensão na impedância de seqüência zero de cada fase.

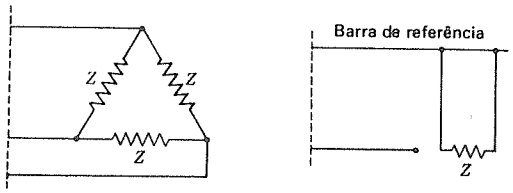


Figura 11.17 Carga ligada em Δ e sua rede de seqüência zero.

Os circuitos equivalentes de seqüência zero de transformadores trifásicos merecem atenção especial. As várias combinações possíveis dos enrolamentos do primário e do secundário, em conexões Y e Δ, alteram a rede de seqüência zero. A teoria dos transformadores nos possibilita construir o circuito equivalente para a rede de seqüência zero. Lembramos que, desprezando-se a pequena corrente de magnetização, não circulará corrente no primário do transformador, a menos que circule corrente no secundário. Sabemos, também, que a corrente do primário é determinada pela corrente do secundário e pela relação de espiras dos enrolamentos, novamente desprezando-se a corrente de magnetização. Estes princípios nos guiam na análise dos casos individuais. Serão estudadas cinco conexões possíveis de transformadores de dois enrolamentos. Estas conexões são mostradas na Figura 11.18. As setas nos diagramas de conexão mostram os caminhos possíveis para a circulação da corrente de seqüência zero. A ausência da seta indica que a conexão do transformador é tal que a corrente de seqüência zero não poderá circular. O circuito

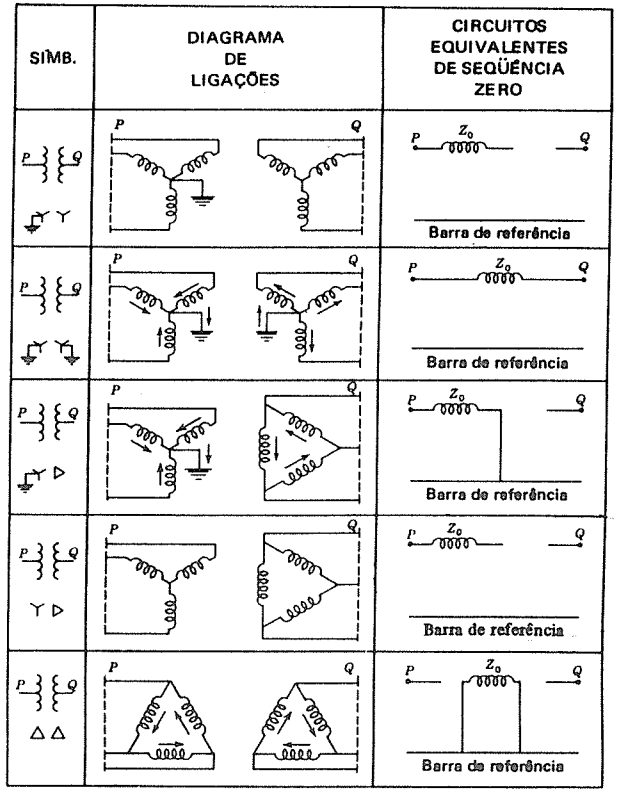


Figura 11.18 Circuitos equivalentes de seqüência zero de bancos trifásicos de transformadores, junto com os diagramas das ligações e os símbolos dos diagramas unifilares.

equivalente aproximado de seqüência zero, omitidas a resistência e o caminho de circulação da corrente de magnetização, é mostrado na Figura 11.18 para cada conexão. As letras P e Q identificam os pontos correspondentes no diagrama de conexão e no circuito equivalente. A seguir são apresentadas as razões que justificam o circuito equivalente para cada conexão.

CASO 1: *Banco Y-Y. Um neutro aterrado* Se qualquer um dos neutros de um banco Y-Y não estiver aterrado, a corrente de seqüência zero não poderá circular em nenhum dos enrolamentos. A ausência de um caminho por um enrolamento impede a passagem da corrente pelo outro. Nesse caso, existe um circuito aberto para a corrente de seqüência zero entre as duas partes do sistema ligadas pelo transformador.

CASO 2: *Banco Y-Y. Ambos os neutros aterrados.* Quando ambos os neutros de um banco Y-Y estão aterrados, existe um caminho, através do transformador, para as correntes de seqüência zero em ambos os enrolamentos. Uma vez que a corrente de seqüência zero possa seguir um caminho completo por fora do transformador em ambos os lados, ela poderá circular em ambos os enrolamentos do transformador. Na rede de seqüência zero, os pontos nos dois lados do transformador são ligados pela impedância de seqüência zero do transformador da mesma maneira que nas redes de seqüências positiva e negativa.

CASO 3: *Banco Y-Δ. Y aterrado* Se o neutro de um banco Y-Δ estiver aterrado, as correntes de seqüência zero terão um caminho para terra através da ligação Y porque as correntes induzidas correspondentes podem circular no Δ. A corrente de seqüência zero, que circula no Δ para equilibrar a corrente de seqüência zero no Y, não pode circular nas linhas ligadas ao Δ. O circuito equivalente deve oferecer um caminho a partir da linha do lado Y, através da resistência e reatância de dispersão equivalentes do transformador, até a barra de referência. Deve existir um circuito aberto entre a linha e a barra de referência no lado Δ. Se a ligação do neutro para terra apresentar uma impedância Z_n, o circuito equivalente de seqüência zero deve ter uma impedância de $3Z_n$ em série com a resistência e reatância de dispersão equivalentes do transformador para ligar a linha no lado Y até a terra.

CASO 4: *Banco Y-Δ Y não-aterrado* Um Y não-aterrado é o caso onde a impedância Z_n, entre o neutro e a terra, é infinita. A impedância $3Z_n$ no circuito equivalente do Caso 3, para a impedância de seqüência zero, torna-se infinita. A corrente de seqüência zero não pode circular nos enrolamentos do transformador.

CASO 5: *Banco Δ-Δ* Como o circuito Δ não oferece caminho de retorno para a corrente de seqüência zero, essa corrente não pode circular para o banco Δ-Δ, embora ela possa circular nos enrolamentos Δ.

Os circuitos equivalentes de seqüência zero determinados para as várias partes do sistema separadamente, são facilmente combinados para formar a rede completa de seqüência zero. As Figuras 11.19 e 11.20 mostram os diagramas unifilares de dois sistemas de potência pequenos e suas correspondentes redes de seqüência zero, simplificadas pela omissão das resistências e admitâncias em paralelo.

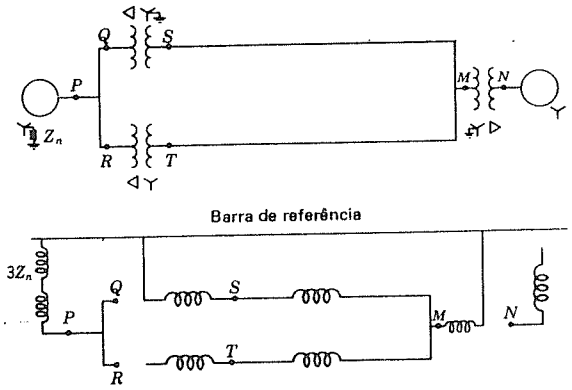


Figura 11.19 Diagrama unifilar de um sistema de potência pequeno e a rede de seqüência zero correspondente.

Exemplo 11.4 Traçar a rede de seqüência zero para o sistema descrito no Exemplo 6.10. Considerar como sendo 0,05 p.u. as reatâncias de seqüência zero do gerador e dos motores. Nos neutros do gerador e do motor maior, estão presentes reatores de limitação de corrente de 0,4 Ω. A reatância de seqüência zero da linha de transmissão é 1,5 Ω/km.

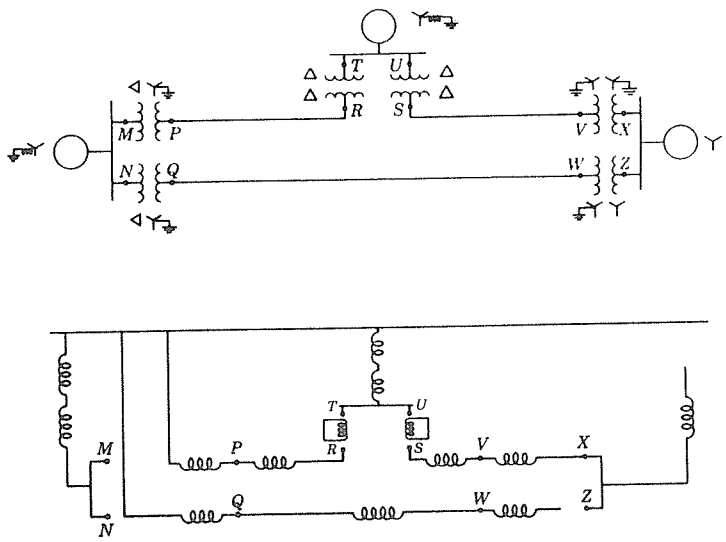


Figura 11.20 Diagrama unifilar de um sistema de potência pequeno e a rede de seqüência zero correspondente.

Solução A reatância de seqüência zero dos transformadores é igual à reatância de seqüência positiva. Então, para os dois transformadores, $X_0 = 0{,}0857$ p.u. e 0,0915 p.u., como no Exemplo 6.10.

As reatâncias de seqüência zero do gerador e dos motores são:

$$\text{Gerador:} \quad X_0 = 0{,}05 \text{ p.u.}$$

$$\text{Motor 1:} \quad X_0 = 0{,}05 \frac{300}{200}\left(\frac{13{,}2}{13{,}8}\right)^2 = 0{,}0686 \text{ p.u.}$$

$$\text{Motor 2:} \quad X_0 = 0{,}05 \frac{300}{100}\left(\frac{13{,}2}{13{,}8}\right)^2 = 0{,}1372 \text{ p.u.}$$

No circuito do gerador

$$\text{Base } Z = \frac{(20)^2}{300} = 1{,}333\ \Omega$$

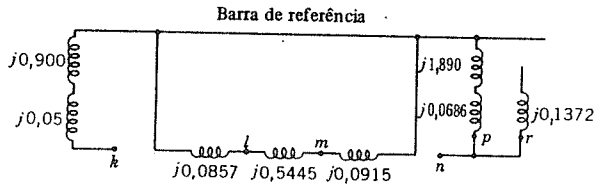


Figura 11.21 Rede de seqüência zero para o Exemplo 11.4.

e no circuito do motor

$$\text{Base } Z = \frac{(13{,}8)^2}{300} = 0{,}635\ \Omega$$

Na rede de impedância para o gerador

$$3Z_n = 3\,\frac{0{,}4}{1{,}333} = 0{,}900 \text{ p.u.}$$

e para o motor

$$3Z_n = 3\,\frac{0{,}4}{0{,}635} = 1{,}890 \text{ p.u.}$$

Para a linha de transmissão

$$X_0 = \frac{1{,}5 \times 64}{176{,}3} = 0{,}5445 \text{ p.u.}$$

A rede de seqüência zero é mostrada na Figura 11.21.

11.12 CONCLUSÕES

As tensões e correntes desequilibradas podem ser decompostas em seus componentes simétricos. Os problemas são resolvidos tratando separadamente cada conjunto de componentes e superpondo os resultados.

Em redes equilibradas sem acoplamento entre as fases, as correntes de uma seqüência de fase induzem quedas de tensão somente da mesma seqüência. As impedâncias de elementos do circuito para correntes de seqüências diferentes não são necessariamente iguais.

No estudo de fluxos de carga, nos cálculos de faltas e no estudo de estabilidade de sistemas de potência, é necessário conhecer a rede de seqüência positiva. Se os cálculos de falta ou os estudos de estabilidade envolvem faltas assimétricas em sistemas simétricos, também é necessário conhecer as redes de seqüência negativa e seqüência zero. A síntese da rede de seqüência zero exige especial cuidado, porque esta rede de seqüência pode diferir consideravelmente das outras.

PROBLEMAS

11.1 Calcule as expressões seguintes na forma polar:

(*a*) $a - 1$
(*b*) $1 - a^2 + a$
(*c*) $a^2 + a + j$
(*d*) $ja + a^2$

11.2 Sendo $V_{an1} = 50\angle 0°$, $V_{an2} = 20\angle 90°$ e $V_{an0} = 10\angle 180°$, calcule analiticamente as tensões em relação ao neutro V_{an}, V_{bn} e V_{cn}, e também mostre graficamente a soma dos componentes simétricos dados, que determinam as tensões de fase.

11.3 Quando um gerador tem o terminal *a* aberto e os outros dois terminais estão ligados entre si com um curto-circuito desta conexão com a terra, os valores típicos para os componentes simétricos da corrente na fase *a* são $I_{a1} = 600\angle -90°$ A, $I_{a2} = 250\angle 90°$ A e $I_{a0} = 350\angle 90°$ A. Ache a corrente para terra e a corrente em cada fase do gerador.

11.4 Determine os componentes simétricos das três correntes $I_a = 10\angle 0°$, $I_b = 10\angle 230°$ e $I_c = 10\angle 130°$ A.

11.5 As correntes que circulam nas linhas para uma carga equilibrada, ligada em Δ, são $I_a = 100\angle 0°$, $I_b = 141{,}4\angle 225°$, e $I_c = 100\angle 90°$ A. Determine uma expressão geral para a relação entre os componentes simétricos das correntes de linha que circulam em direção à carga ligada em

Δ e as correntes de fase na carga, isto é, entre I_{a1} e I_{ab1} e entre I_{a2} e I_{ab2}. Comece traçando os diagramas fasoriais das correntes, de linha e de fase, de seqüências positiva e negativa. Ache I_{ab} em ampères a partir dos componentes simétricos das correntes de linha dadas.

11.6 As tensões nos terminais de uma carga equilibrada consistindo em três resistores de 10 Ω, ligados em Y, são $V_{ab} = 100\angle 0°$, $V_{bc} = 80{,}8\angle -121{,}44°$ e $V_{ca} = 90\angle 130°$ V. Determine uma expressão geral para a relação entre os componentes simétricos das tensões de linha e de fase, isto é, entre V_{ab1} e V_{an1} e entre V_{ab2} e V_{an2}. Suponha que não existe conexão ao neutro da carga. Ache as correntes de linha em função dos componentes simétricos das tensões de linha dadas.

11.7 Ache a potência consumida nos três resistores de 10 Ω do Problema 11.6 em função dos componentes simétricos das correntes e tensões. Verificar a resposta.

11.8 Três transformadores monofásicos estão ligados como mostra a Figura 11.22 para formar um transformador Y-Δ. Os enrolamentos AT estão conectados em Y com as marcações de polaridade conforme indicado. Os enrolamentos magneticamente acoplados estão traçados em direções paralelas. Determine a colocação correta das marcas da polaridade nos enrolamentos BT. Identifique os terminais numerados no lado BT (a) com as letras a, b e c onde I_{A1} está 30° adiantado em relação a I_{a1} e (b) com as letras a', b' e c' de maneira que $I_{a'1}$ fique 90° defasada de I_{A1}.

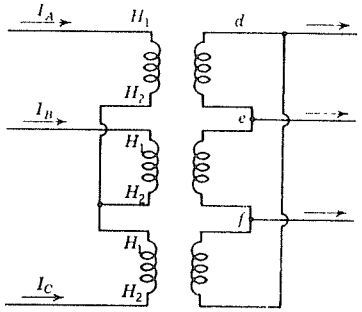


Figura 11.22 Circuito para o Problema 11.8.

11.9 Suponha que as correntes especificadas no Problema 11.5 estejam circulando para uma carga a partir de uma linha de transmissão conectada ao lado Y de um transformador Δ-Y com valores nominais 10 MVA e 13,2Δ/66Y kV. Determine as correntes que circulam nas linhas no lado Δ convertendo em p.u. os componentes simétricos das correntes na base dos valores nominais do transformador e defasando os componentes de acordo com a Equação (11.23). Verifique os resultados calculando as correntes em cada fase dos enrolamentos Δ, em ampères, diretamente a partir das correntes no lado Y multiplicando pela relação de espiras dos enrolamentos. Complete a verificação calculando as correntes de linha em função das correntes de fase no lado Δ.

11.10 São aplicadas tensões de linha trifásicas equilibradas de 100 V a uma carga ligada em Y consistindo em três resistores. O neutro da carga não está aterrado. A resistência na fase a é 10 Ω, na fase b é 20 Ω e na fase c é 30 Ω. Escolha V_{an} como referência e determine a corrente na fase a e a tensão V_{an}.

11.11 Trace as redes de impedância de seqüência negativa e seqüência zero para o sistema de potência do Problema 6.15. Assinale os valores de todas as reatâncias em p.u. na base de 50 MVA e 13,8 kV no circuito do gerador 1. Indique com as letras as redes de modo a corresponder com o diagrama unifilar. Os neutros dos geradores 1 e 3 são ligados à terra através de reatores de limitação de corrente, cada um com uma reatância de 5% na base da máquina à qual é conectado. Cada gerador tem reatâncias de seqüência negativa e seqüência zero de 20 e 5%, respectivamente, tomando como base seus próprios valores nominais. A reatância de seqüência zero da linha de transmissão é 210 Ω de B até C e 250 Ω de C até E.

11.12 Trace as redes de impedância de seqüência negativa e seqüência zero para o sistema de potência do Problema 6.16. Escolha a base de 50 MVA, 138 kV na linha de transmissão de 40 Ω, e assinale todas as reatâncias em p.u. A reatância de seqüência negativa de cada máquina síncrona é igual à sua reatância subtransitória. A reatância de seqüência zero de cada máquina é 8% em relação a seus próprios valores nominais. Os neutros das máquinas são ligados à terra através de reatores de limitação de corrente, tendo reatância de 5%, em relação à base da máquina a qual é conectado. Suponha que as reatâncias de seqüência zero das linhas de transmissão são 300% de suas reatâncias de seqüência positiva.

CAPÍTULO
12

FALTAS ASSIMÉTRICAS

A maioria das falhas que ocorre em sistemas de potência é falha assimétrica, que pode consistir em curto-circuitos, falhas assimétricas através de impedâncias, ou condutores em aberto. As falhas assimétricas ocorrem como faltas fase-terra simples, faltas linha-linha, ou faltas fase-terra duplas. O caminho para a corrente de falta entre linhas ou entre linha e terra pode ou não conter uma impedância. Um ou dois condutores em aberto resultam em uma falta assimétrica, seja pelo rompimento de um ou dois condutores ou pela ação de fusíveis ou de outros dispositivos que podem não abrir as três fases simultaneamente.

Como qualquer falta assimétrica provoca o fluxo de correntes desequilibradas no sistema, o método das componentes simétricas é muito útil na determinação das correntes e tensões em todas as partes do sistema após a ocorrência de uma falta. Discutiremos primeiro as faltas nos terminais de um gerador em vazio. Depois, consideraremos as faltas em um sistema de potência aplicando o Teorema de Thévenin, que nos permite determinar a corrente de falta pela substituição de todo o sistema por um simples gerador com uma impedância em série. Finalmente, investigaremos a matriz de impedâncias de barras com sua aplicação à análise de faltas assimétricas.

Qualquer que seja o tipo de falta que ocorra nos terminais de um gerador, podemos aplicar as Equações (11.41) a (11.43), deduzidas na Seção 11.8. Em notação matricial, estas equações são

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \tag{12.1}$$

Em cada tipo de falta, usaremos a Equação (12.1) juntamente com as equações que descrevem as condições da falta, para deduzirmos I_{a1} em termos de E_a, Z_1, Z_2 e Z_0.

12.1 FALTA ENTRE FASE E TERRA EM UM GERADOR EM VAZIO

O circuito esquemático para uma falta fase-terra simples em um gerador ligado em Y em vazio, com seu neutro aterrado através de uma reatância, é mostrado na Figura 12.1, onde a falta ocorre na fase a. As condições na falta são indicadas pelas seguintes equações:

$$I_b = 0 \qquad I_c = 0 \qquad V_a = 0$$

Com $I_b = 0$ e $I_c = 0$, as componentes simétricas de corrente são dadas por

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De modo que I_{a0}, I_{a1} e I_{a2} são todas iguais a $I_a/3$ e

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} \tag{12.2}$$

Substituindo I_{a0} e I_{a2} por I_{a1} na Equação (12.1), obtemos

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{a1} \\ I_{a1} \end{bmatrix} \tag{12.3}$$

Efetuando a multiplicação e a subtração matriciais indicadas, obtemos uma igualdade de duas matrizes-coluna. Pré-multiplicando ambas as matrizes-coluna pela matriz linha [1 1 1], obtemos

$$V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} = -I_{a1} Z_0 + E_a - I_{a1} Z_1 - I_{a1} Z_2 \tag{12.4}$$

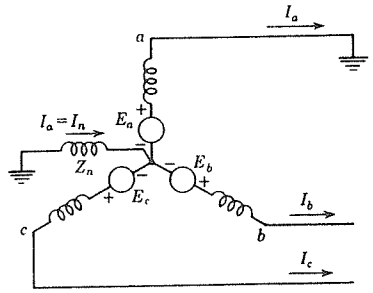


Figura 12.1 Diagrama do circuito para uma falta fase-terra simples na fase a dos terminais em vazio de um gerador cujo neutro está aterrado através de uma reatância.

Como $V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} = 0$, resolvemos a Equação (12.4) obtendo I_{a1}

$$I_{a1} = \frac{E_a}{Z_1 + Z_2 + Z_0} \tag{12.5}$$

As Equações (12.2) e (12.5) são especiais para uma falta fase-terra simples. Elas são usadas juntamente com a Equação (12.1) e as relações de componentes simétricas para determinar todas as tensões e correntes na falta. Se as três redes de seqüência do gerador são conectadas em série, como é mostrado na Figura 12.2, vê-se que as correntes e tensões assim resultantes satisfazem as equações acima, pois as três impedâncias de seqüência estarão em série com a tensão E_a. Com as redes de seqüência assim conectadas, a tensão em cada rede de seqüência será a componente simétrica de V_a daquela seqüência. As conexões das redes de seqüência na forma apresentada na Figura 12.2 são um modo conveniente de memorizar as equações para a solução de fase-terra simples pois todas as equações necessárias podem ser determinadas a partir da conexão das redes de seqüência.

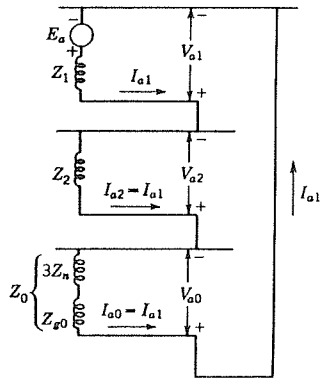


Figura 12.2 Conexão das redes de seqüência de um gerador em vazio para uma falta fase-terra simples na fase a dos terminais do gerador.

Se o neutro do gerador não estiver aterrado, a rede de seqüência zero estará em aberto e Z_0 será infinito. Como a Equação (12.5) mostra que I_{a1} é zero quando Z_0 é infinito, I_{a2} e I_{a0} também devem ser nulos. Então, nenhuma corrente passará pela fase a porque I_a é a soma de três componentes, todas iguais a zero. O mesmo resultado pode ser obtido sem o uso de componentes simétricas, pois uma inspeção do circuito mostra que não existe caminho para a corrente na falta, a menos que o neutro do gerador esteja aterrado.

Exemplo 12.1 Um gerador de pólos salientes sem amortecedores tem os valores nominais de placa de 20 MVA, 13,8 kV e uma reatância subtransitória de eixo direto de 0,25 p.u. As reatâncias de seqüência negativa e zero são, respectivamente, de 0,35 e 0,10 por-unidade. O neutro do gerador está solidamente aterrado. Determine a corrente subtransitória no gerador e as tensões de linha em condições subtransitórias quando ocorre uma falta fase-terra simples nos terminais do gerador, quando este está operando sem carga com tensão nominal. Despreze a resistência.

Solução Em uma base de 20 MVA, 13,8 kV, $E_a = 1$ por-unidade pois a tensão interna em vazio é igual à tensão terminal. Então, em por-unidade

$$I_{a1} = \frac{E_a}{Z_1 + Z_2 + Z_0} = \frac{1{,}0 + j0}{j0{,}25 + j0{,}35 + j0{,}10} = -j1{,}43 \text{ p.u.}$$

$$I_a = 3I_{a1} = -j4{,}29 \text{ p.u.}$$

$$\text{Corrente-base} = \frac{20.000}{\sqrt{3} \times 13{,}8} = 837 \text{ A}$$

A corrente subtransitória na linha a é

$$I_a = -j4{,}29 \times 837 = -j3.590 \text{ A}$$

As componentes simétricas da tensão entre o ponto a e a terra são

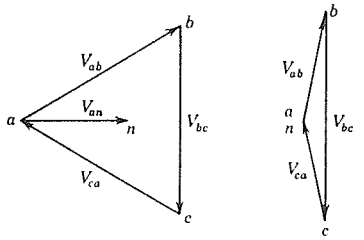
$$V_{a1} = E_a - I_{a1} Z_1 = 1{,}0 - (-j1{,}43)(j0{,}25)$$
$$= 1{,}0 - 0{,}357 = 0{,}643 \text{ p.u.}$$
$$V_{a2} = -I_{a2} Z_2 = -(-j1{,}43)(j0{,}35) = -0{,}50 \text{ p.u.}$$
$$V_{a0} = -I_{a0} Z_0 = -(-j1{,}43)(j0{,}10) = -0{,}143 \text{ p.u.}$$

As tensões entre fase e terra são

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} = 0{,}643 - 0{,}50 - 0{,}143 = 0$$
$$V_b = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0}$$
$$= 0{,}643(-0{,}5 - j0{,}866) - 0{,}50(-0{,}5 + j0{,}866) - 0{,}143$$
$$= -0{,}322 - j0{,}557 + 0{,}25 - j0{,}433 - 0{,}143$$
$$= -0{,}215 - j0{,}990 \text{ p.u.}$$
$$V_c = a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0}$$
$$= 0{,}643(-0{,}5 + j0{,}866) - 0{,}50(-0{,}5 - j0{,}866) - 0{,}143$$
$$= -0{,}322 + j0{,}557 + 0{,}25 + j0{,}433 - 0{,}143$$
$$= -0{,}215 + j0{,}990 \text{ p.u.}$$

As tensões de linha são

$$V_{ab} = V_a - V_b = 0{,}215 + j0{,}990 = 1{,}01\angle 77{,}7° \text{ p.u.}$$
$$V_{bc} = V_b - V_c = 0 - j1{,}980 = 1{,}980\angle 270° \text{ p.u.}$$
$$V_{ca} = V_c - V_a = -0{,}215 + j0{,}990 = 1{,}01\angle 102{,}3° \text{ p.u.}$$



(a) Pré-falta

(b) Pós-falta

Figura 12.3 Diagramas fasoriais das tensões de linha do Exemplo 12.1 antes e depois da falta.

Como a tensão gerada entre fase e neutro E_a foi tomada igual a 1,0 p.u., as tensões de linha acima são representadas em p.u. da tensão de base ao neutro. Em volts, as tensões de linha após a falta são

$$V_{ab} = 1{,}01 \times \frac{13{,}8}{\sqrt{3}}\angle 77{,}7° = 8{,}05\angle 77{,}7° \text{ kV}$$
$$V_{bc} = 1{,}980 \times \frac{13{,}8}{\sqrt{3}}\angle 270° = 15{,}78\angle 270° \text{ kV}$$
$$V_{ca} = 1{,}01 \times \frac{13{,}8}{\sqrt{3}}\angle 102{,}3° = 8{,}05\angle 102{,}3° \text{ kV}$$

Antes da falta, as tensões de linha eram equilibradas e iguais a 13,8 kV. Para compararmos com as tensões de linha após a ocorrência da falta, as tensões antes da falta, com $V_{an} = E_a$ como referência, são dadas por

$$V_{ab} = 13{,}8\angle 30° \text{ kV} \qquad V_{bc} = 13{,}8\angle 270° \text{ kV} \qquad V_{ca} = 13{,}8\angle 150° \text{ kV}$$

O diagrama fasorial das tensões pré-falta e o das tensões pós-falta são mostrados na Figura 12.3.

12.2 FALTA LINHA-LINHA EM UM GERADOR EM VAZIO

O circuito esquemático para uma falta linha-linha em um gerador ligado em Y, sem aterramento, sem carga é mostrado na Figura 12.4 com a falta nas fases b e c. As condições na falta são determinadas pelas equações

$$V_b = V_c \qquad I_a = 0 \qquad I_b = -I_c$$

Com $V_b = V_c$, as componentes simétricas da tensão são dadas por

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_b \end{bmatrix}$$

pelas quais determinamos

$$V_{a1} = V_{a2} \tag{12.6}$$

Como $I_b = -I_c$ e $I_a = 0$, as componentes simétricas de corrente são dadas por

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ -I_c \\ I_c \end{bmatrix}$$

e, portanto

$$I_{a0} = 0 \tag{12.7}$$
$$I_{a2} = -I_{a1} \tag{12.8}$$

Com uma conexão entre o neutro do gerador e a terra, Z_0 será finito e assim

$$V_{a0} = 0 \tag{12.9}$$

desde que $I_{a0} = 0$ pela Equação (12.7).

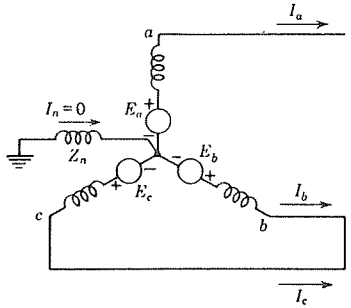


Figura 12.4 Diagrama do circuito para uma falta entre linhas nas fases b e c dos terminais de um gerador em vazio, cujo neutro está aterrado através de uma reatância.

A Equação (12.1), com as substituições indicadas pelas Equações (12.6) a (12.9), fica

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_{a1} \\ V_{a1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{a1} \\ -I_{a1} \end{bmatrix} \tag{12.10}$$

Efetuando as operações matriciais indicadas e pré-multiplicando a matriz resultante pela matriz linha [1 1 −1], obtemos

$$0 = E_a - I_{a1} Z_1 - I_{a1} Z_2 \tag{12.11}$$

e resolvendo, obtemos o valor de I_{a1}

$$I_{a1} = \frac{E_a}{Z_1 + Z_2} \tag{12.12}$$

As Equações (12.6) a (12.8) e (12.12) são especiais para uma falta linha-linha. Elas são usadas juntamente com a Equação (12.1) e com as relações de componentes simétricas para determinar as tensões e as correntes na falta. As equações especiais indicam como as redes de seqüência são conectadas para representar a falta. Como Z_0 não entra nas equações, a rede de seqüência zero não é utilizada. As redes de seqüência positiva e negativa devem estar em paralelo pois $V_{a1} = V_{a2}$. A conexão em paralelo das redes de seqüência positiva e negativa fazem com que $I_{a1} = -I_{a2}$, como é especificado pela Equação (12.8). A conexão das redes de seqüência para uma falta linha-linha é mostrada na Figura 12.5. As correntes e tensões nas redes de seqüência, quando assim conectadas, satisfazem a todas as equações deduzidas para a falta linha-linha.

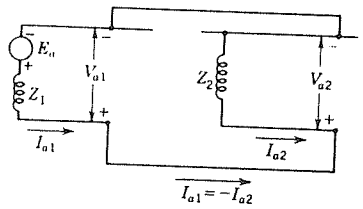


Figura 12.5 Conexão das redes de seqüência de um gerador em vazio para uma falta entre linhas nas fases b e c nos terminais do gerador.

Como a falta não é aterrada, existe apenas uma conexão com a terra no circuito (no neutro do gerador) e não pode haver fluxo de corrente para a terra. Na dedução das equações para a falta linha-linha, encontramos o resultado $I_{a0} = 0$. Este resultado é consistente com o fato de não haver corrente de neutro, pois a corrente de neutro I_n é igual a $3I_{a0}$. A presença ou ausência de um neutro aterrado no gerador não afeta a corrente de falta. Se o neutro do gerador não estiver aterrado, Z_0 será infinito e V_{a0} será indeterminado, mas as tensões de linha podem ser obtidas pois elas não contêm componentes de seqüência zero.

Exemplo 12.2 Determine as correntes e as tensões de linha subtransitórias na falta, em condições subtransitórias, quando ocorre uma falta linha-linha nos terminais do gerador descrito no Exemplo 12.1. Admita que o gerador esteja em vazio e operando com tensão terminal nominal quando ocorre a falta. Despreze a resistência.

Solução

$$I_{a1} = \frac{1{,}0 + j0}{j0{,}25 + j0{,}35} = -j1{,}667 \text{ p.u.}$$

$$I_{a2} = -I_{a1} = j1{,}667 \text{ p.u}$$

$$I_{a0} = 0$$

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} = -j1{,}667 + j1{,}667 = 0$$

$$I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} + I_{a0}$$

$$= -j1{,}667(-0{,}5 - j0{,}866) + j1{,}667(-0{,}5 + j0{,}866)$$

$$= j0{,}833 - 1{,}443 - j0{,}833 - 1{,}443 = -2{,}886 + j0 \text{ p.u.}$$

$$I_c = -I_b = 2{,}886 + j0 \text{ p.u.}$$

Como no Exemplo 12.1, a corrente de base é de 837 A, e assim

$$I_a = 0$$

$$I_b = -2{,}886 \times 837 = 2416\underline{/180°} \text{ A}$$

$$I_c = 2{,}886 \times 837 = 2416\underline{/0°} \text{ A}$$

As componentes simétricas da tensão entre a fase a e a terra são

$$V_{a1} = V_{a2} = 1 - (-j1{,}667)(j0{,}25) = 1 - 0{,}417 = 0{,}583 \text{ p.u.}$$

$$V_{a0} = 0 \text{ (neutro do gerador aterrado)}$$

As tensões entre fase e terra são

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} = 0{,}583 + 0{,}583 = 1{,}166\underline{/0°} \text{ p.u.}$$

$$V_b = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_c = V_b = 0{,}583(-0{,}5 - j0{,}866) + 0{,}583(-0{,}5 + j0{,}866)$$

$$= -0{,}583 \text{ p.u.}$$

As tensões de linha são

$$V_{ab} = V_a - V_b = 1{,}166 + 0{,}583 = 1{,}749\angle 0° \text{ p.u.}$$
$$V_{bc} = V_b - V_c = -0{,}583 + 0{,}583 = 0 \text{ p.u.}$$
$$V_{ca} = V_c - V_a = -0{,}583 - 1{,}166 = 1{,}749\angle 180° \text{ p.u.}$$

Em volts, as tensões de linha são

$$V_{ab} = 1{,}749 \times \frac{13{,}8}{\sqrt{3}} = 13{,}94\angle 0° \text{ kV}$$
$$V_{bc} = 0 \text{ kV}$$
$$V_{ca} = -1{,}749 \times \frac{13{,}8}{\sqrt{3}} = 13{,}94\angle 180° \text{ kV}$$

12.3 FALTA ENTRE DUAS FASES E TERRA EM UM GERADOR EM VAZIO

A Figura 12.6 mostra o circuito esquemático para uma falta entre duas fases e terra em um gerador ligado em Y em vazio, tendo um neutro aterrado. As fases em falta são b e c. As condições na falta são as seguintes:

$$V_b = 0 \qquad V_c = 0 \qquad I_a = 0$$

Com $V_b = 0$ e $V_c = 0$, as componentes simétricas de tensão são dadas por

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Portanto, V_{a0}, V_{a1} e V_{a2} são iguais a $V_a/3$,

$$V_{a1} = V_{a2} = V_{a0} \tag{12.13}$$

Substituindo V_{a1}, V_{a2} e V_{a0} por $E_a - I_{a1}Z_1$ na Equação (12.1) e pré-multiplicando ambos os lados por Z^{-1}, onde

$$Z^{-1} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix}$$

obtemos

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \\ E_a - I_{a1}Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \tag{12.14}$$

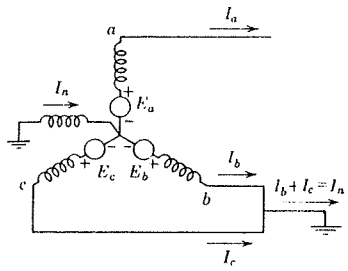


Figura 12.6 Circuito para uma falta entre duas linhas e terra nas fases b e c dos terminais de um gerador cujo neutro está aterrado através de uma reatância.

Pré-multiplicando ambos os lados da Equação (12.14) pela matriz de linha $[1 \quad 1 \quad 1]$ e observando que $I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} = I_a = 0$, temos

$$\frac{E_a}{Z_0} - I_{a1}\frac{Z_1}{Z_0} + \frac{E_a}{Z_1} - I_{a1} + \frac{E_a}{Z_2} - I_{a1}\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{E_a}{Z_1} \tag{12.15}$$

e após reunir os termos, temos

$$I_{a1}\left(1 + \frac{Z_1}{Z_0} + \frac{Z_1}{Z_2}\right) = \frac{E_a(Z_2 + Z_0)}{Z_2 Z_0} \tag{12.16}$$

e

$$I_{a1} = \frac{E_a(Z_2 + Z_0)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0} = \frac{E_a}{Z_1 + Z_2 Z_0/(Z_2 + Z_0)} \tag{12.17}$$

As Equações (12.13) e (12.17) são especiais para uma falta entre duas fases e terra. Elas são usadas com a Equação (12.1) e as relações de componentes simétricos para determinar as tensões e correntes na falta. A Equação (12.13) indica que as redes de seqüência devem ser ligadas em paralelo, como é mostrado na Figura 12.7, pois as tensões de seqüência positiva, negativa e zero são iguais na falta. Um exame da Figura 12.7 mostra que todas as condições deduzidas acima para a falta entre duas fases e terra são satisfeitas por esta conexão. O esquema de conexões das redes mostra que a corrente de seqüência positiva I_{a1} é determinada pela tensão E_a aplicada em Z_1 em série com a combinação em paralelo de Z_0 e Z_2. A mesma relação é dada pela Equação (12.17).

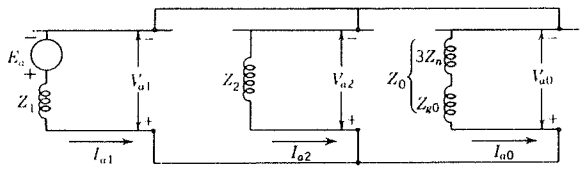


Figura 12.7 Conexão das redes de seqüência de um gerador em vazio para uma falta entre duas linhas e terra nas fases *b* e *c* nos terminais do gerador.

Na ausência de uma conexão com a terra no gerador, nenhuma corrente poderia fluir para a terra na falta. Neste caso Z_0 seria infinito e I_{a0} seria nulo. No que se refere à corrente, o resultado seria o mesmo de uma falta linha-linha. A Equação (12.7), para uma falta entre duas fases e terra, tende à Equação (12.12) de uma falta linha-linha quando Z_0 tende a infinito, como se pode ver dividindo o numerador e o denominador do segundo termo do denominador da Equação (12.17) por Z_0 e fazendo Z_0 tender a infinito.

Exemplo 12.2 Determine as correntes e tensões de linha subtransitórias na falta sob condições subtransitórias quando ocorre uma falta entre duas fases e terra nos terminais do gerador descrito no Exemplo 12.1. Admita que o gerador esteja em vazio e operando com tensão terminal nominal quando ocorre a falta. Despreze a resistência.

Solução

$$I_{a1} = \frac{E_a}{Z_1 + Z_2 Z_0/(Z_2 + Z_0)} = \frac{1{,}0 + j0}{j0{,}25 + (j0{,}35 \times j0{,}10)/(j0{,}35 + j0{,}10)}$$

$$= \frac{1{,}0}{j0{,}25 + j0{,}0778} = \frac{1{,}0}{j0{,}3278} = -j3{,}05 \text{ p.u.}$$

$$V_{a1} = V_{a2} = V_{a0} = E_a - I_{a1} Z_1 = 1 - (-j3{,}05)(j0{,}25)$$

$$= 1{,}0 - 0{,}763 = 0{,}237 \text{ p.u.}$$

$$I_{a2} = -\frac{V_{a2}}{Z_2} = -\frac{0{,}237}{j0{,}35} = j0{,}68 \text{ p.u.}$$

$$I_{a0} = -\frac{V_{a0}}{Z_0} = -\frac{0{,}237}{j0{,}10} = j2{,}37 \text{ p.u.}$$

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} = -j3{,}05 + j0{,}68 + j2{,}37 = 0$$

$$I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} + I_{a0}$$

$$= (-0{,}5 - j0{,}866)(-j3{,}05) + (-0{,}5 + j0{,}866)(j0{,}68) + j2{,}37$$

$$= j1{,}525 - 2{,}641 - j0{,}34 - 0{,}589 + j2{,}37$$

$$= -3{,}230 + j3{,}555 = 4{,}80\angle 132{,}3° \text{ p.u.}$$

$$I_c = a I_{a1} + a^2 I_{a2} + I_{a0}$$

$$= (-0{,}5 + j0{,}866)(-j3{,}05) + (-0{,}5 - j0{,}866)(j0{,}68) + j2{,}37$$

$$= j1{,}525 + 2{,}641 - j0{,}34 + 0{,}589 + j2{,}37 = 3{,}230 + j3{,}555$$

$$= 4{,}80\angle 47{,}7° \text{ p.u.}$$

$$I_n = 3I_{a0} = 3 \times j2{,}37 = j7{,}11 \text{ p.u.}$$

$$I_n = I_b + I_c = -3{,}230 + j3{,}555 + 3{,}230 + j3{,}555 = j7{,}11 \text{ p.u.}$$

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} = 3V_{a1} = 3 \times 0{,}237 = 0{,}711 \text{ p.u.}$$

$$V_b = V_c = 0$$

$$V_{ab} = V_a - V_b = 0{,}711 \text{ p.u.}$$

$$V_{bc} = 0$$

$$V_{ca} = V_c - V_a = -0{,}711 \text{ p.u.}$$

Em ampères e em volts

$$I_a = 0$$

$$I_b = 837 \times 4{,}80\angle 132{,}3° = 4017\angle 132{,}3° \text{ A}$$

$$I_c = 837 \times 4{,}80\angle 47{,}7° = 4017\angle 47{,}7° \text{ A}$$

$$I_n = 837 \times 7{,}11\angle 90° = 5951\angle 90° \text{ A}$$

$$V_{ab} = 0{,}711 \times \frac{13{,}8}{\sqrt{3}} = 5{,}66\angle 0° \text{ kV}$$

$$V_{bc} = 0$$

$$V_{ca} = -0{,}711 \times \frac{13{,}8}{\sqrt{3}} = 5{,}66\angle 180° \text{ kV}$$

12.4 FALTAS ASSIMÉTRICAS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Na dedução de equações para as componentes simétricas de correntes e tensões em uma rede geral durante uma falta, designaremos por I_a, I_b e I_c as correntes que saem do sistema originalmente equilibrado para a falta, respectivamente, das fases *a*, *b* e *c*. Podemos visualizar as correntes I_a, I_b e I_c observando a Figura 12.8, que mostra três condutores do sistema trifásico na parte da rede onde ocorre a falta. O fluxo de corrente de cada linha para a falta é indicado por setas mostradas no diagrama ao lado de pequenos pedaços hipotéticos de fios conectados em cada linha no local de falta. Os diversos tipos de faltas são representados por conexões apropriadas destes pedaços de fios. Por exemplo, a conexão dos fios *b* e *c* produz uma falta linha-linha através de uma impedância nula. A corrente no fio *a* será, então, nula e I_b será igual a $-I_c$.

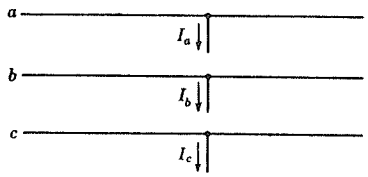
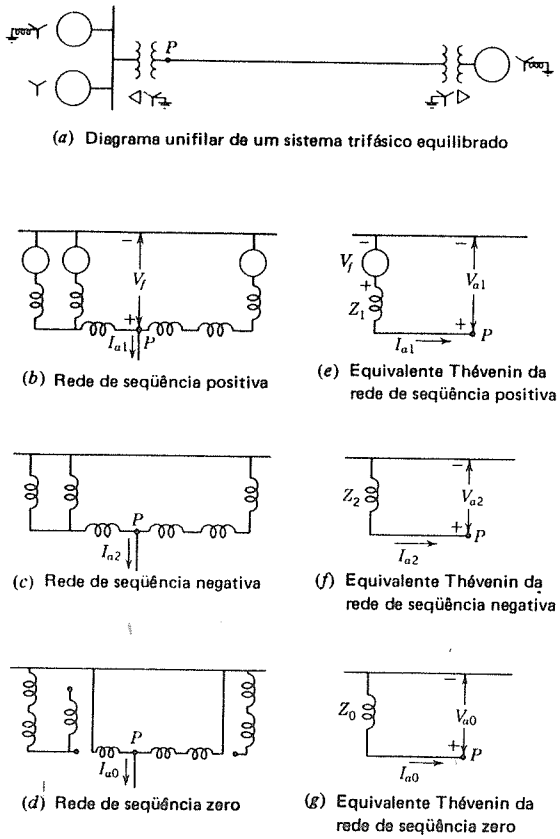


Figura 12.8 Três condutores de um sistema trifásico. Os fios que conduzem as correntes I_a, I_b e I_c podem ser interconectados para representar os diferentes tipos de faltas.



(*a*) Diagrama unifilar de um sistema trifásico equilibrado

(*b*) Rede de seqüência positiva

(*e*) Equivalente Thévenin da rede de seqüência positiva

(*c*) Rede de seqüência negativa

(*f*) Equivalente Thévenin da rede de seqüência negativa

(*d*) Rede de seqüência zero

(*g*) Equivalente Thévenin da rede de seqüência zero

Figura 12.9 Diagrama unifilar de um sistema trifásico, as três redes de seqüência do sistema e o equivalente Thévenin de cada rede para uma falta no ponto *P*.

As tensões de fase no local de falta serão designadas por V_a, V_b e V_c. A tensão de fase da fase *a* antes da ocorrência da falta, no local de falta, será chamada V_f, que é uma tensão de seqüência positiva porque o sistema é considerado equilibrado. Nós já encontramos a tensão pré-falta V_f, no Capítulo 10, na determinação das correntes em um sistema no qual ocorre uma falta trifásica.

Na Figura 12.9 é mostrado um diagrama unifilar de um sistema de potência com três máquinas síncronas. Este sistema é suficientemente geral para que as equações deduzidas a partir dele sejam aplicáveis a qualquer sistema equilibrado, independentemente de sua complexidade. A Figura 12.9 mostra também as redes de seqüência do sistema. O ponto onde se considera a ocorrência da falta é indicado por P no diagrama unifilar e nas redes de seqüência. Como vimos, no Capítulo 10, a corrente de carga que passa pelo circuito de seqüência positiva é a mesma, e as tensões de fase externas à máquina são as mesmas, sejam as máquinas representadas por suas tensões internas transitórias e suas reatâncias transitórias, ou por suas tensões de carga e suas reatâncias síncronas.

Como o traçado de redes de seqüência considera o princípio da linearidade, cada uma das redes pode ser substituída por seu equivalente Thévenin entre os dois terminais constituídos pela barra de referência e o ponto de aplicação da falta. Na Figura 12.9, o circuito equivalente de Thévenin é mostrado ao lado da rede de seqüência correspondente. A tensão interna do único gerador do circuito equivalente da rede de seqüência positiva é V_f, a tensão pré-falta ao neutro no ponto de aplicação da falta. A impedância Z_1 do circuito equivalente é a impedância medida entre o ponto P e a barra de referência da rede de seqüência positiva, com todas as forças eletromotrizes internas curtocircuitadas. O valor de Z_1 é dependente das reatâncias usadas na rede. Lembramos, por exemplo, que as reatâncias subtransitórias dos geradores é 1,5 vez as reatâncias subtransitórias dos motores síncronos ou as reatâncias transitórias dos motores são os valores usados para calcular o valor da corrente simétrica que deve ser interrompida.

Como não existe fluxo de correntes de seqüência negativa ou zero antes da ocorrência da falta, a tensão pré-falta entre os pontos P e a barra de referência nas redes de seqüência negativa e zero é nula. Por isso, não aparecem forças eletromotrizes nos circuitos equivalentes das redes de seqüência negativa e zero. As impedâncias Z_2 e Z_0 são medidas entre o ponto P e a barra de referência nas respectivas redes e dependem da localização da falta.

Como I_a é a corrente que o sistema fornece à falta, suas componentes I_{a1}, I_{a2} e I_{a0} são fornecidas pelas redes de seqüência respectivas e pelos circuitos equivalentes das redes, através de P, como é representado na Figura 12.9. Os equivalentes de Thévenin das redes de seqüência positiva, negativa e zero do sistema são idênticos às redes de um gerador simples. As equações matriciais para as componentes simétricas das tensões na falta devem, portanto, ser as mesmas da Equação (12.1), exceto pela substituição de V_f em lugar de E_a. Assim

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_f \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \tag{12.18}$$

É claro que devemos calcular as impedâncias de seqüência de forma apropriada, de acordo com o teorema de Thévenin, e entender que as correntes serão as de seqüência nos fios hipotéticos.

12.5 FALTA FASE-TERRA EM UM SISTEMA DE POTÊNCIA

Para uma falta fase-terra simples, os fios hipotéticos das três linhas são conectados como é mostrado na Figura 12.10. As relações existentes na falta são

$$I_b = 0 \qquad I_c = 0 \qquad V_a = 0$$

Estas três equações são as mesmas que se aplicaram à falta fase-terra simples em um gerador único. Estas equações e a (12.18) mais as relações de componentes simétricas devem ter as mesmas soluções encontradas para as equações semelhantes na Seção 12.1, exceto pela troca de E_a por V_f. Então, para uma falta fase-terra,

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} \tag{12.19}$$

e

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2 + Z_0} \tag{12.20}$$

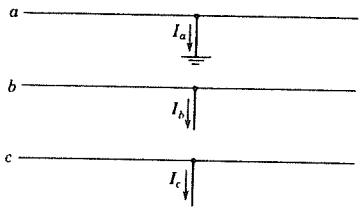


Figura 12.10 Diagrama de ligação dos fios hipotéticos para uma falta fase-terra simples.

As Equações (12.19) e (12.20) indicam que as três redes de seqüência deveriam ser conectadas em série através do ponto de falta, de modo a simular uma falta fase-terra simples.

12.6 FALTA LINHA-LINHA EM UM SISTEMA DE POTÊNCIA

Para uma falta linha-linha, os fios hipotéticos das três linhas na falta são conectados como é mostrado na Figura 12.11. As relações existentes na falta são:

$$V_b = V_c \qquad I_a = 0 \qquad I_b = -I_c$$

As equações acima são idênticas, em forma, àquelas que se aplicam a uma falta linha-linha em um gerador único. Sua solução como foi feita na Seção 12.2, com a Equação (12.1) trocada pela Equação (12.18), dá

$$V_{a1} = V_{a2} \tag{12.21}$$

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2} \tag{12.22}$$

As Equações (12.21) e (12.22) indicam que as redes de seqüência positiva e negativa devem ser conectadas em paralelo na falta para simular uma falta linha-linha.

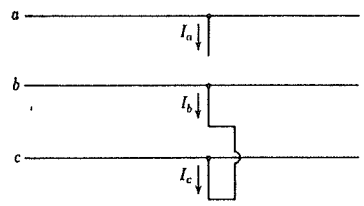


Figura 12.11 Diagrama de ligação dos fios hipotéticos para uma falta entre duas linhas.

12.7 FALTA ENTRE DUAS FASES E TERRA EM UM SISTEMA DE POTÊNCIA

Para uma falta entre duas fases e terra, os fios são conectados da forma apresentada na Figura 12.12. As relações na falta são as seguintes:

$$V_b = V_c = 0$$

$$I_a = 0$$

Por comparação com a dedução realizada na Seção 12.3,

$$V_{a1} = V_{a2} = V_{a0} \tag{12.23}$$

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2 Z_0/(Z_2 + Z_0)} \tag{12.24}$$

As Equações (12.23) e (12.24) indicam que as três redes de seqüência deveriam ser conectadas em paralelo no ponto de falta para simular uma falta entre duas fases e terra.

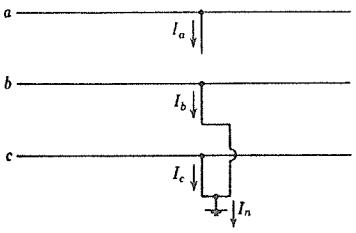


Figura 12.12 Diagrama de ligação dos fios hipotéticos para uma falta entre duas linhas e terra.

OLIVER S. PEREIRA FILHO

12.8 INTERPRETAÇÃO DAS REDES DE SEQÜÊNCIA INTERCONECTADAS

Nas seções precedentes, vimos que as redes de seqüência de um sistema de potência podem ser interconectadas de tal forma que a solução da rede resultante forneça as componentes simétricas da corrente e da tensão na falta. Na Figura 12.13, são mostradas as conexões das redes de seqüência capazes de simular os diferentes tipos de faltas, inclusive uma falta trifásica simétrica. As redes de seqüência estão indicadas esquematicamente por um retângulo em cujo interior há uma linha grossa que representa a barra de terra da rede e um ponto marcado P que representa o ponto da rede em que ocorre a falta. A rede de seqüência positiva contém forças eletromotrizes que representam as tensões internas das máquinas.

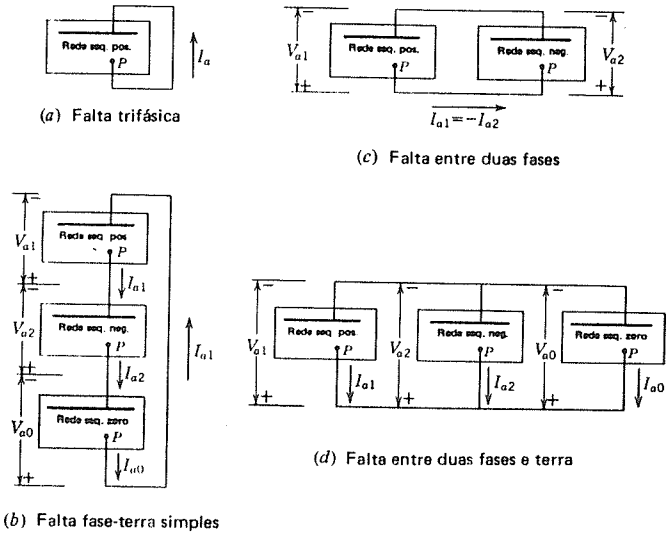


Figura 12.13 Conexões das redes de seqüência para simular vários tipos de faltas. As redes de seqüência são indicadas por retângulos. O ponto no qual a falta ocorre é P.

Se as fems em uma rede de seqüência positiva como aquela mostrada na Figura 12.14*a* forem substituídas por curto-circuitos, a impedância entre o ponto de falta P e a barra de referência será a impedância de seqüência positiva Z_1 nas equações desenvolvidas para faltas em um sistema de potência e será, também, a impedância em série do equivalente do Thévenin da rede entre P e a barra de referência. Se a tensão V_f for conectada em série com esta rede de seqüência positiva modificada, o circuito resultante, mostrado na Figura 12.14*b*, será o equivalente de Thévenin da rede de seqüência positiva original. Os circuitos mostrados nas Figuras 12.14*a* e *b* são equivalentes somente em seus efeitos sobre qualquer conexão externa feita entre P e a barra de referência das redes originais. Podemos ver com facilidade que nenhuma corrente

flui pelos ramos do circuito equivalente na ausência de conexão externa, mas haverá fluxo de corrente nos ramos da rede de seqüência positiva original se existir diferença de fase ou de amplitude entre as duas forças eletromotrizes da rede. Na Figura 12.14*a*, a corrente que circula nos ramos na ausência de uma conexão externa é a corrente de carga pré-falta.

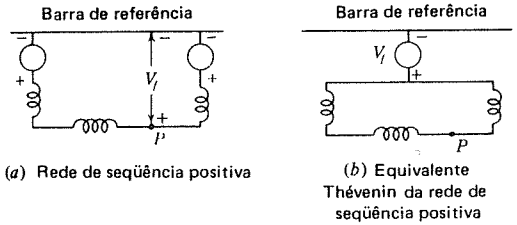


Figura 12.14 Rede de seqüência positiva e seu equivalente Thévenin.

Quando as outras redes de seqüência são conectadas com a rede de seqüência positiva da Figura 12.14*a* ou sua equivalente mostrada na Figura 12.14*b*, a corrente que sai da rede ou de seu equivalente é I_{a1} e a tensão entre o ponto P e a barra de referência é V_{a1}. Com uma conexão externa como esta, a corrente em qualquer ramo da rede de seqüência positiva original será a corrente de seqüência positiva da fase a durante a falta. Deve ser incluída a componente pré-falta desta corrente. A corrente em qualquer ramo do equivalente de Thévenin da Figura 12.14*b*, no entanto, é somente a porção da corrente de seqüência positiva real obtida, repartindo I_{a1} da falta entre os ramos, de acordo com suas impedâncias, e não inclui a componente pré-falta.

Um método alternativo para o estudo de faltas assimétricas é a utilização da matriz de impedância de barras. Discutiremos este método após olharmos o exemplo seguinte, para nos tornarmos mais familiarizados com as redes de seqüência.

Exemplo 12.4 Um grupo de motores síncronos idênticos é conectado através de um transformador a uma barra 4,16 kV em local afastado das usinas geradoras de um sistema de potência. Os motores são de 600 V e operam com rendimento de 89,5% quando em plena carga com fator de potência unitário e tensão nominal. A soma de suas potências de saída é de 4.476 kW (6.000 HP). As reatâncias em p.u. de cada motor com base em seus próprios kVA nominais de entrada são $X'' = 0{,}20$, $X_2 = 0{,}20$ e $X_0 = 0{,}04$ e cada um está aterrado através de uma reatância de 0,02 por-unidade. Os motores estão conectados ao barramento de 4,16 kV através de um banco de transformadores composto de três unidades monofásicas, cada uma com 2.400/600 V, 2.500 kVA. Os enrolamentos de 600 V são ligados em Δ para os motores e os enrolamentos de 2.400 V são conectados em Y. A reatância de dispersão de cada transformador é de 10%.

O sistema de potência que fornece os 4,16 kV para o barramento é representado por um gerador equivalente de Thévenin de 7.500 kVA, 4,16 kV, com reatâncias de $X'' = X_2 = 0{,}10$ p.u., $X_0 = 0{,}05$ p.u.; e X_n entre neutro e terra igual a 0,05 p.u.

Cada um dos motores idênticos está alimentando uma parcela igual de uma carga total de 3.730 kW (5.000 HP) e está operando com tensão nominal, com fator de potência de 85% atrasado e com rendimento de 88% quando ocorre uma falta fase-terra no lado de baixa tensão

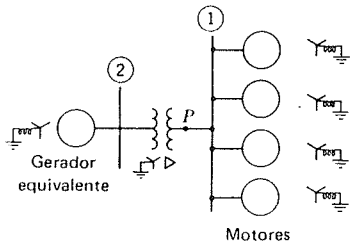


Figura 12.15 Diagrama unifilar do sistema do Exemplo 12.4.

do banco de transformadores. Trate o grupo de motores como um único motor equivalente. Desenhe as redes de seqüência, mostrando os valores das impedâncias. Determine as correntes subtransitórias de linha em todas as partes do sistema, desprezando as correntes pré-falta.

Solução O diagrama unifilar do sistema é mostrado na Figura 12.15. A barra de 600 V e a barra de 4,16 kV são numeradas 1 e 2, respectivamente. Escolhamos como base os valores nominais do gerador equivalente: 7.500 kVA, 4,16 kV no barramento do sistema.

Como

$$\sqrt{3} \times 2400 = 4160 \text{ V}$$

e

$$3 \times 2500 = 7500 \text{ kVA}$$

os valores trifásicos nominais do transformador são 7.500 kVA, 4.160Y/600ΔV. Portanto, a base para o circuito dos motores é 7.500 kVA, 600 V.

A potência nominal de entrada do motor equivalente único é

$$\frac{6000 \times 0{,}746}{0{,}895} = 5000 \text{ kVA}$$

e as reatâncias do motor equivalente em percentagem são as mesmas na base da potência combinada bem como as reatâncias dos motores individuais na base de potência individual de cada motor. As reatâncias do motor equivalente na base selecionada são

$$X'' = 0{,}2 \frac{7500}{5000} = 0{,}3 \text{ p.u.}$$

$$X_2 = 0{,}2 \frac{7500}{5000} = 0{,}3 \text{ p.u.}$$

$$X_0 = 0{,}04 \frac{7500}{5000} = 0{,}06 \text{ p.u.}$$

A reatância na rede de seqüência zero, para considerar a reatância entre o neutro e terra no motor equivalente, é

$$3X_n = 3 \times 0{,}02 \frac{7500}{5000} = 0{,}09 \text{ p.u.}$$

Para o gerador equivalente, a reatância entre o neutro e a terra na rede de seqüência zero é

$$3X_n = 3 \times 0{,}05 = 0{,}15 \text{ p.u.}$$

A Figura 12.16 mostra a conexão das redes de seqüência. As reatâncias são mostradas em por-unidade.

Como os motores estão operando com tensão nominal igual à tensão de base no circuito do motor, a tensão pré-falta da fase a na falta é

$$V_f = 1{,}0 \text{ p.u.}$$

A corrente de base para o circuito do motor é

$$\frac{7.500.000}{\sqrt{3} \times 600} = 7217 \text{ A}$$

e a corrente real no motor é:

$$\frac{746 \times 5000}{0{,}88 \times \sqrt{3} \times 600 \times 0{,}85} = 4798 \text{ A}$$

A corrente em p.u. drenada pelo motor através da fase a antes de ocorrer a falta é

$$\frac{4798}{7217} \underline{/-\cos^{-1} 0{,}85} = 0{,}665 \underline{/-31{,}8°} = 0{,}565 - j0{,}350 \text{ p.u.}$$

Se for desprezada a corrente pré-falta, E_g'' e E_m'' serão considerados iguais a $1{,}0\underline{/0°}$, ou a rede de seqüência positiva será substituída por seu equivalente Thévenin que é mostrado na Figura 12.17. Seguem-se os cálculos

$$Z_1 = \frac{(j0{,}1 + j0{,}1)(j0{,}3)}{j(0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}3)} = j0{,}12 \text{ p.u.}$$

$$Z_2 = \frac{(j0{,}1 + j0{,}1)(j0{,}3)}{j(0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}3)} = j0{,}12 \text{ p.u.}$$

$$Z_0 = j0{,}15 \text{ p.u.}$$

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2 + Z_0} = \frac{1{,}0}{j0{,}12 + j0{,}12 + j0{,}15} = \frac{1{,}0}{j0{,}39} = -j2{,}564$$

$$I_{a2} = I_{a1} = -j2{,}564$$

$$I_{a0} = I_{a1} = -j2{,}564$$

Corrente na falta $= 3I_{a0} = 3(-j2{,}564) = -j7{,}692$ p.u. A componente de I_{a1} que flui do transformador para P é

$$\frac{-j2{,}564 \times j0{,}30}{j0{,}50} = -j1{,}538$$

e a componente de I_{a1} que flui de P para o motor é

$$\frac{-j2{,}564 \times j0{,}20}{j0{,}50} = -j1{,}026$$

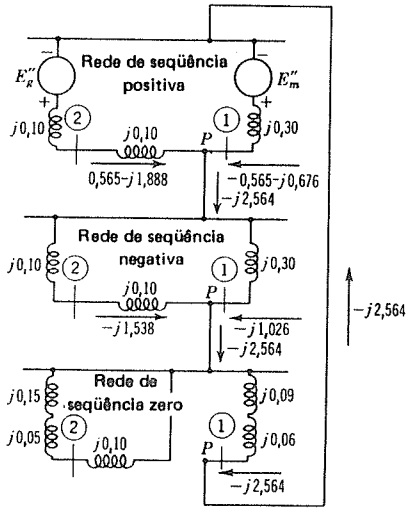


Figura 12.16 Conexão das redes de seqüência do Exemplo 12.4. As correntes subtransitórias para uma falta fase-terra simples no ponto P estão indicadas em p.u. Estão incluídas as correntes pré-falta.

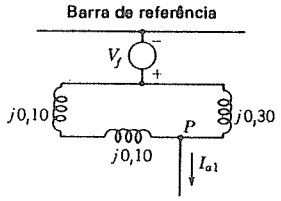


Figura 12.17 Equivalente Thévenin da rede de seqüência positiva do Exemplo 12.4.

Da mesma forma, a componente de I_{a2} do transformador é $-j1{,}538$, e a componente de I_{a2} do motor é $-j1{,}026$. Toda a corrente I_{a0} flui do motor para P. As correntes nas linhas no ponto de falta são:

do transformador para P em por-unidade:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -j1{,}538 \\ -j1{,}538 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j3{,}076 \\ j1{,}538 \\ j1{,}538 \end{bmatrix}$$

do motor para P em por-unidade:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j2{,}564 \\ -j1{,}026 \\ -j1{,}026 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j4{,}616 \\ -j1{,}538 \\ -j1{,}538 \end{bmatrix}$$

Nosso método de indicação das linhas é tal que as correntes I_{A1} e I_{A2} no lado de alta tensão do transformador estão relacionadas com as correntes I_{a1} e I_{a2} no lado de baixa tensão por

$$I_{a1} = jI_{A1} \qquad I_{a2} = -jI_{A2} \tag{12.25}$$

Assim

$$I_{A1} = -j(-j1{,}538) = -1{,}538$$
$$I_{A2} = j(-j1{,}538) = 1{,}538$$

e

$$I_{A0} = 0$$

pois não existem correntes de seqüência zero no lado de alta tensão do transformador. Então

$$I_A = I_{A1} + I_{A2} = 0$$
$$I_{B1} = a^2 I_{A1} = (-0{,}5 - j0{,}866)(-1{,}538) = \quad 0{,}769 + j1{,}332$$
$$I_{B2} = aI_{A2} = (-0{,}5 + j0{,}866)(1{,}538) \quad = -0{,}769 + j1{,}332$$
$$I_B = I_{B1} + I_{B2} \quad = \quad 0 \quad + j2{,}664 \text{ p.u.}$$
$$I_{C1} = aI_{A1} = (-0{,}5 + j0{,}866)(-1{,}538) = \quad 0{,}769 - j1{,}332$$
$$I_{C2} = a^2 I_{A2} = (-0{,}5 - j0{,}866)(1{,}538) \quad = -0{,}769 - j1{,}332$$
$$I_C = I_{C1} + I_{C2} \quad = \quad 0 \quad - j2{,}664 \text{ p.u.}$$

Se devem ser determinadas as tensões no sistema, suas componentes em qualquer ponto podem ser calculadas pelas correntes e reatâncias das redes de seqüência. Primeiro, as tensões do lado de alta tensão do transformador são calculadas sem levar em consideração o deslocamento de fase. Depois disso, o efeito do deslocamento de fase pode ser determinado.

Calculando as correntes de base nos dois lados do transformador, podemos converter os valores em por-unidade acima para ampères. A base de corrente para o circuito do motor é de 7.217 A, como já foi determinado. A base de corrente para o circuito de alta tensão é

$$\frac{7.500.000}{\sqrt{3} \times 4160} = 1041 \text{ A}$$

A corrente na falta é

$$7{,}692 \times 7217 = 55.500 \text{ A}$$

As correntes nas linhas entre o transformador e a falta são

Na linha a: $3{,}076 \times 7217 = 22.200$ A

Na linha b: $1{,}538 \times 7217 = 11.100$ A

Na linha c: $1{,}538 \times 7217 = 11.100$ A

As correntes nas linhas entre o motor e a falta são

Na linha a: $4{,}616 \times 7217 = 33.300$ A

Na linha b: $1{,}538 \times 7217 = 11.100$ A

Na linha c: $1{,}538 \times 7217 = 11.100$ A

As correntes nas linhas entre o barramento de 4,16 kV e o transformador são:

Na linha a: 0

Na linha b: $2{,}664 \times 1041 = 2773$ A

Na linha c: $2{,}664 \times 1041 = 2773$ A

As correntes que calculamos são aquelas que existiriam se os motores estivessem em vazio na ocorrência da falta. Estas correntes só serão corretas se os motores não estiverem consumindo corrente nenhuma na ocasião da falta. Entretanto, o estabelecimento do problema especifica as condições de carga no momento da falta e assim a carga pode ser considerada. Para considerar a carga, adicionamos a corrente em p.u. drenada da linha pelo motor através da fase a antes da ocorrência da falta, com a componente de I_{a1} que flui do transformador para P e subtraímos a mesma corrente da componente de I_{a1} que flui do motor para P. O novo valor da corrente de seqüência positiva do transformador para a falta na fase a é

$$0{,}565 - j0{,}350 - j1{,}538 = 0{,}565 - j1{,}888$$

e o novo valor da corrente de seqüência positiva do motor para a falta na fase a é

$$-0{,}565 + j0{,}350 - j1{,}026 = -0{,}565 - j0{,}676$$

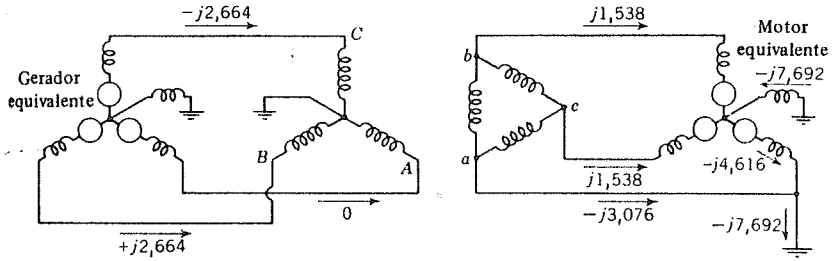


Figura 12.18 Valores por unidade das correntes subtransitórias de linha em todas as partes do sistema do Exemplo 12.4, desprezadas as correntes pré-falta.

Estes valores são mostrados na Figura 12.16. O restante dos cálculos, utilizando estes novos valores, segue a seqüência apresentada no exemplo.

A Figura 12.18 dá os valores p.u. das correntes subtransitórias de linha em todas as partes do sistema quando a falta ocorre sem carga. A Figura 12.19 mostra os valores para a ocorrência da falta no sistema quando é considerada a carga especificada no exemplo. Em um sistema muito maior, onde a corrente de falta é muito grande quando comparada com a corrente de carga, o efeito da desconsideração da corrente de carga é menor do que o indicado pela comparação das Figuras 12.18 e 12.19. Em um grande sistema, no entanto, a corrente pré-falta determinada por um estudo de fluxo de potência poderia ser simplesmente adicionada à corrente de falta encontrada com a carga desprezada.

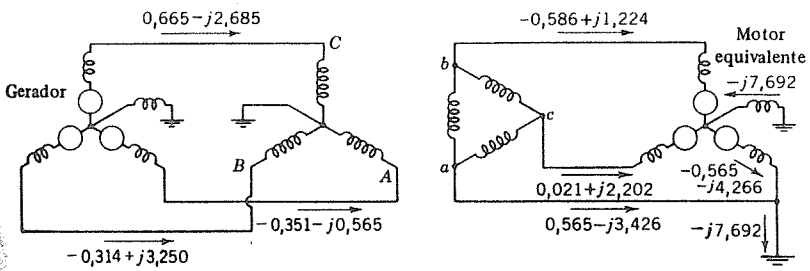


Figura 12.19 Valores por unidade das correntes subtransitórias de linha em todas as partes do sistema do Exemplo 12.4, considerando as correntes pré-falta.

12.9 ANÁLISE DE FALTAS ASSIMÉTRICAS USANDO A MATRIZ DE IMPEDÂNCIA DE BARRAS

No Capítulo 10, usamos a matriz de impedância de barras composta de impedâncias de seqüência positiva para determinar as correntes e tensões na ocorrência de uma falta trifásica. O método pode facilmente ser estendido a faltas assimétricas, notando que as redes de seqüência negativa e zero podem ser representadas por redes equivalentes de impedâncias de barras, da mesma forma que as redes de seqüência positiva. A Figura 12.20 corresponde à 12.13 e mostra a interconexão das redes de impedâncias de barra para um sistema trifásico com falta na barra 3. A rede real foi simplesmente substituída pela rede equivalente de impedâncias de barra. Os subscritos adicionados 1, 2 e 0 foram colocados nas impedâncias para identificar a rede de seqüência a que pertencem.

Um exame da Figura 12.20 mostra que, para uma falta fase-terra simples na barra 3,

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_{33-1} + Z_{33-2} + Z_{33-0}} \tag{12.26}$$

que pode ser comparada com a Equação (12.20). Obviamente, Z_{33-1}, Z_{33-2} e Z_{33-0} são iguais a Z_1, Z_2 e Z_0 da Equação (12.20) se a falta é na barra 3. As matrizes de impedância de barra de seqüência positiva, negativa e zero nos permitem ver imediatamente os valores a serem usados para Z_1, Z_2 e Z_0 nas Equações (12.20), (12.22) e (12.24). As admitâncias de transferência (não mostradas na Figura 12.20) permitem-nos calcular as tensões nas barras diferentes da barra em falta, pelas quais se pode achar as correntes de linha.

Exemplo 12.5 Determine as correntes subtransitórias para uma falta fase-terra simples primeiro na barra 1 e depois na barra 2, na rede do Exemplo 12.4. Use as matrizes de impedância de barra. Determine também as tensões ao neutro na barra 2 com falta na barra 1.

Solução Usaremos a Figura 12.16 como referência para determinarmos as matrizes de admitâncias de nós das três redes de seqüência, como segue

$$Y_{11-1} = Y_{11-2} = \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,3} = -j13,3$$

$$Y_{12-1} = Y_{12-2} = \frac{-1}{j0,1} = j10$$

$$Y_{22-1} = \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,1} = -j20$$

$$Y_{11-0} = \frac{1}{j0,15} = -j6,67 \qquad Y_{12-0} = 0$$

$$Y_{22-0} = \frac{1}{j0,2} + \frac{1}{j0,1} = -j15,0$$

$$\mathbf{Y}_{\text{barra-1}} = \mathbf{Y}_{\text{barra-2}} = j\begin{bmatrix} -13,3 & 10,0 \\ 10,0 & -20,0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{\text{bus-0}} = j\begin{bmatrix} -6,67 & 0,0 \\ 0,0 & -15,0 \end{bmatrix}$$

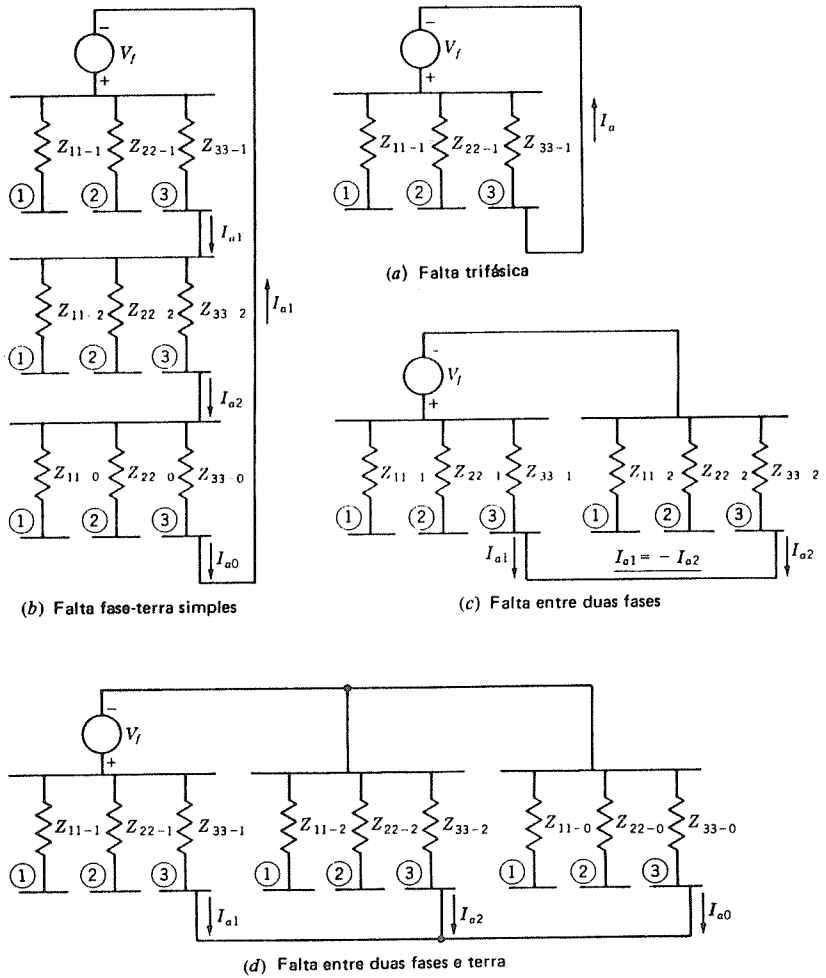


Figura 12.20 Conexão das redes de seqüência equivalentes das impedâncias de barra de um sistema de três barras para simular diversos tipos de faltas. Não são mostradas as impedâncias de transferência.

Invertendo as três matrizes acima temos as três matrizes de impedância de barras

$$Z_{\text{barra-1}} = \mathbf{Z}_{\text{barra-2}} = j\begin{vmatrix} 0{,}12 & 0{,}06 \\ 0{,}06 & 0{,}08 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{\text{barra-0}} = j\begin{vmatrix} 0{,}150 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}067 \end{vmatrix}$$

A corrente na falta sobre a barra 1 é

$$I_f'' = \frac{3 \times 1{,}0}{j0{,}12 + j0{,}12 + j0{,}15} = -j7{,}692 \text{ p.u.}$$

que coincide com o valor encontrado no Exemplo 12.4. Se a falta for na barra 2,

$$I_f'' = \frac{3 \times 1{,}0}{j0{,}08 + j0{,}08 + j0{,}067} = -j13{,}216 \text{ p.u.}$$

Para obtermos as tensões ao neutro na barra 2, com a falta na barra 1, observamos primeiro que

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{-j7{,}692}{3} = -j2{,}564$$

Estudando a Figura 12.20 e imaginando presentes as impedâncias de transferência, vemos que na barra 2 com falta na barra 1 e *desprezando o deslocamento de fase*, as componentes de seqüência de tensão ficam

$$V_{a1} = V_f - I_{a1} Z_{21-1} = 1 - (-j2{,}564)(j0{,}06) = 0{,}8462$$

$$V_{a2} = -I_{a2} Z_{21-2} = -(-j2{,}564)(j0{,}06) = -0{,}1538$$

e, como $Z_{21-0} = 0$,

$$V_{a0} = 0$$

Considerando o deslocamento de fase, temos pela Equação (11.23)

$$V_{A1} = -jV_{a1} = -j0{,}8462$$

$$V_{A2} = jV_{a2} = -j0{,}1538$$

$$V_A = V_{A1} + V_{A2} = -j0{,}8462 - j0{,}1538 = 0 - j1{,}000 \text{ p.u.}$$

$$V_B = a^2 V_{A1} + aV_{A2} = j0{,}4231 - 0{,}7328 + j0{,}0769 + 0{,}1332$$

$$= -0{,}600 + j0{,}500 \text{ p.u.}$$

$$V_C = aV_{A1} + a^2 V_{A2} = j0{,}4231 + 0{,}7328 + j0{,}0769 - 0{,}1332$$

$$= 0{,}600 + j0{,}500 \text{ p.u.}$$

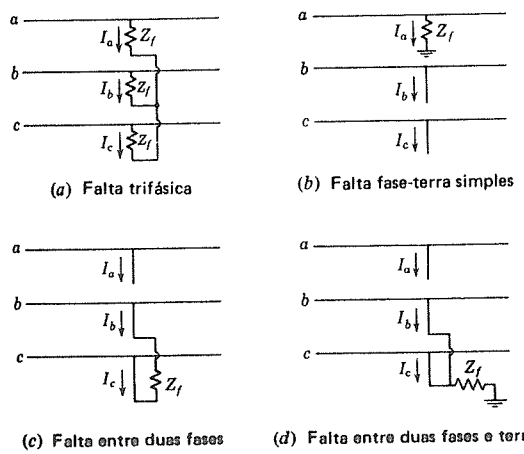
Todos os valores em por-unidade estão numa base entre fase e neutro. Um exame da Figura 12.18 mostrará por que a amplitude de V_A é 1,0.

Embora o método de solução com o uso da matriz impedância de barras não pareça ter muita vantagem sobre o método do Exemplo 12.4 nesta rede muito simples, ele nos fornece a corrente de falta em cada uma das barras. Para uma rede extensa, o método é indicado para uso com computador digital, que pode construir diretamente a matriz de impedâncias de barras e também adicionar ou remover com muita facilidade uma ou mais linhas do sistema. Portanto, com a matriz de impedâncias de barras para cada rede de seqüência, todos os métodos empregados nos computadores digitais para a solução de faltas simétricas trifásicas podem ser estendidos para faltas simétricas.

12.10 FALTAS ATRAVÉS DE UMA IMPEDÂNCIA

Todas as faltas discutidas nas seções precedentes consistem em curto-circuitos diretos entre linhas e em uma ou duas linhas para a terra. Embora um curto-circuito direto destes resulte no mais alto valor de corrente de falta e seja, portanto, o mais conservativo para uso na determinação dos efeitos de faltas previstas, o valor da impedância de falta é raramente igual a zero. A maioria das faltas resulta de descargas através dos isoladores, onde a impedância entre a linha e a terra depende das resistências do arco, da própria torre e da sapata da torre quando não são usados condutores de terra. As resistências das sapatas da torre formam a parte principal da resistência entre a linha e a terra e dependem das condições do solo. A resistência do solo seco é 10 a 100 vezes maior do que a do solo encharcado. Na Figura 12.21, são mostradas as conexões dos fios hipotéticos para faltas através de impedâncias.

Uma sistema equilibrado permanece simétrico após a ocorrência de uma *falta trifásica* que tenha a mesma impedância entre cada linha e um ponto comum. Circularão apenas correntes



(*a*) Falta trifásica (*b*) Falta fase-terra simples

(*c*) Falta entre duas fases (*d*) Falta entre duas fases e terra

Figura 12.21 Diagramas de ligações dos fios hipotéticos para diversos tipos de faltas através de impedância.

de seqüência positiva. Com a impedância de falta Z_f igual em todas as fases, como se vê na Figura 12.21*a*, a tensão na falta é

$$V_a = I_a Z_f$$

e, como circulam apenas correntes de seqüência positiva,

$$V_{a1} = I_{a1} Z_f = V_f - I_{a1} Z_1$$

e

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_f} \tag{12.27}$$

A conexão da rede de seqüência é mostrada na Figura 12.22*a*.

Pode ser feita uma dedução formal para as faltas *fase-terra simples* e *entre duas fases e terra* mostradas nas Figuras 12.21*b* e *d*, mas encontraremos a conexão correta das redes de seqüência por comparação com as faltas sem impedância. Consideremos um gerador com todos os terminais em aberto e com o neutro aterrado. Neste gerador, uma falta fase-terra simples ou entre duas fases e terra, através de uma impedância Z_f, não difere, no que diz respeito à corrente de falta, do mesmo tipo de falta sem impedância mas com Z_f conectado entre o neutro do gerador e a terra. Para considerar uma impedância Z_f no neutro de um gerador, acrescentamos $3Z_f$ à rede de seqüência zero. O teorema de Thévenin permite-nos aplicar o mesmo tipo de raciocínio para estes tipos de faltas em um sistema de potência, e assim mostramos na Figura 12.22*b* e *d* as conexões das redes de seqüência para uma falta fase-terra simples e para uma falta entre duas fases e terra. Por estas figuras, para uma falta fase-terra simples através de Z_f.

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0}$$

$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_f} \tag{12.28}$$

e para uma falta entre duas fases e terra através de Z_f

$$V_{a1} = V_{a2}$$

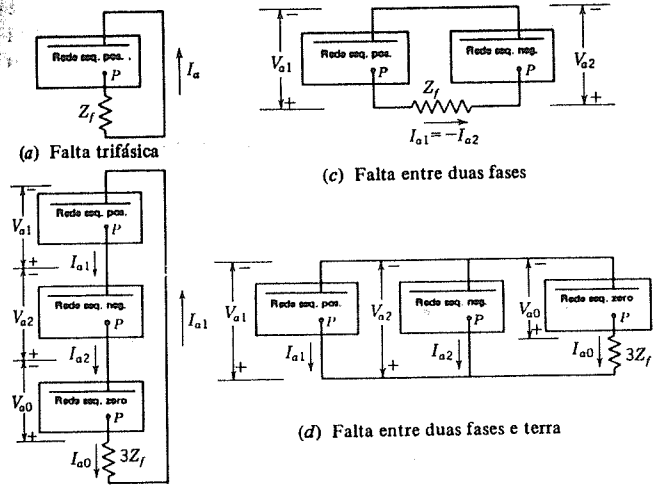
$$I_{a1} = \frac{V_f}{Z_1 + Z_2(Z_0 + 3Z_f)/(Z_2 + Z_0 + 3Z_f)} \tag{12.29}$$

Uma falta linha-linha é mostrada na Figura 12.21*c*. As condições na falta são

$$I_a = 0 \qquad I_b = -I_c \qquad V_c = V_b - I_b Z_f$$

I_a, I_b e I_c guardam entre si as mesmas relações que apresentavam na falta linha-linha sem impedância. Portanto,

$$I_{a1} = -I_{a2}$$



(*a*) Falta trifásica

(*c*) Falta entre duas fases

(*b*) Falta fase-terra simples

(*d*) Falta entre duas fases e terra

Figura 12.22 Conexão das redes de seqüência para simular diversos tipos de faltas através de uma impedância no ponto *P*.

As componentes de seqüência da tensão serão dadas por

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_b - I_b Z_f \end{bmatrix} \tag{12.30}$$

ou

$$3V_{a1} = V_a + (a + a^2)V_b - a^2 I_b Z_f \tag{12.31}$$

$$3V_{a2} = V_a + (a + a^2)V_b - a I_b Z_f \tag{12.32}$$

portanto

$$3(V_{a1} - V_{a2}) = (a - a^2)I_b Z_f = j\sqrt{3}\, I_b Z_f \tag{12.33}$$

Como $I_{a1} = -I_{a2}$,

$$I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2} = (a^2 - a)I_{a1} = -j\sqrt{3}\, I_{a1} \tag{12.34}$$

e, após entrarmos com o valor de I_b da Equação (12.34) na Equação (12.33), obtemos

$$V_{a1} - V_{a2} = I_{a1} Z_f \tag{12.35}$$

De acordo com a Equação (12.35), para que sejam preenchidos os requisitos da falta, faz-se necessária a inserção de Z_f entre os pontos de falta nas redes de seqüência positiva e negativa. As conexões das redes de seqüência para falta linha-linha através de uma impedância são mostradas na Figura 12.22*c*. É evidente que a matriz de impedâncias de barra pode ser usada com vantagem para a determinação de Z_1, Z_2 e Z_0 das equações (12.27), (12.28), (12.29) e (12.35).

As faltas através de impedâncias são semelhantes a cargas monofásicas. A impedância Z_f de uma falta fase-terra simples é equivalente à conexão de uma carga monofásica Z_f entre a linha *a* e o neutro. A impedância Z_f da falta linha-linha é equivalente à conexão de uma carga monofásica Z_f entre as linhas *b* e *c*.

12.11 CÁLCULO DE CORRENTES DE FALTA POR COMPUTADOR

Os modernos programas computacionais para o cálculo de correntes de falta são usualmente baseados na matriz de impedâncias de barras. Normalmente, apenas as faltas trifásica e fase-terra simples são estudadas. Como as ampliações de disjuntores são feitas de acordo com a corrente de curto-circuito simétrico que deve ser interrompida, esta corrente é calculada para os dois tipos de falta. A listagem inclui a corrente total na falta e as contribuições de cada linha. Também, são apresentados estes valores quando cada linha é desconectada da barra em falta com todas as outras ainda em operação.

O programa utiliza a relação de dados das linhas e de suas impedâncias, como são fornecidas para o programa de fluxo de carga, incluindo a reatância apropriada de cada máquina para a formação das matrizes de impedâncias de seqüências positiva e zero. No que se refere a impedâncias, a rede de seqüência negativa é idêntica à de seqüência positiva. Portanto, para uma falta fase-terra simples na barra 1, I_{a1} é calculada em p.u., dividindo 1,0 pela soma de $2.Z_{11-1}$ com Z_{11-0}.

As tensões de barras são incluídas na listagem do computador, se for pedido, da mesma forma que as correntes nas outras linhas além das conectadas à barra em falta, pois esta informação pode ser facilmente obtida através da matriz de impedâncias de barras.

PROBLEMAS

12.1 Os valores nominais de um turbo-gerador de 60 Hz são 500 MVA, 22 kV. Ele é conectado em Y, solidamente aterrado e está operando em vazio com tensão nominal. Ele está isolado do restante do sistema. Suas reatâncias são $X'' = X_2 = 0{,}15$ e $X_0 = 0{,}05$ p.u. Determine a razão entre a corrente subtransitória de linha para uma falta fase-terra e a corrente subtransitória de linha para uma falta trifásica.

12.2 Determine a razão entre a corrente subtransitória de linha para uma falta linha-linha e a corrente subtransitória para uma falta trifásica simétrica do gerador do Problema 12.1.

12.3 Determine o valor da reatância indutiva em ohms que deve ser inserida no aterramento do neutro do gerador do Problema 12.1 para limitar a corrente subtransitória de linha para uma falta fase-terra ao valor da corrente para uma falta trifásica.

12.4 Com a reatância indutiva obtida no Problema 12.3 inserida no neutro do gerador do Problema 12.1, encontre as razões entre as correntes subtransitórias de linha para as faltas seguintes e a corrente subtransitória de linha para uma falta trifásica: (*a*) falta fase-terra; (*b*) falta linha-linha; (*c*) falta linha-linha-terra.

12.5 Qual o valor da resistência em ohms que conectada ao neutro do gerador do Problema 12.1 limitaria a corrente subtransitória de linha para uma falta fase-terra ao valor obtido para a falta trifásica?

12.6 Um gerador de 100 MVA, 20 kV, tem $X'' = X_2 = 20\%$ e $X_0 = 5\%$. Seu neutro é aterrado através de um reator de 0,32 ohms. O gerador, previamente operando com tensão nominal sem carga, é desconectado do sistema quando ocorre uma falta fase-terra em seus terminais. Determine a corrente subtransitória na fase em falta.

12.7 Um turbo-gerador de 100 MVA, 18 kV, tendo $X'' = X_2 = 20\%$ e $X_0 = 5\%$, está para ser conectado a um sistema de potência. O gerador possui um reator limitante de corrente de 0,162 ohms no neutro. Antes de ser conectado ao sistema, sua tensão é ajustada para 16 kV quando ocorre uma falta linha-linha-terra nos terminais *b* e *c*. Obtenha o valor eficaz da corrente simétrica inicial para a terra e na linha *b*.

12.8 As reatâncias de um gerador de 100 MVA, 20 kV são $X'' = X_2 = 20\%$ e $X_0 = 5\%$. O gerador está conectado a um transformador Δ-Y de 100 MVA, 20Δ-230Y kV, com uma reatância de 10%. O neutro do transformador está solidamente aterrado. Quando a tensão terminal do gerador é de 20 kV, ocorre no transformador uma falta fase-terra no lado de alta tensão que estava em aberto. Determine o valor eficaz inicial das correntes simétricas em todas as fases do gerador.

12.9 Um gerador alimenta um motor através de um transformador Y-Δ. O gerador está conectado ao lado Y do transformador. Ocorre uma falta entre os terminais do motor e do transformador. As componentes simétricas da corrente subtransitória do motor para a falta são $I_{a1} = -0{,}8 - j\,2{,}6$ p.u., $I_{a2} = -j\,2{,}0$ p.u. e $I_{a0} = -j\,3{,}0$ p.u. Do transformador para a falta são $I_{a1} = 0{,}8 - j0{,}4$ p.u , $I_{a2} = -j\,1{,}0$ p.u. e $I_{a0} = 0$. Suponha $X'' = X_2$ para ambos o motor e o gerador. Descreva o tipo de falta. Determine (*a*) a corrente antes da falta, se existe, na linha *a*; (*b*) a corrente subtransitória em p.u., e (*c*) a corrente subtransitória em cada fase do gerador em p.u.

12.10 Calcule as correntes subtransitórias em todas as partes do sistema do Exemplo 12.4, desprezando a corrente antes da falta e supondo uma falta linha-linha no lado de baixa tensão do transformador.

12.11 Repita o Problema 12.10 para uma falta linha-linha-terra.

12.12 As máquinas conectadas às duas barras de alta tensão, mostradas no diagrama unifilar da Figura 12.23, são de 100 MVA, 20 kV com reatâncias de $X'' = X_2 = 20\%$ e $X_0 = 4\%$. Cada transformador trifásico é de 100 MVA, 345Y/20ΔkV, reatância de dispersão de 8%. Numa base de 100 MVA, 345 kV, as reatâncias da linha de transmissão têm os valores de $X_1 = X_2 = 15\%$ e $X_0 = 50\%$. Determine a matriz 2×2 de impedâncias de barras para cada uma das três redes

de seqüência. Se não existe corrente na rede, encontre a corrente subtransitória para a terra no caso de uma falta linha-linha-terra nas linhas B e C na barra 1. Repita para uma falta na barra 2. Quando a falta for na barra 2, determine a corrente na fase b da máquina 2 se as linhas forem denominadas de forma que V_{A1} e V_{a1} estejam defasados em 90°. Se as fases forem denominadas de modo que I_{A1} esteja 30° à frente de I_{a1}, qual letra (a, b ou c) identificaria a fase da máquina 2 que levaria a corrente obtida para a fase b acima?

12.13 Dois geradores G_1 e G_2 são conectados através dos transformadores T_1 e T_2 a um barramento de alta tensão que alimenta uma linha de transmissão. A linha está em aberto no extremo distante dos transformadores, no qual ocorre uma falta. A tensão pré-falta no ponto de falta é de 515 kV. Os valores nominais e as reatâncias dos equipamentos são:

G_1 – 1000 MVA, 20 kV, $X_s = 100\%$ $X'' = X_2 = 10\%$ $X_0 = 5\%$

G_2 – 800 MVA, 22 kV, $X_s = 120\%$ $X'' = X_2 = 15\%$ $X_0 = 8\%$

T_1 – 1000 MVA, 500Y/20Δ kV, $X = 17.5\%$

T_2 – 800 MVA, 500Y/22Y kV, $X = 16.0\%$

Linha – $X_1 = 15\%$, $X_0 = 40\%$ na base de 1500 MVA, 500 kV

O neutro de G_1 está aterrado através de uma reatância de 0,04 Ω. O neutro de G_2 não está aterrado. Os neutros de todos os transformadores estão solidamente aterrados. Trabalhando com uma base de 1.000 mVA, 500 kV na linha de transmissão e desprezando a corrente pré-falta, determine a corrente subtransitória (a) na fase c de G_1 para uma falta trifásica, (b) na fase B no ponto F para uma falta linha-linha nas linhas B e C, (c) na fase A no ponto E para uma falta fase-terra na linha A, e (d) na fase c de G_2 para uma falta fase-terra na linha A. Admita que V_{A1} precede V_{a1} de 90° em T_1.

12.14 Para a rede mostrada na Figura 10.18, encontre a corrente subtransitória em p.u. (a) em uma falta fase-terra simples na barra 2, e (b) na fase em falta da linha 1-2. Admita que não havia corrente antes da falta e que a tensão pré-falta em todas as barras é de 1,0 p.u. Ambos os geradores são conectados em Y. Os transformadores estão nos finais de cada linha de transmissão no sistema e são conectados em Y-Y com neutros aterrados exceto pelos transformadores que conectam as linhas à barra 3, que são Y-Δ com o neutro do lado Y solidamente aterrado. Os lados em Δ dos transformadores Y-Δ são conectados à barra 3. Todas as reatâncias de linhas mostradas na Figura 10.18 entre as barras incluem as reatâncias dos transformadores. Os valores das reatâncias de seqüência zero para estas linhas, incluindo os transformadores, são o dobro dos mostrados na Figura 10.18. As reatâncias de seqüência zero dos geradores conectados às barras 1 e 3 são de 0,04 e 0,08 p.u., respectivamente. O neutro do gerador da barra 1 é ligado à terra através de um reator de 0,02 p.u., e o neutro do gerador da barra 3 não está conectado à terra.

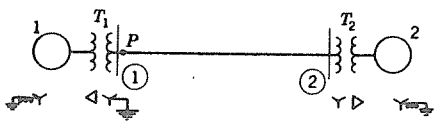


Figura 12.23 Circuito para o Problema 12.12.

12.15 Encontre a corrente subtransitória em p.u. em uma falta linha-linha na barra 2 da rede do Exemplo 8.1. Despreze a resistência e a corrente pré-falta, admitindo que todas as barras tenham 1,0 p.u. de tensão antes da falta, e faça uso dos cálculos, já realizados no Exemplo 10.4. Encontre as correntes também nas linhas 1-2 e 3-2. Admita que as linhas 1-2 e 3-2 estejam conectadas diretamente à barra 2, em vez de ser através de transformadores e que as reatâncias de seqüência positiva e negativa sejam idênticas.

CAPÍTULO
13

PROTEÇÃO DE SISTEMAS

Juntamente com o estudo de transitórios de linhas de transmissão feito no Capítulo 5, discutimos brevemente a proteção de dispositivos e máquinas contra surtos resultantes de descargas atmosféricas e de chaveamento. Os defeitos nos dispositivos devidos a surtos ou outras causas levam a falhas em sistemas de potência. Agora, após termos estudado as falhas simétricas e assimétricas que podem ocorrer em um sistema de potência e sabendo como calcular as correntes e tensões que existem durante os curto-circuitos, estamos preparados para estudar a proteção de um sistema pela isolação da porção em falha. Embora a ocorrência de curto-circuitos seja um evento um tanto raro, é de suma importância que sejam tomadas medidas que visem a remover o mais rápido possível os curto-circuitos de um sistema. Nos modernos sistemas de potência este processo de remoção de um curto-circuito é feito automaticamente, isto é, sem a intervenção do homem. O equipamento que realiza este trabalho é coletivamente chamado *sistema de proteção*. Daremos maior ênfase à proteção de transformadores e de linhas de transmissão para desenvolver alguns princípios básicos, mas também discutiremos um método que é utilizado para a proteção de geradores, de motores e de barramentos. Um tratamento extensivo de sistemas de proteção está fora do escopo deste livro.

Estritamente falando, uma falha é qualquer estado anormal de um sistema, de modo que em geral as falhas são constituídas de curto-circuitos e de circuitos abertos. Limitaremos nosso estudo às falhas que sejam de curto-circuitos. As falhas constituídas de circuitos abertos são mais raras que as de curto-circuito e, freqüentemente, são transformadas em curto-circuitos após alguma seqüência de eventos. Em termos da seriedade dos efeitos de uma falha, os curto-circuitos são muito mais importantes do que os circuitos abertos, embora alguns destes possam trazer um certo perigo em potencial para as pessoas.

Vários dos efeitos indesejáveis, citados abaixo, podem ocorrer, se for permitido que um curto-circuito persista por um tempo excessivo em um sistema de potência:

1. Redução da margem de estabilidade do sistema, que é um assunto discutido no Capítulo 14.

2. Dano ao equipamento que está na vizinhança da falha, devido às correntes pesadas, às correntes desequilibradas ou às baixas tensões produzidas pelo curto-circuito.
3. Explosões que podem ocorrer em equipamentos que contenham óleo isolante, durante um curto-circuito, e que podem causar sérios danos ao pessoal e a outros equipamentos.
4. Desligamentos em toda a área do sistema de potência por uma sucessão de ações de proteção, tomados por diferentes sistemas de proteção, numa ocorrência conhecida como efeito cascata.

Qual destes efeitos predominará em um dado caso depende da natureza e das condições de operação do sistema de potência.

13.1 ATRIBUTOS DOS SISTEMAS DE PROTEÇÃO

A rápida eliminação da falha pelo sistema de proteção exige a operação correta de vários subsistemas do sistema de proteção. A função de cada um desses subsistemas pode ser melhor entendida pela descrição dos eventos que acontecem desde o momento da ocorrência da falha até a sua eventual eliminação do sistema de potência. Embora ocasionalmente possam ocorrer complexas falhas seqüenciais em um sistema de potência, e possam ocorrer de tempos em tempos algumas operações desusadas do sistema de proteção, dedicaremos a maior parte de nossa atenção ao caso simples da ocorrência de um curto-circuito trifásico em uma linha de transmissão e à resultante operação do sistema de proteção adequado. Consideremos o sistema mostrado na Figura 13.1. As barras 1 e 2 são os dois terminais de uma linha de transmissão. Em cada terminal da linha de transmissão mostram-se dois sistemas de proteção idênticos envolvidos por linhas tracejadas. Estes constituem o sistema de proteção da linha de transmissão 1-2. O sistema de proteção pode ser subdividido em três subsistemas:

1. Disjuntores (D)
2. Transdutores (T)
3. Relés (R)

Os disjuntores foram brevemente mencionados no Capítulo 10. Os relés são os dispositivos que detectam a falha e energizam os circuitos de disparo dos disjuntores, permitindo que estes abram os seus contatos. Os transdutores fornecem a entrada para os relés. À medida que desenvolvermos o material deste capítulo, cada um destes subsistemas será discutido.

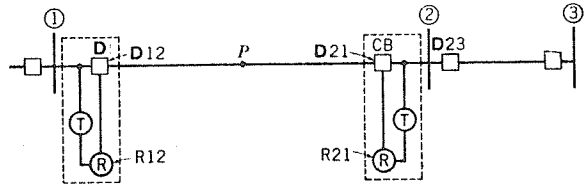


Figura 13.1 Diagrama unifilar, mostrando duas linhas de transmissão e os elementos do sistema de proteção para linha 1-2.

Usualmente adotamos uma notação de dupla numeração para a identificação de relés e disjuntores. Neste caso, a linha 1-2 da Figura 13.1 tem um disjuntor D12 no terminal da barra 1 e um disjuntor D21 no terminal da barra 2. Os relés, nestes pontos, são indicados por R12 e R21, respectivamente. Um relé R23, embora não indicado aqui, está associado a D23. Às vezes, no entanto, para os sistemas simples, torna-se mais conveniente indicar os disjuntores por letras. Por exemplo, D12 e D21 poderiam ser indicados pelas letras A e B sem indicação numérica.

Podem ser operados disjuntores separados em cada fase, ou os relés podem controlar um disjuntor trifásico que abrirá as três fases pela operação de qualquer um dos relés.

Quando ocorre uma falha em P na linha da Figura 13.1, uma corrente adicional flui de ambos os terminais da linha de transmissão para a falha, se supusermos a existência de fontes de energia em ambos os lados 1 e 2. Quando isto não ocorre, o sistema de proteção torna-se um pouco mais simples. Consideraremos posteriormente o caso da proteção de um sistema radial como este. O aumento da corrente nos terminais da linha é acompanhado por uma redução de tensão. Deve-se lembrar que as tensões e correntes de uma linha de transmissão estão nos níveis de quilovolts e quiloampères. Estes elevados níveis de sinais são impróprios para o uso pelos sistemas de proteção. Os sinais da linha de potência são convertidos a um nível mais baixo (dezenas de ampères e de volts) pelos transdutores T. Um pouco mais tarde, os transdutores serão discutidos com mais atenção.

O aumento da corrente e a diminuição da tensão, causados pela falha, podem ser utilizados para detectar a presença da falha na linha de transmissão. Os relés são os elementos lógicos do sistema de proteção. Os sinais produzidos pelos transdutores são reproduções razoavelmente fiéis das tensões e das correntes da linha de transmissão. Os relés R12 e R21 processam estes sinais de entrada e decidem se uma falha realmente ocorreu na linha de transmissão 1-2. Esta decisão é tomada em um tempo muito curto após a ocorrência da falha, tipicamente 8 a 40 milissegundos, dependendo do projeto dos relés.

A decisão, tomada pelos relés R12 e R21, de que ocorreu uma falha na linha leva à abertura dos disjuntores associados a eles, D12 e D21. Os disjuntores são o laço final no processo de remoção da falha. Eles foram brevemente mencionados no Capítulo 10. Quando o circuito de disparo de um disjuntor é energizado por seu relé, os contatos do disjuntor – que estão em série com a linha de transmissão – começam a se afastar rapidamente. Quando a corrente através dos contatos do disjuntor (a corrente de falha) chega a zero, o espaço entre os contatos passa a ser um dielétrico, e é capaz de evitar o fluxo da corrente de falha através do disjuntor. Isto leva à desconexão da linha de transmissão do restante do sistema e à eliminação da falha. Todo o processo, desde o momento do início da falha até a sua eliminação final, dura de 30 a 100 milissegundos, dependendo do tipo de sistema de proteção empregado.

Certos atributos de um relé são medidas importantes da qualidade de seu desempenho. A seqüência de eventos descrita acima indica que para realizar apropriadamente a sua função um relé deve ser rápido e confiável (isto é, seguro e seletivo). O primeiro atributo – velocidade – é auto-explicativo. Um relé deve tomar sua decisão tão rapidamente quanto possível, de forma consistente com outros requisitos colocados sobre ele. O atributo de dependência significa que o relé deveria operar consistentemente para todas as falhas para as quais foi projetado para operar, e deveria evitar a operação para qualquer outra condição do sistema. A seletividade de um relé refere-se ao requisito de que a menor porção possível de um sistema deveria ser isolada em seguida a uma falha. A seletividade pode ser ilustrada com a ajuda da Figura 13.1. Consideremos o relé

R23 conectado ao terminal 2 da linha 2-3. A corrente e a tensão injetadas neste relé também variam devido à falha em P. Este efeito da falha em P sobre o relé R23 é quase sempre descrito dizendo que o relé R23 também "vê" a falha em P. No entanto, o relé R23 deve ser seletivo, de modo a não operar para a falha em P se P estiver fora da área de responsabilidade conhecida como *alcance* deste relé. Em geral, os requisitos de confiabilidade de um relé entram em conflito com o requisito de velocidade, e deve ser feito um compromisso no projeto do sistema de proteção de modo a obter uma utilização apropriada destes atributos.

13.2 ZONAS DE PROTEÇÃO

A idéia de uma área de responsabilidade de um sistema de proteção mencionada acima tem sido formalizada pela definição de *zonas de proteção* para os diferentes sistemas de proteção. O conceito de zonas ajuda a definir os de confiabilidade para os diferentes tipos de sistemas de proteção. Explicaremos o conceito de zonas de proteção com o auxílio da Figura 13.2. Nesta figura, uma porção de um sistema de potência, consistindo em um gerador, dois transformadores, duas linhas de transmissão e três barras é representado por um diagrama unifilar. As linhas tracejadas fechadas indicam as cinco zonas de proteção nas quais este sistema de proteção é dividido. Cada zona contém um ou mais componentes do sistema de potência além de dois disjuntores. Cada disjuntor está incluído em duas zonas de proteção vizinhas. A zona 1, por exemplo, contém um gerador, seu transformador associado e as linhas de conexão entre o gerador e o transformador. A zona 3 contém uma linha de transmissão apenas. Notemos que cada uma das zonas 1 e 5 contém dois componentes do sistema de potência.

O contorno de cada zona define uma porção do sistema de potência, tal que, para uma falha em qualquer local dentro da zona, o sistema de proteção responsável por aquela zona atua de modo a isolar tudo o que está dentro daquela zona do restante do sistema. Como a isolação (ou desenergização) em condições de falha é feita por disjuntores, é claro que deve ser inserido um disjuntor em cada ponto onde é feita a conexão entre o equipamento do interior da zona com o restante do sistema. Em outras palavras, os disjuntores ajudam a definir os contornos da zona de proteção.

Um outro aspecto importante das zonas de proteção é que as zonas vizinhas sempre se sobrepõem. Esta sobreposição é necessária pois, sem ela, uma pequena parte do sistema que caísse entre as zonas vizinhas, por menor que fosse, ficaria sem proteção. Pela superposição de

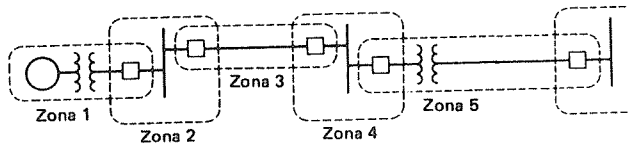
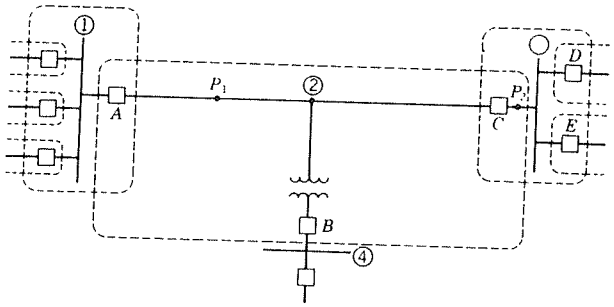


Figura 13.2 Zonas de proteção indicadas por linhas tracejadas e circundando as componentes do sistema de potência em cada zona.

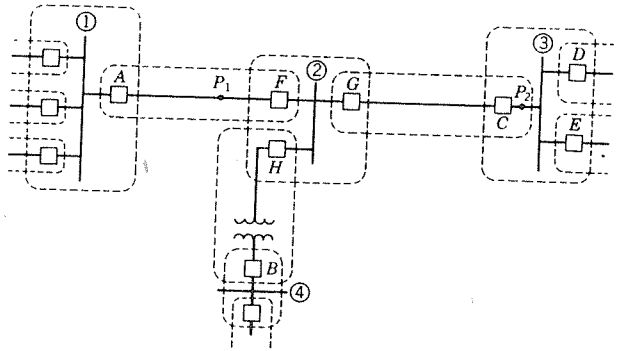
zonas vizinhas, nenhuma parte do sistema fica sem proteção, embora seja claro que se ocorrer uma falha dentro da zona de superposição, uma porção muito maior do sistema de potência (aquela correspondente a ambas as zonas envolvidas na superposição) seria isolada e colocada fora de serviço. Para minimizar esta possibilidade, a região de superposição é feita a menor possível.

Exemplo 13.1 (*a*) Consideremos o sistema de potência mostrado na Figura 13.3*a* com fontes geradoras além das barras 1, 3 e 4. Quais são as zonas de proteção nas quais este sistema poderia ser dividido? Que disjuntores operariam para falhas em P_1 e em P_2?

(*b*) Se forem adicionados três disjuntores no ponto 2, como seriam modificadas as zonas de proteção? Que disjuntores atuariam para falhas em P_1 e em P_2 nestas condições?



(*a*)



(*b*)

Figura 13.3 Diagrama unifilar para o Exemplo 13.1 indicando (*a*) as zonas originais de proteção e (*b*) zonas modificadas quando disjuntores adicionais são adicionados no barramento 2.

Solução (*a*) Usando os princípios de definição das zonas de proteção, o sistema da Figura 13.3*a* pode ser dividido em zonas como é mostrado pelas linhas tracejadas da figura. Para a falha em P_1 atuarão os disjuntores *A, B* e *C*. Para a falha em P_2, atuarão os disjuntores A, B, *C, D* e *E*.

(*b*) Se forem adicionados os três disjuntores *F, G* e *H* na barra 2 conforme é mostrado na Figura 13.3*b*, as zonas de proteção serão aquelas mostradas pelas linhas tracejadas da figura. Neste caso, os disjuntores *A* e *F* operarão para uma falha em P_1, enquanto os disjuntores *C, D, E* e *G* atuarão para uma falha em P_2. Note-se que neste caso é desenergizada uma porção muito menor do sistema após as duas falhas. Esta melhora do desempenho é obtida a expensas de três disjuntores a mais, além do equipamento de proteção associado.

13.3 TRANSDUTORES

As correntes e tensões do equipamento de potência protegido são convertidas por transformadores de corrente e de tensão em níveis para operação dos relés. Estes níveis reduzidos são necessários por duas razões: (1) o baixo nível de excitação dos relés garante um menor custo e menores dimensões na construção dos relés; (2) o pessoal que trabalha com estes relés estará trabalhando em um ambiente seguro. Em princípio estes transdutores não são diferentes dos transformadores de potência descritos no Capítulo 6. No entanto, a utilização destes transformadores é mais especializada. Por exemplo, é necessário que um transformador de corrente reproduza em seu secundário uma corrente que duplique a corrente do primário com o máximo de fidelidade possível. Ele realiza esta função muito bem. Para o transformador de potencial aplicam-se considerações equivalentes. A quantidade de potência liberada por estes transformadores é bastante modesta, pois a carga que alimentam consiste apenas em relés e medidores que podem estar em uso em um determinado instante. A carga sobre os transformadores de corrente (TCs) e sobre os transformadores de potencial (TPs) é comumente conhecida como a sua *carga*. O termo carga descreve usualmente a impedância conectada ao enrolamento secundário do transformador, mas pode especificar os voltampères liberados à carga. Por exemplo, um transformador que fornece 5 A a uma carga resistiva de 0,1 ohm também pode ser referido como tendo uma carga de 2,5 voltampères em 5 ampères.

Agora, analisaremos separadamente os transformadores de corrente e os transformadores de potencial.

1. Transformadores de corrente Na prática, existem dois tipos de transformadores de corrente. Alguns equipamentos de potência são do tipo tanque-morto, possuindo um reservatório de metal aterrado, no qual o equipamento de potência está mergulhado em um meio isolante (usualmente óleo). Como exemplos temos os transformadores de potência, os reatores e os disjuntores a óleo. Este tipo de equipamento possui buchas de isolamento, através das quais os terminais do equipamento são exteriorizados. Os transformadores de corrente são construídos no interior destas buchas e conhecidos como buchas TC. Quando não se dispõe de um desses sistemas de tanque-morto, como por exemplo em uma estação de chaveamento em EAT onde são utilizados disjuntores de tanque-vivo, são utilizados transformadores de correntes livres.

A representação esquemática de transformadores de corrente é mostrada na Figura 13.4. Usualmente, o enrolamento primário do transformador de corrente consiste em uma única

espira, que é representada na Figura 13.4 por um segmento de reta marcado ab. Esta espira única é obtida envolvendo o condutor primário por um ou mais núcleos toroidais de ferro. Os enrolamentos secundários que são marcados a' e b' na Figura 13.4 são enrolamentos de múltiplas espiras enroladas em volta do núcleo toroidal. Os pontos colocados nos terminais a e a' dos enrolamentos do transformador têm a mesma interpretação dada a um transformador comum. Quando a corrente do primário entra pelo terminal a (o terminal marcado pelo ponto), a corrente que sai pelo a' marcado pelo ponto está em fase com a corrente do primário, se for desprezada a corrente de magnetização.

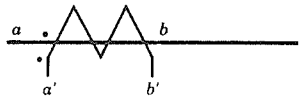


Figura 13.4 Representação esquemática para indicar as conexões de um transformador de corrente para uma linha de um sistema de potência.

Os transformadores de corrente possuem erro de rotação que para alguns tipos pode ser calculado, mas que para outros deve ser determinado por teste. O erro pode ser um pouco alto se a impedância de carga for muito elevada, mas com a seleção apropriada do TC em relação à carga, o erro pode ser limitado a um valor aceitável. Como estamos preocupados principalmente com os métodos de proteção, não discutiremos os erros dos transformadores de corrente, mas estaremos atentos a eles em nossas considerações sobre relés.

A corrente nominal dos secundários dos transformadores de corrente tem sido padronizada em 5 A, com uma segunda padronização de 1 A sendo utilizada na Europa e, com menos extensão, nos Estados Unidos. Este valor de corrente nominal do secundário dos transformadores de corrente pode ser excedido por curtos períodos de tempo, sem prejuízo para os enrolamentos. Freqüentemente, são obtidas correntes de até mais de 10 ou 20 vezes a nominal, nos secundários dos transformadores de corrente, durante curto-circuitos nos sistemas de potência.

Foram estabelecidos valores padronizados de relação de transformação de corrente para transformadores de corrente, e alguns deles são apresentados na Tabela 13.1.

Tabela 13.1 Relações de TC padronizado

Relação de Corrente	Relação de Corrente	Relação de Corrente
50:5	300:5	800:5
100:5	400:5	900:5
150:5	450:5	1000:5
200:5	500:5	1200:5
250:5	600:5	

2. Transformadores de potencial Comumente são encontrados dois tipos de transformadores de potencial em aplicações com relés. Para algumas aplicações de baixa tensão (sistemas com tensões de até uns 12 kV) são padronizados, pela indústria, transformadores com um enrolamento primário na tensão do sistema e um enrolamento secundário para 67 V (representando a tensão de fase do sistema) e de $67 \times \sqrt{3} \triangleq 116$ V (representando a tensão de linha do sistema). Este tipo de transformador de potencial é muito semelhante à um transformador de potência a múltiplos enrolamentos, e torna-se caro em tensões mais elevadas. Para tensões em níveis de AT e EAT, usa-se um circuito divisor de potencial capacitivo como é mostrado na Figura 13.5.

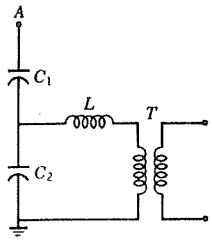


Figura 13.5 Diagrama de circuito para um transformador de potencial de acoplamento capacitivo (TPC) com uma indutância de ajuste.

Os capacitores C_1 e C_2 são ajustados a valores tais que se obtenha uma tensão de alguns quilovolts em C_2 quando o terminal A estiver ao potencial do sistema. Neste transformador de potencial de acoplamento capacitivo (TPC), a tensão obtida do capacitor é posteriormente reduzida ao nível de tensão do relé por meio de um transformador como é mostrado na Figura 13.5.

A tensão no ponto A no circuito da Figura 13.5 é essencialmente a de um barramento infinito, no que se refere aos capacitores conectados. A impedância de Thévenin olhando para o sistema através dos terminais de C_2 é $1/\omega(C_1 + C_2)$. Ajustando L de modo que ωL seja igual à impedância de Thévenin resulta em ressonância série, e a saída do TPC estará em fase com o potencial de linha sem erro de ângulo de fase introduzido na saída do TPC. O TPC é um dispositivo independente, fixado em sua própria estrutura isolada de sustentação, e encontra aplicação em sistemas de AT e EAT. Sempre que um componente de um sistema de potência possuir uma bucha através da qual passa um condutor ao potencial do sistema, como em um transformador de potência ou em certos tipos de disjuntores, pode-se dispor de uma bucha com o TPC construído em seu interior, por um pequeno custo adicional. Neste TPC, os capacitores C_1 e C_2 são construídos dentro da estrutura da bucha. Em geral, os TPCs tipo bucha possuem uma menor capacidade de alimentação de carga do que os TPCs independentes.

Geralmente, os transformadores de potencial são muito mais precisos do que os transformadores de corrente, e seus erros de relação de transformação e ângulo de fase geralmente podem ser desprezados. Por outro lado, freqüentemente é necessário dar atenção à resposta transitória dos TPCs sob condições de falta, pois são possíveis erros nestas condições. A resposta transitória dos TPCs está fora do alcance deste livro.

13.4 PROJETO LÓGICO DE RELÉS

A função de um relé é de discriminar entre uma falta dentro de sua zona de proteção e todas as outras situações do sistema. Ele deve agir (energizar as bobinas de disparo dos seus disjuntores associados) na dependência de falhas na sua zona de proteção, e garantir segurança contra falsas atuações por falhas fora destas zonas. Torna-se um relé seguro e confiável quando nele se coloca uma capacidade de decisão lógica tal que, com base na condição de seus sinais de entrada, ele seja capaz de produzir a saída correta para qualquer estado possível de seus sinais de entrada. Consideraremos agora diversas classes de relés e suas descrições funcionais lógicas. A despeito da grande variedade de relés encontrados em sistemas de potência, a maioria deles cai dentro de cinco categorias. Seu desempenho lógico pode ser definido em termos das entradas e saídas do relé, independentemente da tecnologia utilizada em sua fabricação. Para cada tipo de relé, especificaremos condições em seus sinais de entrada (usualmente tensões e correntes) e o estado correspondente da sua saída. O que interessa como saída do relé dentro de nosso contexto é a entrada injetada na bobina de atuação do disjuntor. Assim, o estado do relé será indicado como *atuação*, quando seus contatos estiverem fechados e *desarme* ou *bloqueio de operação* quando seus contatos estiverem abertos. As cinco classes de relés a serem consideradas aqui são:

1. Relés não-direcionais
2. Relés direcionais
3. Relés de distância
4. Relés diferenciais
5. Relés de fio piloto

1. Relés não-direcionais Em sua forma mais comum, estes são relés não-direcionais de corrente – ou relés de sobrecorrente. Eles respondem à amplitude de suas correntes de excitação, e atuam no sentido de fechar os contatos sempre que a amplitude da corrente exceder uma corrente determinada que é ajustável. Se um valor $|I_p|$, expresso em termos do enrolamento secundário do TC, for determinado em estudos de curto-circuito como um valor de corrente que será excedido por qualquer corrente de falha $|I_f|$ para qualquer falha ocorrida dentro da zona de proteção do relé, então para termos uma operação confiável e segura do relé, ele deve atender à seguinte descrição funcional:

$$\begin{aligned} |I_f| &> |I_p| \quad \text{disparo} \\ |I_f| &< |I_p| \quad \text{bloqueio} \end{aligned} \tag{13.1}$$

As desigualdades representadas pela Equação (13.1) são a descrição lógica de um relé de sobrecorrente e podem ser representadas graficamente por um diagrama fasorial como o que é mostrado na Figura 13.6. A amplitude $|I_p|$ da corrente é conhecida como o valor de partida do relé.

O fasor I_f da corrente de falha é desenhado em um plano complexo, tendo como referência um fasor arbitrário. O ângulo de fase da corrente de falha pode assumir qualquer valor entre 0 e 360 graus, desde que o fasor de referência seja arbitrário. Uma circunferência desenhada com a origem como centro e a amplitude da corrente de partida como raio divide o plano complexo em

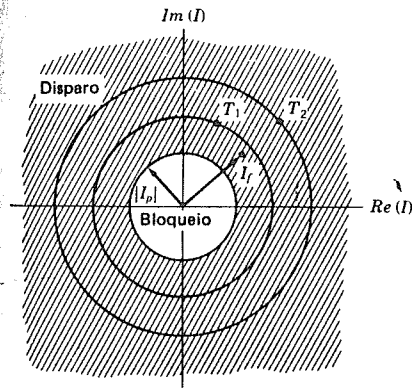


Figura 13.6 Representação gráfica das regiões de operação e bloqueio de um relé de sobrecorrente temporizada e em um plano complexo. Diagramando, o fasor de corrente da bobina de operação do relé mostrará a operação ou o bloqueio e o tempo de operação. O tempo T_2 é anterior a T_1.

duas regiões designadas atuando e bloqueando na Figura 13.6. Qualquer corrente de falha, cuja representação fasorial caia no exterior da circunferência, na região hachurada, fará com que o relé atue. Os fasores que representarem correntes de falha com amplitude menor do que $|I_p|$ cairão no interior da circunferência e resultarão em decisão de bloqueio pelo relé. Tais diagramas são muito úteis no entendimento dos relés e são muito utilizados nas literaturas sobre relés.

Conforme será ressaltado posteriormente, esta forma mais simples de um relé de sobrecorrente não se mostra suficientemente versátil na maioria dos casos. É necessário introduzir um outro parâmetro, que é o tempo necessário para que o relé atue após $|I_f|$ exceder a $|I_p|$. Poderíamos suplementar as Equações (13.1) com a equação

$$T = \phi(|I_f| - |I_p|) \qquad \text{if } |I_f| > |I_p| \tag{13.2}$$

onde T é o tempo de operação do relé, e ϕ é uma função que descreve sua dependência em relação ao valor da corrente de falha. Esta dependência funcional pode ser ilustrada pela adição de circunferências de tempo, tais como T_1 e T_2 ao diagrama fasorial, como é mostrado na Figura 13.6. A extremidade do fasor $|I_f|$ cai então sobre uma linha de tempo (ou entre duas linhas de tempo) que representa o tempo de operação para aquela corrente de falha. A Figura 13.7 apresenta o método tradicional de representação da característica de funcionamento de um relé de sobrecorrente no tempo. O ajuste $|I_p|$ da corrente de atuação do relé é feito através de tapes em seu enrolamento de excitação. Por exemplo, o relé IFC-53 (General Electric Company), cujas curvas características são apresentadas na Figura 13.7, é disponível com tapes para ajuste em 1,0, 1,2, 1,5, 2,0, 3,0, 4,0, 5,0, 6,0, 7,0, 8,0, 10,0 e 12,0 A. A função ϕ é usualmente assintótica aos valores de partida e decresce como alguma função potencial inversa da amplitude da corrente para $|I_f| > |I_p|$. As curvas características são geralmente apresentadas com múltiplos da corrente de partida em ampères como abscissa e o tempo de operação

como ordenada. Os múltiplos da corrente de partida em ampères significam a relação entre a corrente do relé e a corrente de atuação. A característica no tempo pode ser deslocada para cima e para baixo por ajustes conhecidos como ajuste de tempo. Na Figura 13.7, um ajuste de tempo de 1/2 produz a mais rápida operação do relé, enquanto um ajuste de 10 produz a mais lenta operação para uma dada corrente. Embora os ajustes de tempo sejam especificados como posicionamentos discretos, podemos obter valores intermediários entre as curvas discretas por meio de interpolação.

2. Relés direcionais Em algumas aplicações, a zona de atuação de um relé compreende todo o sistema de potência situado em apenas um lado da localização do relé. Por exemplo, consideremos o relé R21 mostrado na Figura 13.8*a*. Este relé deve operar para falhas à esquerda de sua posição e deve ficar bloqueado para todas as outras condições. Como a impedância da linha de transmissão é predominantemente reativa, as falhas à esquerda de R21 produzem correntes que saem da barra 2 em direção à barra 1, 90 graus atrasadas em relação à tensão da barra 2. Por outro lado, para falhas à direita de 2, a corrente da barra 2 para a barra 1 estará 90 graus adiantada em relação à tensão da barra 2. A operação do relé é descrita pela divisão do plano complexo do diagrama fasorial da Figura 13.8*b*, de tal forma que para todas as correntes de falta, cujos fasores estejam na região hachurada (usando a tensão da barra 2 como referência) o relé atue, e fique bloqueado para todas as outras situações. Este relé é chamado direcional porque para sua operação ele depende da orientação da corrente em relação à tensão. A grandeza que fornece o fasor de referência é chamada grandeza de polarização. Portanto, o relé direcional acima descrito utiliza uma tensão como grandeza de polarização. Algumas vezes, certos sinais de corrente podem ser utilizados como sinais de polarização. O relé pode ficar mais seletivo, definindo uma região mais estreita em torno do fasor de corrente de falta. Em geral, o princípio de operação de um relé direcional pode ser descrito por

$$\begin{aligned} &\theta_{\text{min}} > \theta_{\text{op}} > \theta_{\text{max}} \quad \text{disparo} \\ &\theta_{\text{min}} < \theta_{\text{op}} < \theta_{\text{max}} \quad \text{bloqueio} \end{aligned} \tag{13.3}$$

onde θ_{op} é o ângulo da grandeza operante medido em referência ao fasor de polarização, e $\theta_{\text{mín}}$ e $\theta_{\text{máx}}$ são os dois ângulos que definem o contorno da característica de operação.

3. Relés de distância Consideremos o relé R12 mostrado na Figura 13.9*a*. Em algumas aplicações, é necessário que o relé atue para falhas dentro de uma certa distância de sua localização e sobre qualquer uma das linhas que se origine na barra 1. A vizinhança é descrita pela distância ao longo das linhas, ou, equivalentemente, pela impedância entre a barra 1 e o local da falha. A zona de proteção é então uma região tal que toda linha que se origine da barra 1 tenha incluído na zona um comprimento com impedância menor do que o valor estabelecido Z_r. Esta condição pode ser convenientemente expressa como um requisito sobre o quociente da tensão pela corrente no ponto de localização de R12. Consideremos este quociente (que tem as dimensões de uma impedância) dado por

$$Z = \frac{V_1}{I_{12}} \tag{13.4}$$

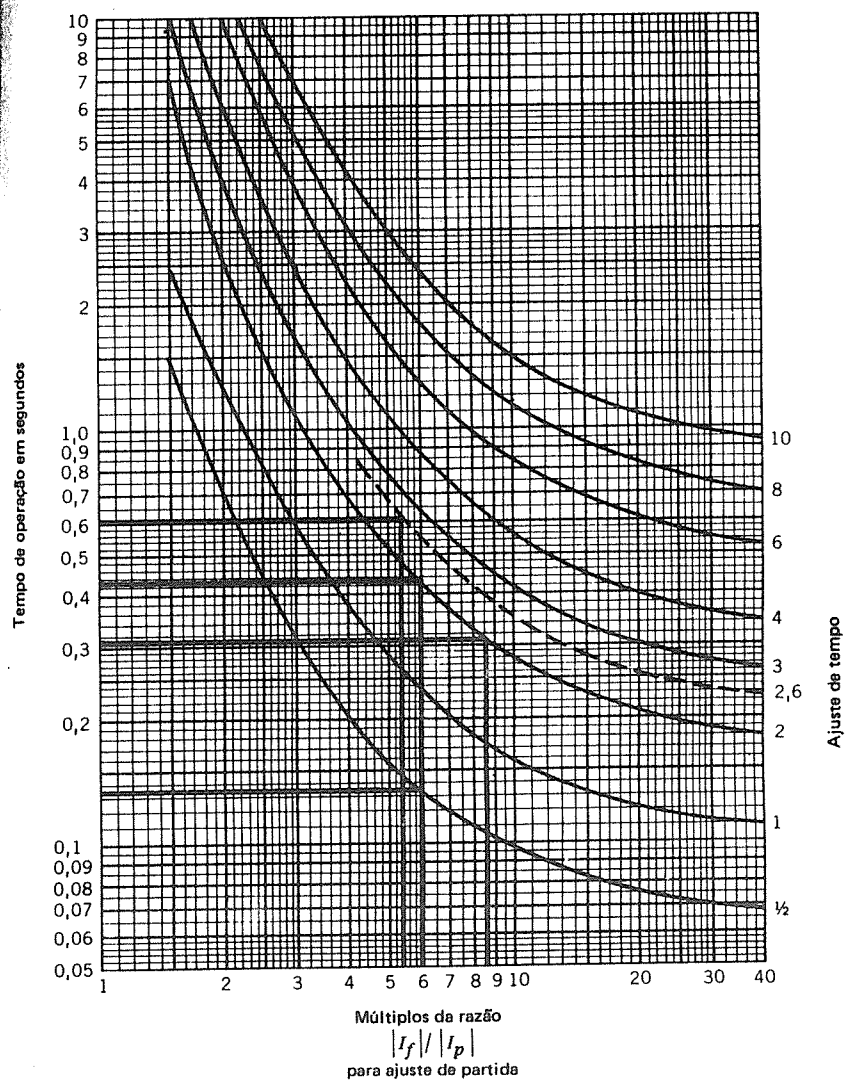


Figura 13.7 Curvas características do relé temporizado de sobrecorrente tipo IFC-53. (*Cortesia da General Electric Company.*)

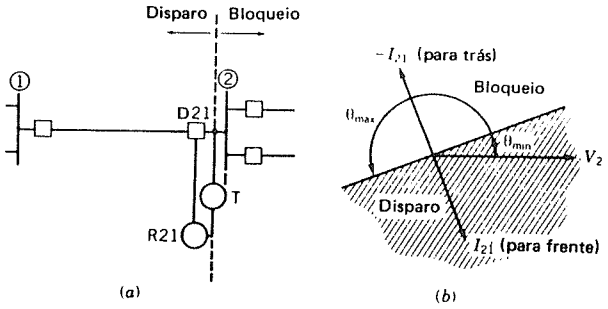


Figura 13.8 Princípio de operação de um relé direcional: (*a*) diagrama unifilar para indicar a localização e (*b*) a característica de desempenho no plano complexo.

O desempenho do relé pode ser especificado por:

$$\begin{aligned} |Z| &< |Z_r| \quad \text{disparo} \\ |Z| &> |Z_r| \quad \text{bloqueio} \end{aligned} \tag{13.5}$$

e o relé será chamado relé de impedância ou de distância. No plano complexo das impedâncias, o gráfico de $|Z_r|$ constante é uma circunferência como a da Figura 13.9*b*. Note que a impedância Z é definida na Equação (13.4) como um quociente da tensão pela corrente no relé em sua localização 1. Em condições normais do sistema este quociente será um número complexo com algum ângulo arbitrário de fase determinado pelo fator de potência da carga. Como a corrente de carga é usualmente muito menor do que a de falha, a impedância Z terá uma grande amplitude (e um ângulo de fase arbitrário) durante condições normais do sistema. Portanto, Z plotado no plano complexo em condições normais estará no exterior da circunferência de raio $|Z_r|$ e conseqüentemente o disjuntor não abrirá durante a operação normal do sistema. Sob condição de falta, Z será visto pelo relé como uma carga cuja impedância seja a da linha entre a localização do relé e a falha. O ângulo associado a Z será θ ou $\pi + \theta$, dependendo da localização da falta, se à direita ou à esquerda da barra 1 no circuito da Figura 13.9*a*.

Muitas vezes é muito útil uma modificação simples de um relé de impedância. A circunferência da Figura 13.9*b*, centrada na origem, pode ser deslocada por um valor Z' produzindo a característica do relé de impedância deslocada mostrada na Figura 13.9*c*. O desempenho deste tipo de relé é descrito por

$$\begin{aligned} |Z - Z'| &< |Z_r| \quad \text{disparo} \\ |Z - Z'| &> |Z_r| \quad \text{bloqueio} \end{aligned} \tag{13.6}$$

Selecionando $|Z'| = |Z_r|$, pode-se fazer com que a característica do relé passe pela origem. Este é o caso mostrado na Figura 13.9*c* e esta característica é chamada uma característica "mho".

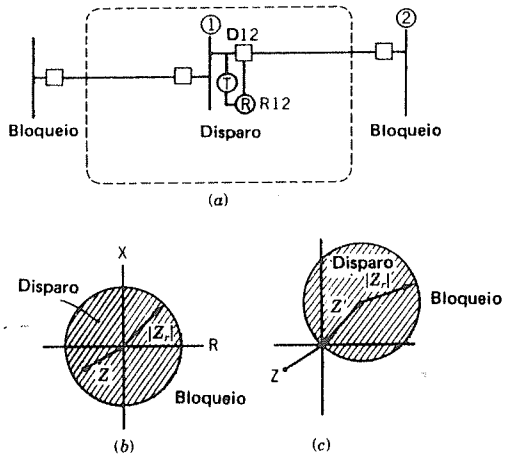


Figura 13.9 Característica de relé de impedância, indicando (*a*) zona de proteção para R12, (*b*) planos complexos nos quais a impedância medida e indicada para um relé não direcional e (*c*) para um mho relé. Tanto em (*b*) como em (*c*) a impedância indicada é aquela para uma falta à esquerda de R12.

O relé de impedância com a característica da Figura 13.9*b* não é direcional: o relé será levado a uma decisão por uma falha localizada à direita ou à esquerda de sua localização (desde que $|Z| < |Z_r|$). Um relé mho com a característica da Figura 13.9*c* é, no entanto, inerentemente direcional. Uma falha à esquerda do relé da barra 1, por mais perto que esteja da barra 1, resultará na decisão de não atuar pelo relé, porque Z, como é definido pela Equação (13.4) estará no terceiro quadrante. Posteriormente, veremos que esta é uma característica muito desejável em muitas aplicações.

4. Relés diferenciais Quando toda a zona de proteção de um relé ocupa um espaço físico relativamente pequeno próximo ao relé, é possível empregar o princípio da continuidade da corrente para implementar um esquema de releamento ou proteção muito simples e eficaz. Consideremos a zona de proteção de uma fase do enrolamento de um gerador, mostrada na Figura 13.10. Dois transformadores de corrente com igual relação de espiras são colocados nos limites da zona de proteção (dois para cada fase em uma unidade trifásica). Então, para condições normais, tanto quanto para falhas fora da zona de proteção

$$I_1 - I_2 = 0$$

enquanto para uma falha no interior da zona de proteção

$$I_1 - I_2 = I_f$$

onde I_f é a corrente de falha referida ao secundário dos transformadores de corrente. Deve-se considerar que devido aos erros dos transformadores de corrente, estas equações não serão exatas na prática. Para considerar estas imprecisões, escolhe-se um pequeno valor de corrente $|I_p|$ tal que

$$|I_1 - I_2| < |I_p|$$

para as condições normais do sistema ou para as falhas externas da zona de proteção; e

$$|I_1 - I_2| > |I_p|$$

para falhas internas. O princípio de operação do relé pode então ser definido por

$$\begin{aligned} |I_1 - I_2| &> |I_p| \quad \text{disparo} \\ |I_1 - I_2| &< |I_p| \quad \text{bloqueio} \end{aligned} \tag{13.7}$$

Se conectarmos um relé de sobrecorrente do tipo anteriormente descrito, de modo que sua bobina de operação seja a bobina 3 na posição mostrada na Figura 13.10, veremos que a corrente que passa pela bobina é $I_1 - I_2$ e que o relé protegerá o enrolamento do gerador atuando um ou mais disjuntores de acordo com o princípio do relé diferencial representado pela Equação (13.7). Muitas vezes, o erro dos transformadores de corrente discutido na Seção 13.3 cresce com o aumento das correntes I_1 e I_2. Para estes casos, é possível tornar o valor de I_p dependente do valor médio entre I_1 e I_2. Pode-se projetar um relé de tal modo que o seu princípio de operação se torne

$$\begin{aligned} |I_1 - I_2| &> k|(I_1 + I_2)|/2 \\ |I_1 - I_2| &< k|(I_1 + I_2)|/2 \end{aligned} \tag{13.8}$$

Este relé é conhecido como relé diferencial percentual. A corrente $(I_1 + I_2)/2$ é chamada corrente de restrição, e a corrente $(I_2 - I_2)$ é corrente de atuação do relé. As bobinas 1 e 2 na Figura 13.10 possuem correntes I_1 e I_2. Se um relé diferencial for construído de tal forma que as correntes nas bobinas 1 e 2 produzam um efeito oposto ao da corrente da bobina 3, este relé apresentará a característica de um relé diferencial, representada pela Equação (13.18). A importância relativa das bobinas 1 e 2 comparadas à bobina 3 é determinada pela constante k do relé diferencial percentual. Em um relé diferencial percentual eletromagnético, as bobinas 1, 2 e 3 são enroladas em um núcleo magnético comum, de tal forma que as correntes nas bobinas 1 e 2 produzam uma força magnetomotriz contrária à produzida pela corrente na bobina 3. Em um relé eletrônico a característica desejada é obtida por fatores de amplificação nos sinais apropriados.

Um relé deste tipo pode ser utilizado para proteger uma barra e, evidentemente, também um motor.

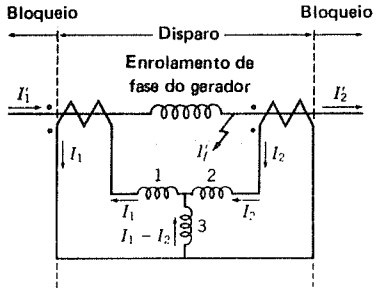


Figura 13.10 Diagrama da fiação para a proteção diferencial do enrolamento de um gerador.

5. Relés de fio piloto Os relés diferenciais acima discutidos exigem que os pontos de limites da zona de proteção estejam fisicamente próximos um do outro para que os sinais destes pontos possam ser conectados ao relé. Isto somente é possível quando a zona de proteção contém algum equipamento de potência de dimensões reduzidas, como um transformador, um gerador, ou uma barra. Quando se quer proteger uma linha de transmissão por um relé, seus terminais podem estar afastados por centenas de quilômetros, e se torna impraticável conectar os sinais das extremidades da linha de transmissão a um relé. O sistema de relé de fio piloto utiliza uma técnica de transmissão da informação dos limites de uma zona remota ao relé localizado em cada terminal. Embora não seja econômica ou tecnicamente realizável uma substituição direta de cada sinal de corrente diferencial por um canal de comunicação piloto, têm sido utilizados esquemas de transmissão equivalentes. O meio físico utilizado para os canais piloto pode ser condutor de um circuito de telefone, sinais de alta freqüência acoplados através da própria linha de transmissão (conhecidos como onda portadora), ou canais de microondas. A aplicação de relés de fio piloto será considerada na Seção 13.6.

13.5 PROTEÇÃO PRIMÁRIA E DE RETAGUARDA

No começo deste capítulo foi chamada a atenção para o fato de que um sistema de proteção possui muitos subsistemas, e o sucesso na remoção de uma falha só ocorre quando cada subsistema e cada componente funciona corretamente. Os sistemas de proteção até agora considerados são primariamente responsáveis pela remoção da falha com o máximo possível de rapidez, desenergizando, porém, a menor parcela do sistema possível. Estes sistemas de proteção são conhecidos como sistemas de proteção *primária*. Entretanto, é concebível que alguns componentes ou subsistemas de uma proteção primária possam deixar de operar de maneira correta, e é prática usual prever uma proteção de *retaguarda* que se encarregará da proteção no caso de a proteção primária designada falhar na eliminação da falha. Consideremos o sistema mostrado na Figura 13.11. Para uma falha em P, a proteção primária (principal) deve abrir os disjuntores F e G. Um método de obtenção de uma proteção de retaguarda para este sistema de proteção primária consiste em duplicá-la completamente (ou duplicar tudo que for economicamente viável), de modo que a falha de um sistema de proteção primária não evite a remoção da falha. Tal sistema

de retaguarda é chamado *primária duplicada*, por razões óbvias, e é utilizado em circuitos importantes, onde se pode justificar o custo adicional. No entanto, existem certos componentes que são inevitavelmente comuns ao circuito primário principal e ao duplicado. (Como exemplos temos os disjuntores, as baterias que operam as bobinas de disparo dos disjuntores, TCs e TPCs.) É, portanto, possível que ambas as proteções primárias sejam afetadas pela falha de um destes componentes comuns, e deve ser prevista uma proteção de retaguarda em uma localização remota onde seja diminuída a possibilidade de um modo comum de falha com o sistema de proteção primária. Esta função de proteção de retaguarda remota é facilmente incorporada ao sistema de proteção primária da localização remota. Por exemplo, suponhamos que o sistema de proteção primária na barra 1 da Figura 13.11 falhe na eliminação da falha em *P*. (Supõe-se que a barra extrema 5 atue corretamente.) Reconhecendo este defeito, podemos transferir a proteção para a responsabilidade das proteções primárias das barras 2, 3 e 4, para abrir os disjuntores *A, D* e *H*, respectivamente. Os sistemas de proteção em 2, 3 e 4, além de fornecerem proteção primária para as linhas 2-1, 3-1 e 4-1, fornecem também uma proteção de retaguarda para o sistema de proteção primária da linha 1-5 na barra 1. A operação de um sistema remoto de proteção de retaguarda elimina a operação uma porção maior do sistema, do que o faz a operação do sistema de proteção primária. No exemplo acima, as linhas 2-1, 3-1 e 4-1 são removidas juntamente com a linha originalmente em falha 1-5, quando a falha é removida pelo sistema remoto de proteção de retaguarda. O atendimento de quaisquer cargas conectadas às barras 2, 3 e 4 poderia ser afetado, e nenhum atendimento seria feito à barra 1. Como outra condição, o sistema de retaguarda deve dar ao sistema primário um tempo suficiente para atuar normalmente. Uma operação excessivamente rápida do sistema de proteção de retaguarda pode levar a uma remoção desnecessária de uma porção maior do sistema de potência. Faz-se então o sistema de retaguarda mais lento, introduzindo um retardo entre o tempo máximo para eliminação da falha pelo sistema primário e a resposta mais rápida possível do sistema de retaguarda. Este retardo é chamado *retardo de tempo de coordenação* e é necessário para coordenar a operação dos sistemas primário e de retaguarda.

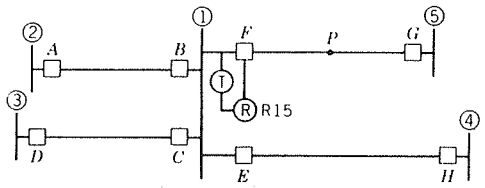


Figura 13.11 Diagrama unifilar de um sistema, tendo proteção de retaguarda.

Voltando mais uma vez à Figura 13.11 notamos que, no caso de falha da proteção primária associada à linha 1-5 na barra 1, pode ser previsto um sistema de proteção de retaguarda equivalente ao já descrito, mas para abrir os disjuntores *B, C* e *E* localizados na barra 1. Este sistema de proteção é conhecido como sistema local de proteção de retaguarda, e é geralmente previsto para atuar no caso de falha do disjuntor responsável pela eliminação da falha (no exemplo, o disjuntor *F*). Por esta razão, o sistema de proteção de retaguarda local é também conhecido

como sistema de proteção de falha de disjuntor. Como o sistema de proteção primária e o sistema de proteção de falha de disjuntor local podem utilizar em comum certos subsistemas – como as baterias – existem alguns modos de falha que são comuns aos dois sistemas, e ainda deve ser considerada essencial alguma forma de proteção de retaguarda remota para um bem dimensionado sistema de proteção.

13.6 PROTEÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

A proteção das linhas de transmissão desempenha um papel central na proteção de sistemas de potência porque as linhas de transmissão são elementos vitais de uma rede que conecta as usinas geradoras aos centros de carga. Também devido às longas distâncias percorridas pelas linhas de transmissão em campo aberto, elas estão sujeitas à maioria das falhas que ocorrem em um sistema de potência. O mais simples sistema de proteção utilizado nas tensões mais baixas consiste em fusíveis que agem como relés e disjuntores combinados. Não consideraremos proteções com fusíveis e religadores (que também são utilizados em circuitos de distribuição) neste texto. Ao contrário, concentraremos nossa atenção em linhas de transmissão de média e de alta tensão. O sistema de proteção utilizado em linhas de média tensão é algo mais simples do que aquele utilizado em linhas de AT e de EAT, as quais se encarregam da maior parte da transmissão de grandes quantidades de energia. Como a conseqüência da saída de uma linha de alta tensão é muito mais séria do que a saída de uma linha de distribuição ou de subtransmissão, a proteção da linha que transmite grande quantidade de energia é geralmente mais elaborada, com maior redundância, e mais cara.

(a) Proteção de linhas de subtransmissão A mais simples forma de sistema de proteção pode ser divisada quando o sistema geração-carga é radial. Consideremos o sistema de potência mostrado na Figura 13.12*a*. O gerador na barra 1 (que pode ser uma representação equivalente de um ou mais transformadores alimentando a barra 1 a partir de uma fonte de tensão mais elevada) alimenta as barras de carga 1, 2, 3 e 4 através de três linhas de transmissão. Este sistema é chamado

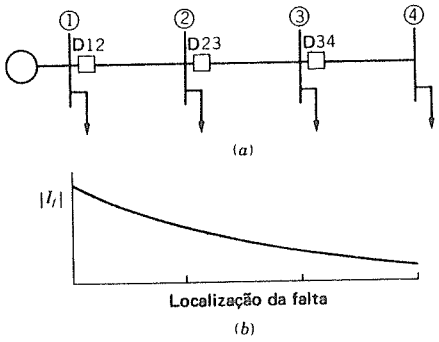


Figura 13.12 Proteção de um sistema radial: (*a*) diagrama unifilar do sistema e (*b*) curva qualitativa indicando a corrente de falta $|I_f|$ para faltas localizadas ao longo da linha.

radial porque as linhas de transmissão se irradiam a partir de uma fonte geradora para os pontos de carga. Como a fonte de potência só se encontra à esquerda de cada linha de transmissão, é suficiente colocar apenas um disjuntor para cada linha no terminal de carga. É claro que o disjuntor B12 deve ser aberto para qualquer falha na linha 1-2. Neste caso, todas as cargas das barras 2, 3 e 4 a jusante do disjuntor 1 serão interrompidas. Os relés de sobrecorrente, anteriormente descritos, podem ser utilizados para proteger as linhas de transmissão deste sistema. A corrente de falha, produzida por uma falha em qualquer das linhas, dependerá da localização da falha, e como a impedância do circuito de falha aumenta com a distância da falha ao gerador, a corrente de falha será inversamente proporcional a esta distância. A corrente de falha I_f em função da distância à barra 1 é mostrada qualitativamente na Figura 13.12*b*. Além disto, as amplitudes das correntes de falha dependerão do tipo de falha e da quantidade de geração disponível na barra 1. Por exemplo, se o gerador da barra 1 for a representação equivalente de dois transformadores em paralelo, então a corrente de falha será menor quando, por qualquer razão, um dos transformadores estiver fora de serviço. Em geral, existirá uma curva de amplitude de corrente de falha como a mostrada na Figura 13.12*b* para níveis máximos de corrente de falha (obtidos quando a máxima geração estiver em serviço e quando for considerada uma falha trifásica), e uma para níveis mínimos de corrente de falha (obtidos quando houver mínima geração em serviço e for considerada uma falha fase-fase ou fase-terra, através ou não de uma impedância para a terra). Os relés de sobrecorrente dependentes do tempo, anteriormente discutidos, podem ser utilizados para dar proteção primária a uma linha, tanto como para proteção remota de uma linha vizinha neste sistema. Os relés em cada uma das três barras 1, 2 e 3 são colocados para proteger suas linhas respectivas como relés de proteção primária, e para dar proteção remota de retaguarda para uma linha a jusante da localização do relé. Então, o relé em 1, além de fornecer proteção primária para a linha 1-2, também fornece proteção remota de retaguarda para a linha 2-3. O relé em 3 só necessita oferecer proteção primária à linha 3-4 porque não existe outra linha à direita da linha 3-4. Para fornecer proteção de retaguarda para a linha 2-3, o relé 1 deve ser ajustado de tal forma que opere com um retardo de tempo suficiente (seu retardo de tempo de coordenação) para que o relé da barra 2 opere sempre em primeiro lugar para falhas na linha 2-3. Não se considera necessário, nem é prático, oferecer proteção de retaguarda para qualquer linha após a barra 3 com o relé da barra 1. Ilustraremos estes conceitos com os seguintes exemplos numéricos.

Exemplo 13.2 A Figura 13.13 mostra uma porção de um sistema radial de 13,8 kV. O sistema pode, sob certas condições de operação, funcionar com apenas um dos dois transformadores alimentadores. Admitamos que a barra de alta tensão dos transformadores seja uma barra infinita. Deve ser projetado um sistema de proteção para falhas trifásicas e fase-fase. Na Figura 13.13 são mostradas as reatâncias das linhas e dos transformadores, sendo as dos transformadores referidas ao lado de 13,8 kV. Desprezemos as resistências e calculemos as correntes máxima e mínima de falha para uma falha na barra 5.

Solução A máxima corrente de falha ocorrerá para uma falha trifásica com ambos os transformadores em serviço. Para este caso, na barra 5

$$I_f = \frac{13.800/\sqrt{3}}{j(2{,}5 + 9{,}6 + 6{,}4 + 8{,}0 + 12{,}8)} = -j202{,}75 \text{ A}$$

A mínima corrente de falha ocorrerá com somente um transformador em serviço para uma falha fase-fase. Para uma falha trifásica com somente um transformador

$$I_f = \frac{13.800/\sqrt{3}}{j(5{,}0 + 9{,}6 + 6{,}4 + 8{,}0 + 12{,}8)} = -j190{,}6 \text{ A}$$

Entretanto, uma falha fase-fase produzirá uma corrente de falha igual a $\sqrt{3}/2$ vezes a corrente de falha trifásica. Esta relação pode ser verificada com a resolução do Problema 12.2. Portanto, a mínima corrente de falha para uma falha na barra 5 será

$$I_f = \frac{\sqrt{3}}{2}(-j190{,}6) = -j165{,}1 \text{ A}$$

Cálculos semelhantes levam às correntes mínimas e máximas de falha mostradas na Tabela 13.2.

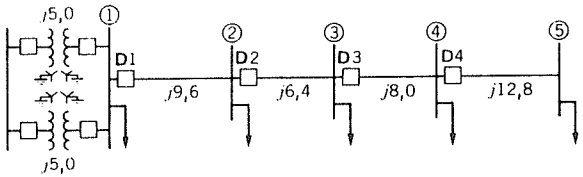


Figura 13.13 Diagrama unifilar de um sistema radial para os Exemplos 13.2 e 13.3. As reatâncias das linhas e dos transformadores estão indicadas com valores em ohms.

Tabela 13.2 Correntes máximas e mínimas de falta para o Exemplo 13.3.

Falta no barramento	1	2	3	4	5
Corrente máxima de falta, A	3187,2	658,5	430,7	300,7	202,7
Corrente mínima de falta, A	1380,0	472,6	328,6	237,9	165,1

Conforme será explanado no Exemplo 13.3, o princípio da proteção de retaguarda com relés de sobrecorrente é que qualquer relé X, na retaguarda do próximo relé a jusante Y, deve atuar

(*a*) Para um terço da corrente mínima vista por Y e

(*b*) Para a máxima corrente vista por Y e nunca antes de 0,3 s após o instante em que Y deveria atuar para aquela corrente.

Exemplo 13.3 Selecione as relações dos TCs, as posições dos ajustes (valor de partida) dos relés e os ajustes de tempo dos relés para o sistema do Exemplo 13.2. Use em todas as localizações o relé IFC-53, cujas curvas características são mostradas na Figura 13.7 e cujos ajustes de taps são listados na Seção 13.4. Como cada linha tem um disjuntor em apenas um terminal simplifique a notação designando os relés das barras 1, 2, 3 e 4 por R1 e R2, R3 e R4, respectivamente. O disjuntor de cada barra abrirá as três fases quando comandado por qualquer um dos três relés associados. Os três relés da barra 1, por exemplo, serão indicados por R1.

Solução

Ajustes para o relé R4: Este relé deve atuar para todas as correntes superiores a 165,1 A, mas por questão de confiabilidade deve ser selecionado um relé que atue quando a corrente da linha for um terço do mínimo, ou

$$I'_p = \frac{165{,}1}{3} = 55 \text{ A}$$

Para esta corrente, uma relação do TC de 50/5 (Tabela 13.1) resultará em uma corrente no relé igual a

$$I_p = 55 \times \frac{5}{50} = 5{,}5 \text{ A}$$

Portanto, um ajuste do tap do relé para 5,0 A é um valor apropriado.

Como este relé está em uma extremidade de um sistema radial, não é necessária a coordenação com nenhum outro relé. Conseqüentemente, é desejável a operação mais rápida possível. Assim, o ajuste de tempo é escolhido como 1/2.

Ajustes para o relé R3: Este relé deve ficar na retaguarda de R4, e, portanto, deve captar confiavelmente a menor corrente de falha vista por R4, que é 165,1 A. Portanto, assim como para R4, usamos uma relação de TC de 50/5 e um ajuste do tap de 5 A para R3 também.

Para determinar o ajuste de tempo, é costume garantir que o relé de retaguarda (R3, neste caso) atue no mínimo 0,3 s após o tempo em que o relé a ser retaguardado (R4) deveria operar. Este intervalo é o retardo de tempo de coordenação. Como veremos logo adiante, daremos a R3 um retardo de 0,3 s para a corrente de falha mais alta vista por R4 (e não para a corrente mais baixa de falha). Então, R3 nunca atuará em menos de 0,3 s após R4 para qualquer falha possível vista por R4.

A mais alta corrente vista por R4 é a corrente para uma falha logo ao lado de R4, junto à barra 5, ou 300,7 A, de acordo com a Tabela 13.2. A corrente de ambos os relés R3 e R4 é então

$$300{,}7 \times \frac{5}{50} = 30{,}1 \text{ A}$$

e para um ajuste de 5 do tap do relé, o quociente entre a corrente do relé e o tap de ajuste é 30,1/5 = 6,0. A Figura 13.7 nos diz que o tempo de operação de R4 é de 0,135 s, pois seu ajuste de tempo foi colocado em 1/2. Portanto, no caso de falha de R4, o relé R3 deve operar em

$$0{,}135 + 0{,}3 = 0{,}435 \text{ s}$$

e a Figura 13.7 nos diz que é requerido um ajuste de tempo de 2,0 para R3.

Se déssemos a R3 um retardo de tempo de 0,3 s para a menor e não para a maior corrente de falha vista por R4, teríamos determinado um ajuste de tempo inferior a 2,0, que não resultaria em um retardo de tempo de 0,3 s para a máxima corrente vista por R4.

Ajustes para o relé R2: A mínima corrente de falha para a qual R2 deve atuar de forma a fornecer proteção de retaguarda para R3 é de 237,9 A conforme é dado na Tabela 13.2. Nós deveríamos escolher uma relação de TC de 100/5. Então, com a confiabilidade requerida que nos faz projetar para atuação em 1/3 da mínima corrente de falha, escolhemos um ajuste de corrente de

$$\frac{1}{3} \times 237{,}9 \times \frac{5}{100} = 3{,}9 \text{ A}$$

e especificamos um tap de 4,0.

Para encontrar o ajuste de tempo de R2 vemos que a máxima corrente de falha na barra 3 é 430,7 A. O relé R3 terá para esta corrente uma relação entre a corrente no relé e o ajuste de partida de

$$430{,}7 \times \frac{5}{50} \times \frac{1}{5} = 8{,}6$$

Como o ajuste de tempo do relé R3 é 2,0 esse relé atuará em 0,31 s como se vê na Figura 13.7. Então, para uma coordenação apropriada com o relé R3, o relé R2 deve operar em

$$0{,}31 + 0{,}3 = 0{,}61 \text{ s}$$

Retaguardando o relé R3, o relé R2 também vê uma corrente de 430,7 A para a qual a relação entre a corrente do relé e o ajuste de partida de corrente do relé é

$$430{,}7 \times \frac{5}{100} \times \frac{1}{4} = 5{,}4$$

Na Figura 13.7 lemos um ajuste de tempo de 2,6.

Calcula-se semelhantemente o relé R1. Os valores finais da relação do TC, dos valores de partida e dos ajustes de tempo para todos os relés são dados na Tabela 13.3.

Tabela 13.3 Ajuste de relé para o Exemplo 13.3

	R1	R2	R3	R4
Relação TC	100:5	100:5	50:5	50:5
Ajuste de partida, A	5	4	5	5
Ajuste de tempo	2,9	2,6	2,0	$\frac{1}{2}$

É oportuno ressaltar aqui que existe uma pequena possibilidade de que o relé R3 atue antes de R4, se acontecer que a corrente na linha 4-5 esteja muito próxima do valor de partida do relé em uma situação de carga elevada ou de condição de falha leve. Ambos, R3 e R4, vêm a mesma corrente (pois eles possuem a mesma relação nos TC e o mesmo ajuste de partida), e pode haver nos TCs ou nos relés um erro suficiente para que R3 interprete esta situação como sendo de condição de disparo (corrente um pouco acima da corrente de partida) enquanto R4 veja uma corrente um pouco abaixo de seu valor de partida. Para evitar o risco de ocorrência desses problemas, o ajuste de valor de partida R3 deve ser colocado em um valor um pouco maior do que R4.

O sistema mostrado na Figura 13.13 pode ser protegido por relés temporizados de sobrecorrente (que são simples e relativamente baratos) porque ele é um sistema radial. Consideremos o sistema mostrado na Figura 13.14*a* que tem múltiplas fontes, e o sistema da Figura 13.14*b*, sendo ambos semelhantes no que se refere aos métodos de proteção, pois ambos são sistemas em anel. Em tais sistemas, em caso de falha haverá fluxo de corrente de ambos os terminais da linha para o ponto de falha. Portanto, para remover uma linha em falha do sistema os disjuntores devem abrir ambos os terminais de cada linha. Se, entretanto, cada relé responder somente a correntes no sentido direto (para dentro de sua zona de proteção), o que é mostrado pelas setas na Figura 13.14, e nada fizer para correntes no sentido reverso, então, o sistema em anel poderá ser protegido de forma semelhante a um sistema radial. Os relés associados com os disjuntores A, C e E devem ser coordenados entre si, e os relés F, D e B também devem sê-lo. Os relés de sobrecorrente são transformados em direcionais adicionando um relé direcional em cada ponto, e conectando as saídas das unidades direcionais e de sobrecorrente, de tal maneira que formem uma operação lógica "e" entre suas saídas. Os disjuntores associados com estes relés não atuarão a não ser que ambos os relés forneçam um sinal que os faça atuar.

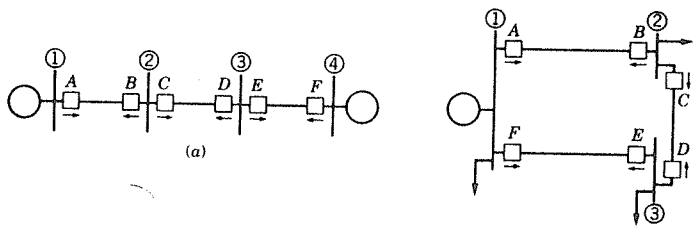


Figura 13.14 Diagrama unifilar para sistemas em anel. Setas ao lado dos disjuntores indicam o sentido da falta para a qual o relé responde. Relés com setas apontando no mesmo sentido em torno do laço coordenam-se um ao outro.

(b) Proteção de linhas de transmissão de AT e de EAT Em uma grande rede de potência não existem apenas sistemas radiais ou de laço simples. Muitas usinas geradoras e muitos pontos de alimentação de subtransmissão encontram-se interconectados para formar uma rede, de tal forma que não podem ser identificados laços simples. Em tais sistemas torna-se impossível coordenar relés direcionais de sobrecorrente para dar proteção às linhas de transmissão, desde que, para uma dada localização de uma falha, a corrente vista pelo relé varie sobre uma larga faixa dependendo das condições operacionais do sistema.

O relé de impedância descrito anteriormente fornece um método de proteção às linhas de transmissão conectadas a uma rede. Faz-se com que o relé responda à impedância entre sua localização e o ponto de falha. Esta impedância é proporcional à distância da falha, daí o nome *relé de distância*, e não depende dos níveis de corrente da falha. Consideremos o sistema mostrado na Figura 13.15*a* como sendo uma parcela de um grande sistema. Para uma falha em P_1 o relé R12, cujo sentido direto é da barra 1 para a barra 2, é projetado para responder à impedância de seqüência positiva (ou distância) entre os pontos 1 e P_1. De igual modo, é colocado um relé designado R21 na barra 2, cujo sentido direto é da barra 2 para a barra 1.

Os relés de impedância que respondem a tensões de linha (tais como $V_a - V_b$) e a diferença entre correntes de linha (tais como $I_a - I_b$, chamadas *correntes delta*) são conhecidos como relés de fase. Eles detectam a *impedância de seqüência positiva* entre o ponto de falha e a localização do relé. Três desses relés respondem corretamente a todos os tipos possíveis de falhas entre linhas, de falhas linha-linha-terra e de falhas trifásicas. No entanto, estes relés não responderão corretamente a falhas entre fase e terra. Três relés adicionais que utilizem as tensões de fase V_a, V_b e V_c, e correntes de linha I_a, I_b e I_c e a corrente de seqüência zero, são colocados de forma a detectar a *impedância de seqüência positiva* entre o ponto da falha e a localização do relé para todas as falhas que envolvam a terra.

Os relés de distância tornam-se direcionais pela incorporação de uma unidade direcional de forma semelhante à preconizada para o relé direcional de sobrecorrente. Existem relés de distância que não necessitam de uma unidade direcional adicional porque possuem característica unidirecional inerente em seu projeto. O principal exemplo é o relé mho anteriormente descrito. A direcionalidade é necessária para que um relé responda à distância no sentido direto (isto é, olhando para sua zona de proteção) e bloqueie sua operação para todas as falhas no sentido inverso.

Consideremos a aplicação de um relé direcional de distância na proteção da linha 1-2 da Figura 13.15*a*. A zona de proteção para os relés R12 e R21 que protegem esta linha é mostrada por um traço contínuo. Para o relé R12, as falhas em P_2, P_3 e P_4 parecem estar todas à mesma distância da barra 1; também as falhas em P_3 e P_4 estão evidentemente fora da zona de proteção de R12. Conseqüentemente, se o relé de distância deve responder à falha em P_2, ele responderá também às falhas em P_3 e P_4. Esta é uma operação imprópria para o relé R12. Para evitar este problema básico, a zona do relé de distância é modificada para o relé R12 de acordo com as linhas tracejadas da Figura 13.15*a*. A zona única de proteção, mostrada pelo traço contínuo, é substituída por duas zonas: a zona 1 e a zona 2. A zona 1 se estende por uma distância um pouco menor do que a zona mostrada pelo traço contínuo e usualmente compreende uns 80% do comprimento de linha. Para falhas dentro desta zona, o relé de distância na barra 1 opera normalmente (isto é, tão rápido quanto possível). Esta zona encurtada é comumente conhecida como uma zona *alcance*. A zona 2, por outro lado, se estende além do terminal da linha para dentro das linhas conectadas à barra remota; é chamada uma zona *sobre-alcance*. O relé R12 responde a uma falha na zona 2 com um retardo de tempo de tal forma que ele pode ser coordenado com os relés R23 e R24.

Também são disponíveis ajustes de zona 1 e zona 2 semelhantes para o relé R21 na barra 2. Para uma falha em P_1, ambos os relés R12 e R21 atuarão com a máxima velocidade possível porque esta falha estará na zona 1 dos dois relés. Uma falha em P_2 está na zona 1 de R21 e, portanto, o disjuntor D21 abrirá com velocidade elevada. O relé R12, no entanto, não limpará esta

falha com alta velocidade, porque ela se localiza na zona 2 de R12. Após haver expirado o retardo de tempo de sua zona 2, o relé R12 funcionará e abrirá os disjuntores D12. Existe então uma limpeza de falha com retardo de tempo na barra 1 enquanto o terminal da barra 2 desligará em alta velocidade para falhas como em P_2.

Consideremos agora uma falha em P_3. Esta falha, estando na zona 1 do relé R23 será eliminada pelo relé R23 e pelo disjuntor D23 em alta velocidade. O relé R12 abrirá o disjuntor D12 na barra 1 para isolar a falha na zona 2 do relé R12 se D23 não atuar. É evidente que o tempo de limpeza da zona 2 deve ser maior do que o maior tempo possível de limpeza da zona 1 do relé R23, de tal forma que R12 não atue prematuramente para uma falha em P_3. Também existe um ajuste semelhante de zona 2 na barra 4 para o relé R42 e para a disjuntor D42. A falha em P_3 fica na zona 2 do relé R42.

Os tempos de resposta dos relés R12, R23 e R24 para as falhas nas suas zonas 1 e 2 respectivas, são mostrados esquematicamente na Figura 13.15*b*. A abscissa no diagrama de tempo de resposta é a localização da falha ao longo das linhas apropriadas, e a ordenada é o tempo de operação do relé. O tempo de operação da zona 1 é da ordem de 1 ciclo, enquanto o tempo de operação da zona 2 varia entre 15 e 30 ciclos.

Na maioria dos casos, é atribuída aos relés de distância uma outra zona de proteção conhecida como sua zona 3 para fornecer proteção de retaguarda para as linhas vizinhas. A terceira zona de um relé deve alcançar além da mais longa linha que parte da barra que se encontra no terminal remoto da linha protegida. O funcionamento da retaguarda remota deve ser coordenado com a proteção primária que ele retaguarda. Portanto, a terceira zona do relé R12 deve ser

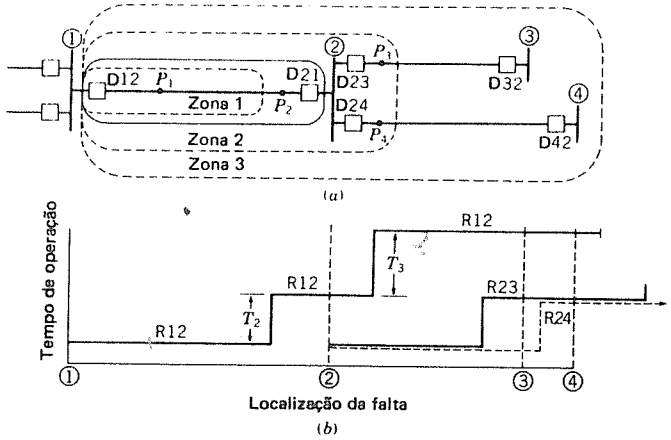


Figura 13.15 Coordenação de relés de distância (impedância). A zona de proteção indicada pela linha contínua em (*a*) é substituída pelas zonas 1 e 2 identificadas por linhas pontilhadas. A zona 3 prevê proteção de retaguarda para sistemas de proteção vizinhos. Retardo de tempo e tempo de operação estão indicados em (*b*) para R12, R13 e R24.

coordenada com a zona 2 dos relés da barra 2 (R23 e R24). Notemos também que a Figura 13.15*b* aponta para um princípio importante da coordenação de relés. A coordenação é feita pelo tempo e também pela distância. Uma zona de proteção mais rápida deve ter alcance superior ao alcance de sua retaguarda mais lenta. Então, o alcance da zona 2 do relé R12 é menor do que o alcance da zona 1 do relé R23 ou R24. Também o alcance da zona 3 do relé R12 é menor do que o alcance da zona 2 de R23 e R24. Se não fosse empregada esta coordenação pela distância, teríamos um tempo de limpeza de retaguarda. desnecessariamente lento para algumas falhas, em vez de um funcionamento em alta velocidade. O tempo de coordenação da zona 3 é geralmente da ordem de um segundo. As três zonas de proteção do relé R12 e os tempos de operação para as três zonas são mostrados esquematicamente na Figura 13.15*b*.

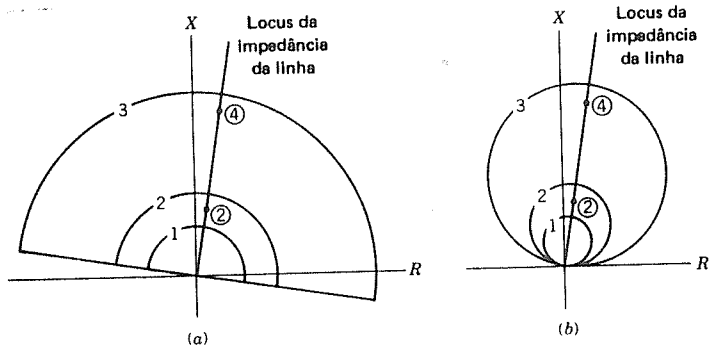


Figura 13.16 Características de (*a*) relé direcional de impedância e (*b*) relé mho para o Exemplo 13.4.

A característica de um relé direcional de distância no plano complexo $R-X$ é mostrada na Figura 13.16*a*. Uma reta chamada locus da impedância da linha é mostrada na figura. Ao longo desta reta podem ser indicados os valores das impedâncias de seqüência positiva da linha protegida conforme são vistas pelo relé entre sua localização e diferentes pontos da linha protegida. A unidade direcional do relé cria uma limitação às regiões de atuação e de bloqueio do relé indicada na Figura 13.16*a* por uma reta perpendicular ao locus da impedância da linha. As impedâncias medidas entre a barra 1 e as barras 2 e 4 são indicadas no locus da impedância da linha por algarismos dentro de pequenas circunferências. Foram também traçadas circunferências de zona cujos centros estão na origem do plano $R-X$ e que possuem raios iguais às amplitudes das impedâncias da linha protegida vistas por T12 a partir da barra 1 para o final da zona identificada pelas numerações das circunferências. Portanto, a interseção de uma circunferência de zona com o locus da impedância da linha é a impedância da linha entre o relé e o limite da zona. Durante a ocorrência de uma falha, a impedância vista pelo relé é muito baixa comparada com a impedância da carga vista durante a operação normal. O relé operará quando a impedância vista por ele estiver dentro da circunferência da zona. Para impedâncias dentro da circunferência de zona 1, a operação ocorre em um mínimo de tempo. São feitos ajustes de tempo para operação com retardo para falhas na zona 2 e com maior retardo ainda para falhas na zona 3.

A característica de um relé mho é mostrada na Figura 13.16*b* com os centros das circunferências de zona sobre o locus da impedância de linha. Notemos que os raios destas circunferências de zona são iguais à metade dos raios correspondentes às circunferências de zona do relé de distância direcional para as mesmas impedâncias, porque a interseção de um círculo de zona com o locus de impedância da linha deve sempre ser a impedância da linha vista pelo relé entre sua localização e o limite da zona.

O esquema de três passos de releamento de distância aqui descrito fornece um sistema de proteção versátil para linhas de transmissão de alta tensão. Com modificações mínimas para adaptar-se à natureza de um sistema dado, este sistema de proteção é usado quase universalmente para proteger as linhas de transmissão de um sistema de potência moderno. Em muitos casos, as falhas para a terra são protegidas por relés temporizados direcionais de sobrecorrente do tipo anteriormente descrito, enquanto as falhas trifásicas e entre linhas são cobertas por relés de distância. Às vezes se torna muito difícil coordenar a terceira zona de um relé com as segundas zonas das linhas vizinhas; especialmente em níveis de EAT. Em tais casos pode ser omitida a função de retaguarda remota (zona 3) dos relés de distância.

Em condições emergenciais de fluxo de carga, quando a carga for muito elevada, a impedância vista pelo relé será baixa e deverá ser verificada para garantir que esta impedância não ficará dentro de um dos círculos de zona da característica do relé.

Exemplo 13.4 Consideremos novamente a porção de um sistema de transmissão de 138 kV mostrada na Figura 13.15*a*. As linhas 1-2, 2-3 e 2-4 possuem respectivamente 64, 64 e 96 km (40, 40 e 60 milhas) de comprimento. A impedância de seqüência positiva das linhas de transmissão é de $0{,}05 + j0{,}5$ ohms por quilômetro. A máxima carga transmitida pela linha 1-2 em condições de emergência é de 50 MVA. Projetar um sistema de releamento de distância com três zonas apenas, até a determinação dos ajustes de zona do relé R12 que são os valores de impedância em termos de valores secundários nos transformadores de corrente e TPCs. Os ajustes de zona dão pontos no plano $R-X$ através dos quais devem passar as circunferências de zona das características do relé.

Solução As impedâncias de seqüência positiva das três linhas são

$$\begin{array}{ll} \text{Linha 1-2} & 3{,}2 + j32{,}0\ \Omega \\ \text{Linha 2-3} & 3{,}2 + j32{,}0\ \Omega \\ \text{Linha 2-4} & 4{,}8 + j48{,}0\ \Omega \end{array}$$

Como os relés de distância dependem do quociente entre tensão e corrente, são necessários para cada fase um TC e um TPC. A máxima corrente de carga é

$$\frac{50 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 138 \times 10^3} = 209{,}2 \text{ A}$$

e nós escolhemos um TC com relação de 200/5 que produzirá em torno de 5 A no secundário em condições de máxima carga.

A tensão de fase do sistema é

$$\frac{138 \times 10^3}{\sqrt{3}} = 79{,}67 \times 10^3 \text{ V}$$

Foi ressaltado na Seção 13.3 que o padrão industrial de tensão no secundário de um TPC é de 67 V para tensão de fase. Escolheremos então um TPC com relação de

$$\frac{79{,}67 \times 10^3}{67} = 1189{,}1/1$$

e, neste caso, uma tensão normal do sistema produzirá 67 V em cada fase do secundário do TPC. Definindo a tensão do primário do TPC na barra 1 por V_p, e a corrente no primário do TC, por I_p, temos que a impedância medida pelo relé será

$$\frac{V_p/1189{,}1}{I_p/40} = Z_{\text{linha}} \times 0{,}0336$$

Portanto, as impedâncias das três linhas vistas pelo relé R12 são aproximadamente

$$\begin{array}{ll} \text{Linha 1-2} & 0{,}11 + j1{,}1\ \Omega, \text{ secundário} \\ \text{Linha 2-3} & 0{,}11 + j1{,}1\ \Omega, \text{ secundário} \\ \text{Linha 2-4} & 0{,}16 + j1{,}6\ \Omega, \text{ secundário} \end{array}$$

A máxima corrente de carga de 209,2 A é vista pelo relé, admitindo um fator de potência de 0,8 em atraso, como sendo

$$\begin{aligned} Z_{\text{carga}} &= \frac{67}{209{,}2(5/200)}(0{,}8 + j0{,}6) \\ &= 10{,}2 + j7{,}7\ \Omega, \text{ secundário} \end{aligned}$$

O ajuste da zona 1 do relé R12 deve subalcançar a linha 1-2, de modo que ele deve ser

$$0{,}8 \times (0{,}11 + j1{,}1) = 0{,}088 + j0{,}88\ \Omega, \text{ secundário}$$

O ajuste da zona 2 deve ter um alcance que ultrapasse o terminal 2 da linha 1-2. Para tolerar as várias imprecisões possíveis do sistema transdutor-relé, usualmente se faz com que a zona 2 tenha um alcance em torno de 1,2 vez o comprimento da linha a ser protegida. Portanto, a zona 2 do relé R12 é ajustada para

$$1{,}2 \times (0{,}11 + j1{,}1) = 0{,}13 + j1{,}32\ \Omega, \text{ secundário}$$

O ajuste da zona 3 deveria ultrapassar a mais longa linha conectada à barra 2. Então, o ajuste da zona 3 deve ser

$$(0{,}11 + j1{,}1) + 1{,}2 \times (0{,}16 + j1{,}6) = 0{,}302 + j3{,}02\ \Omega, \text{ secundário}$$

Notemos que mais uma vez é utilizado o fator 1,2 como um multiplicador da mais longa linha conectada à barra 2 para garantir que a zona 3 do relé R12 tenha um alcance que ultrapasse à barra 4 mesmo na presença de imprecisões introduzidas pelo sistema de releamento. Pode ser utilizado um relé de impedância direcional como o que é mostrado na Figura 13.16*a*.

Ambas as Figuras 13.16*a* e 13.16*b* aplicam-se a este exemplo, e os pontos 2 e 4 sobre o locus da impedância da linha correspondem à impedância calculada entre a barra 1 e as barras 2 e 4. A impedância de carga Z_{carga} é vista pelo relé como sendo mais de três vezes maior do que a impedância entre as barras 1 e 4 e fica bem fora da circunferência da zona 3 de ambos os relés de impedância direcional e mho. Conseqüentemente não existe o risco de acionamento durante qualquer oscilação de carga que possa ocorrer na linha de transmissão. Se a máxima carga estivesse muito próxima do ajuste da zona 3, do relé de impedância direcional, seria necessário substituí-lo por um relé mho, cuja circunferência da zona 3 envolvesse uma área menor do plano R–X, como é evidente na Figura 13.16.

(c) Proteção de linha com relé de fio piloto Na seção anterior foi ressaltado que uma linha (como 1-2 na Figura 13.17) é protegida pelas zonas 1 ou 2 de um relé de distância e que o alcance normal da zona 1 é de uns 80% do comprimento da linha. Esta zona é freqüentemente chamada zona de acionamento direto ou zona de alta velocidade, e são comuns os tempos de operação do relé da ordem de um ciclo para falhas na zona 1. Uma falha como aquela em P_2 na Figura 13.17 cai na zona 2 do relé R12 e será limpa pelo relé R12 no tempo da zona 2. Evidentemente, existe um conjunto idêntico de relés na barra 2, e estes relés verão a falha em P_2 como estando em sua zona 1. Conseqüentemente, o disjuntor da barra 2 atuará em alta velocidade para a falha em P_2. Portanto, para falhas nos 60% médios da linha, ambos os lados desligam em alta velocidade, enquanto para falhas nos 20% dos terminais de cada linha, o terminal mais próximo será desligado em alta velocidade enquanto o terminal distante desligará com o retardo de tempo da zona 2.

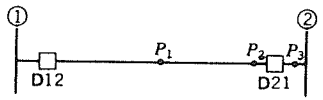


Figura 13.17 Linha a ser protegida por relé de fio piloto.

Nos modernos sistemas de AT e EAT, quase sempre é inaceitável este retardo de tempo entre o desligamento do terminal próximo e do terminal remoto devido à natureza complexa das modernas malhas interligadas e devido às estreitas margens de estabilidade. Torna-se então necessário criar um sistema de proteção de alta velocidade para toda a linha (e não apenas para os 60% médios da linha). Obtém-se proteção de alta velocidade para toda a linha utilizando o releamento piloto descrito na Seção 13.4. Para uma falha em qualquer lugar da linha protegida os relés R12 e R21 vêm uma única condição: ambos os relés vêm uma corrente de falha no sentido direto. Esta informação, quando comunicada aos terminais remotos através de um canal piloto, confirma que realmente existe uma falha na linha protegida. Consideremos falhas em P_2 e P_3 na linha 1-2 mostrada na Figura 13.15. Embora o relé R12 não perceba diferença entre as

duas falhas, o relé R21 vê P_2 como uma falha interna e P_3 como uma falha externa (no sentido inverso de sua zona de proteção). Tendo recebido esta informação direcional, R12 estará apto a bloquear (evitar) o acionamento por causa de uma falha em P_3. (Observe-se que a falha em P_3 está no interior da zona de proteção da barra 2 mas não da linha 1-2.) A falha em P_2 é limpa simultaneamente em alta velocidade em ambas as extremidades da linha. Esse sistema é conhecido como um esquema piloto de "comparação direcional". Pode ser obtido um desempenho equivalente comparando os ângulos de fase das correntes de falha vistas nos dois extremos da linha, e trocando estas informações sobre os ângulos de fase através do canal piloto. Esse esquema é conhecido como um esquema de "comparação de fase". Está fora do alcance deste livro uma discussão dos méritos e deméritos dos dois esquemas, embora possamos mencionar que ambos os tipos de esquema de proteção se usam na prática.

13.7 PROTEÇÃO DE TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA

Como no caso de linha de transmissão, o tipo de proteção de transformadores de potência depende de seu tamanho, de seus níveis de tensão, e da natureza de sua aplicação. Para pequenos transformadores (menores do que 2 MVA), a proteção com fusíveis pode ser adequada; enquanto para transformadores de mais de 10 MVA podem ser utilizados relés diferenciais com restrição de harmônicos.

Consideremos inicialmente a proteção diferencial de um transformador de potência monofásico, de dois enrolamentos, que é mostrado na Figura 13.18. Se as correntes no transformador forem I_1' e I_2' no primário e no secundário, vemos que desprezando a corrente de magnetização

$$\frac{I_1'}{I_2'} = \frac{N_2}{N_1} \tag{13.9}$$

onde N_1 e N_2 são as espiras dos enrolamentos do primário e do secundário, respectivamente. As correntes dos secundários dos TCs são I_1 e I_2, e as relações de espiras dos TCs nos lados primário e secundário do transformador de potência são n_1 e n_2, respectivamente (uma espira no primário de um TC significa n espiras no secundário). Portanto

$$I_1 = \frac{I_1'}{n_1} \qquad I_2 = \frac{I_2'}{n_2} \tag{13.10}$$

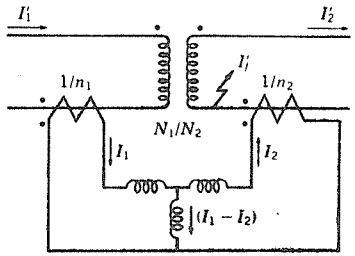


Figura 13.18 Diagrama das conexões para a proteção diferencial de um transformador.

Para evitar o acionamento em condições normais em que a Equação (13.9) deve ser válida, a corrente $I_1 - I_2$ na bobina de disparo deve ser nula; isto é, I_1 deve ser igual a I_2. Portanto, pelas Equações (13.9) e (13.10) é necessário que

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{N_2}{N_1} \tag{13.11}$$

Com uma falha interna no secundário do transformador de potência, sendo I'_f a corrente de falha

$$I_1 - I_2 = \frac{I'_f}{n_2} \tag{13.12}$$

Para uma falha no primário do transformador, o lado direito da Equação (13.12) seria I'_f/n_1. Se o relé for ajustado para uma corrente de disparo $|I_p|$ suficientemente pequena, o relé diferencial disparará para uma falha interna, mas ficará bloqueado para falhas externas ou para carga normal.

Como já foi discutido na Seção 8.10, um transformador é usualmente equipado com taps de ajuste, que permitem que a tensão do secundário seja ajustada sobre certa faixa. Usualmente os ajustes variam em pequenos passos numa faixa de ±10% do valor nominal do número de espiras N_1/N_2, Se o ajuste dos taps resultar em uma relação de espiras fora do nominal, o relé verá uma corrente diferencial durante a operação normal. Para evitar operação imprópria, neste caso, deve ser utilizado um relé diferencial percentual.

Os transformadores trifásicos com enrolamentos Y-Δ merecem uma análise mais profunda. Conforme ficou evidente na Seção 11.4 as correntes do primário e do secundário desses transfomadores diferem em amplitude e ângulo de fase durante condições normais de operação. Portanto, os transformadores de corrente devem ser conectados de tal maneira que as correntes de linha do secundário dos TCs vistas pelo relé estejam em fase, e as relações de espira devem ser ajustadas de tal forma que as amplitudes das correntes vistas pelo relé sejam iguais em condições normais (sem a presença de falha). A relação de fase e de ângulo correta é obtida conectando os TCs do lado Y do transformador de potência em delta, e os do lado delta do transformador de potência em Y. Dessa maneira, as conexões dos TCs compensam a defasagem criada pelo transformador de potência conectado em Y-Δ. Estas considerações são ilustradas pelo exemplo a seguir.

Exemplo 13.5 Um transformador trifásico de 345/34,5 kV, de 50 MVA possui uma potência máxima de emergência de 60 MVA. Usando relações de TC padrão disponíveis, determine as relações de espiras e as conexões dos TCs e as correntes no transformador de potência e nos TCs. O lado de 345 kV é conectado em Y e o lado de 34,5 kV é conectado em Δ.

Solução As correntes nos lados de 345 kV e de 34,5 kV do transformador quando ele estiver conduzindo sua máxima corrente possível são

$$\frac{60 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 345 \times 10^3} = 100{,}4 \text{ A} \qquad \text{e} \qquad \frac{60 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 34{,}5 \times 10^3} = 1004{,}1 \text{ A}$$

Usaremos TCs com relação de 1000/5 no lado de 34,5 kV. Como os TCs desse lado são conectados em Y, a corrente enviada ao relé diferencial por esse lado será

$$1004 \times \frac{5}{1000} \cong 5{,}0 \text{ A}$$

Para equilibrar esta corrente, as correntes de linha produzidas pelos TCs ligados em Δ no lado de 345 kV devem ser também de 5,0 A. Para isto, é necessário que o enrolamento secundário de cada transformador de corrente ligado em delta deve ter uma corrente

$$\frac{5{,}0}{\sqrt{3}} \cong 2{,}9 \text{ A}$$

Esta corrente no enrolamento secundário do TC exigirá uma relação de transformação de

$$\frac{100{,}4}{2{,}9} = 34{,}64$$

para os TCs do lado de 345 kV. A relação de transformação disponível mais próxima deste valor é 200/5. Se usarmos esta relação, as correntes nos secundários dos TCs serão

$$100{,}4 \times \frac{5}{200} = 2{,}51 \text{ A}$$

e as correntes de linha dos TCs conectados em delta, enviada para os relés diferenciais, serão

$$2{,}51 \times \sqrt{3} = 4{,}35 \text{ A}$$

Evidentemente esta corrente não pode equilibrar os 5,0 A produzidos no lado de 34,5 kV.

Esta situação de correntes desiguais é freqüentemente encontrada quando são utilizados transformadores de corrente padronizados nos projetos de proteção de transformadores conectados em Y-Δ. Uma solução conveniente é obtida pelo uso de transformadores de corrente auxiliares que fornecem uma faixa extensa de relações de espiras. Estes TCs auxiliares são pequenos e baratos porque seus enrolamentos primário e secundário são circuitos de baixa tensão e baixa corrente. Utilizando um conjunto de três TCs auxiliares com relação de espiras

$$\frac{5{,}0}{4{,}35} = 1{,}155$$

produziríamos um conjunto equilibrado de correntes no relé diferencial quando o transformador estivesse transportando carga normal. Para a suposição de um fator de potência de 0,8 em atraso, as correntes no transformador de potência e nos diversos TCs são as mostradas na Figura 13.19.

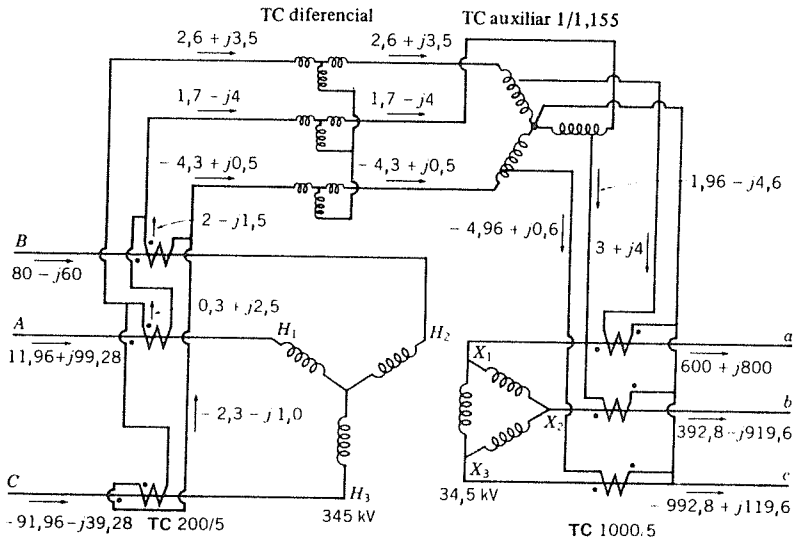


Figura 13.19 Diagrama de fiação indicando as correntes em ampères para os circuitos de potência e relé do Exemplo 13.5.

Embora possam ser utilizados transformadores auxiliares como foi apresentado, é em geral boa prática utilizá-los somente em último caso. Os TCs auxiliares são uma carga adicional aos TCs principais, e também aumentam o erro total de transformação. Um método muito mais apropriado é a utilização de ajustes de taps das bobinas dos próprios relés, que causam o mesmo efeito que um transformador auxiliar de ajuste de relação de transformação. Na maioria dos casos, o ajuste de taps das bobinas dos relés fornecem uma margem suficiente para corrigir a maioria das diferenças práticas de relação de espiras.

É importante ressaltar que quando consideramos que as correntes do primário e do secundário do transformador se relacionam pelo número de espiras, admitimos que a corrente de magnetização fosse desprezível. Esta é uma boa aproximação quando o transformador estiver em operação, na qual a corrente de magnetização é muito pequena. Entretanto, quando um transformador é energizado, ele pode drenar elevadas correntes (conhecidas como correntes transitórias de magnetização) que decrescem com o tempo até o valor estacionário final muito baixo. Esta elevada corrente transitória que flui durante a energização do transformador aparece como uma corrente diferencial, porque ela circula somente no primário. É essencial detectar esta situação e evitar que o relé diferencial abra os transformadores durante a energização. Um dos métodos mais comumente utilizados para realizar esta função baseia-se no fato de que a corrente transitória de magnetização é rica em harmônicos enquanto uma corrente de falha é uma senóide de freqüência fundamental. Para tirar partido deste fato, além da corrente frenante de freqüência fundamental $(I_1 + I_2)/2$, é gerado no relé diferencial outro sinal frenante proporcional ao conteúdo harmônico da corrente diferencial. Pela seleção de um coeficiente de multiplicação apropriado para os componentes harmônicos, é possível evitar a abertura do transformador pelo relé diferencial durante sua energização, mesmo que exista uma corrente de excitação muito elevada produzida pela corrente transitória de magnetização.

13.8 DISPOSITIVOS DO RELÉ

Na Seção 13.4 foi apresentado o projeto lógico de certos tipos de relés. A maioria dos relés apresentados já tem sido construída com dispositivos eletromecânicos. Alguns dos tipos mais comuns incluem os relés tipo mergulhador, relés do tipo barra em balanço, e relés do tipo copo (ou disco) rotativo, que se assemelham aos watt-horâmetros encontrados na maioria das instalações residenciais. Os relés eletromecânicos foram muito úteis desde o início, e constituem uma parte importante da prática atual de projeto de sistemas de proteção. Estes relés são robustos, baratos e relativamente imunes às agressões ambientais de uma subestação de potência elétrica. Seu tempo de resposta é lento em termos das modernas necessidades dos sistemas de potência, e também seu projeto é um pouco rígido no que se refere a características disponíveis, capacidade de carregamento, e ajustes de taps.

No fim da década de 50 foram introduzidos os relés de estado sólido. Estes relés utilizam circuitos analógicos associados a portas lógicas para produzir as características desejadas para o relé. Os relés de estado sólido são capazes de produzir características semelhantes às dos relés eletromecânicos, e também um grande número de novas características que são disponíveis nos relés de estado sólido. Embora os primeiros modelos estivessem sujeitos a falhas freqüentes sob as agressões dos ambientes operacionais das subestações, os novos modelos são bem mais resistentes e realizam excelentes serviços em sistemas de AT e EAT. Mais recentemente, têm sido propostos relés baseados em microprocessadores, que estão sob ativa pesquisa no momento.

13.9 SUMÁRIO

Neste capítulo, concentramos nossa atenção na discussão de sistemas de proteção por releamento para sistemas modernos de potência em altas tensões. Não estudamos a aplicação de fusíveis e religadores, que são mais comumente utilizados em sistema de distribuição. Em muitos aspectos, a coordenação destes dispositivos é semelhante à coordenação dos relés temporizados de sobrecorrente discutida nas Seções 13.4 e 13.6. Em termos de proteção de equipamentos, foi discutida a proteção de um transformador na Seção 13.7. A proteção de geradores foi apenas mencionada em conexão com um relé diferencial que pode também ser utilizado na proteção de barramentos. Os sistemas de proteção para equipamentos e linhas oferecem oportunidades únicas para tratamentos extensos*.

* Veja, por exemplo, C. R. Mason, *The Art and Science of Protective Relaying*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1956, e Westinghouse Electric Corporation, *Applied Protective Relaying*, Relay Instruments Division, Newark, N.J., 1976.

PROBLEMAS

13.1 No sistema cujo diagrama unifilar e cujas zonas de proteção foram mostradas na Figura 13.13*b* onde se localiza a falha se forem abertos os disjuntores em (*a*) *G* e *C*, (*b*) *F*, *G* e *H*, (*c*) *F*, *G*, *H* e *B* e (*d*) *D*, *C* e *E*?

13.2 Determine o ajuste de tempo para R3 do Exemplo 13.3 se o ajuste tivesse sido determinado para a menor corrente de falha vista por R4. Porque o ajuste é feito para a maior e não para a menor corrente de falha vista por R4?

13. No Exemplo 13.3, admita que ocorra uma falha linha-linha no ponto médio da linha 2-3. Que relé atuará para esta falha? Qual será seu tempo de operação? Admita que este relé falhe em seu funcionamento, que relé deverá agora limpar a falha? Quanto tempo demorará?

13.4 Um sistema radial de 11 kV é mostrado na Figura 13.20. As impedâncias de seqüência positiva e zero da linha 1-2 são de 0,8 ohms e 2,5 ohms, respectivamente. As impedâncias das linhas 2-3 são três vezes maiores. As impedâncias de seqüência positiva e zero dos dois transformadores são $j2{,}0$ ohms e $j3{,}5$ ohms, respectivamente. Em condições de emergência, o sistema pode ser operado com um transformador fora de serviço. Determine as relações de espiras dos TCs, os valores de disparo e os ajustes de tempo para relés IFC-53 projetados para proteção contra falhas fase-terra para este sistema. Admita que a barra de alta tensão seja uma barra infinita capaz de fornecer 11 kV no lado de baixa tensão em vazio.

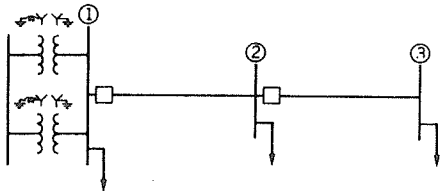


Figura 13.20 Diagrama unifilar para o Problema 13.4.

13.5 Uma porção de um sistema de 765 kV é mostrada na Figura 13.21. As impedâncias de seqüência positiva e zero das linhas de transmissão possuem os valores de $0{,}02 + j0{,}6$ ohms/milha e $0{,}1 + j1{,}8$ ohms/milha, respectivamente. Admita que a impedância do gerador seja de $j10{,}0$ ohms para as seqüências positiva e negativa, e $j20{,}0$ ohms para a seqüência zero.

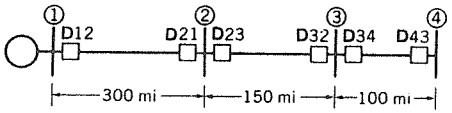


Figura 13.21 Diagrama unifilar para o Problema 13.6.

(*a*) Os relés R12, R23 e R34 são do tipo IFC-53 direcionais de sobrecorrente com temporização inversa para a proteção deste sistema contra falhas fase-terra. Determine a corrente de falha necessária para o ajuste do valor de disparo do relé de terra R12. Para este cálculo você pode desprezar as resistências de linha.

(*b*) Selecione as relações de transformação dos TCs e TPCs para os relés de distância de fase da barra 1. Você pode admitir que as bobinas de corrente dos relés possam conduzir continuamente uma corrente de 10 A, e que o carregamento de emergência da linha seja de 3.000 MVA no máximo. Utilize relações de transformação padronizadas para os TCs.

(*c*) Determine e mostre no diagrama $R-X$ (do secundário) as três zonas de um relé de impedância direcional na barra 1 para proteção de falha monofásica.

(*d*) Mostre também a localização da impedância equivalente da carga emergencial no diagrama $R-X$. Você nota algum problema na operação da linha com carga emergencial? Que solução você propõe?

13.6 Uma falha trifásica ocorre nos terminais do enrolamento em delta na Figura 13.19 dentro da zona de proteção do relé diferencial. Admita que a impedância de seqüência positiva do transformador vista do lado de 345 kV seja $j250$ ohms, e que o sistema de potência que alimenta o lado de 345 kV tenha uma capacidade de curto-circuito infinita. Quais serão as correntes em todos os condutores mostrados na Figura 13.19 neste caso? Despreze a corrente pré-falha e admita que nenhuma corrente de falha se origine do lado de baixa tensão do sistema.

CAPÍTULO

14

ESTABILIDADE DO SISTEMA DE POTÊNCIA

Quando geradores CA foram acionados por máquinas a vapor, um dos principais problemas na operação da maquinaria era o das oscilações. As variações periódicas no conjugado aplicado ao gerador causavam variações periódicas na velocidade. As variações resultantes na tensão e freqüência eram transmitidas aos motores conectados ao sistema. As oscilações nos motores, causadas pelas variações de tensão e freqüência, algumas vezes causavam a inteira perda de sincronismo dos motores se suas freqüências naturais de oscilações coincidissem com a freqüência da oscilação causada pelas máquinas que acionavam os geradores. Enrolamentos amortecedores foram primeiramente usados para minimizar a oscilação pela ação amortecedora das perdas resultantes das correntes induzidas nesses enrolamentos por qualquer movimento relativo entre o rotor e o campo girante produzido pela corrente de armadura. O uso de turbina reduziu o problema da oscilação, embora ainda esteja presente quando a máquina primária é uma máquina diesel. A conservação do sincronismo das várias partes de um sistema de potência torna-se cada vez mais difícil, à medida que os sistemas e interligações entre sistemas continuam a crescer.

14.1 O PROBLEMA DA ESTABILIDADE

A estabilidade de sistema de potência pode ser definida como a propriedade do sistema que permite às máquinas síncronas desse sistema responder a um distúrbio, a partir de uma condição normal de operação, de tal maneira a retomarem uma condição de operação novamente normal. Estudos de estabilidade são usualmente classificados em três tipos, dependendo da natureza e ordem de grandeza do distúrbio. Estes estudos são chamados estudo de estabilidade *transitória, dinâmica* e em *regime permanente.*

Hoje, os estudos de estabilidade transitória constituem a principal metodologia analítica para o estudo do comportamento dinâmico eletromecânico. Estudos de estabilidade transitória são esperados quando se determina se o sistema permanecerá em sincronismo após distúrbios significativos tais como faltas no sistema de transmissão, variações rápidas de carga, perdas de unidades geradoras ou chaveamento de linhas. Tais estudos começaram há mais de 50 anos

mas estiveram confinados à consideração dos problemas dinâmicos de não mais que duas máquinas. Na presente data, os sistemas de potência são vastos, sistemas fortemente interconectados com várias centenas de máquinas que podem interagir através do meio composto das redes com extra alta tensão e ultra alta tensões. Estas máquinas têm, associados a elas, sistemas de excitação e sistemas de controle turbina-governador que, em alguns casos, mas não em todos, devem ser modelados em ordem de refletir apropriadamente a resposta dinâmica correta do sistema de potência para certos distúrbios de sistema.

Os estudos da estabilidade dinâmica e em regime permanente são menos extensivos em escopo e envolvem uma ou algumas poucas máquinas que sofrem mudanças *lentas* ou *graduais* nas condições de operação. Portanto, os estudos de estabilidade dinâmica e de regime permanente referem-se à estabilidade do "locus" dos pontos de operação essenciais em regime permanente do sistema. A distinção feita entre estudo de estabilidade em regime permanente e estabilidade dinâmica é, na realidade, artificial já que os problemas são os mesmos em natureza; diferem somente em grau de detalhe usado na modelagem das máquinas. Em estudos dinâmicos de estabilidade, o sistema de excitação e o sistema turbina-governador são representados em conjunto com modelos de máquinas síncronas que provêm as variações de enlace de fluxo no entreferro da máquina. Problemas de estabilidade em regime permanente usam um modelo bastante simples de gerador que o trata como uma fonte de tensão constante. A técnica de solução dos problemas relativos à estabilidade em regime permanente e estabilidade dinâmica consiste no exame da estabilidade do sistema sujeito a variações incrementais em torno de um ponto de equilíbrio. As equações algébricas e diferenciais não lineares para o sistema podem ser substituídas por um conjunto de equações lineares que são, então, resolvidas pelo método de análise linear, com o objetivo de determinar quando a máquina ou máquinas permanecerão em sincronismo após o surgimento de pequenas variações a partir do ponto de operação.

Estudos de estabilidade transitória são mais comumente efetuados por refletirem sua grandiosa importância na prática. Tais problemas envolvem grandes distúrbios que não permitem procedimento de linearização a ser usado e as equações algébricas e diferenciais não lineares devem ser resolvidas por métodos diretos ou por procedimentos iterativos passo a passo. Os problemas de estabilidade transitória podem ser subdivididos em problemas de estabilidade considerando a primeira oscilação ou considerando multioscilações. A estabilidade da primeira oscilação é baseada num modelo razoavelmente simples de gerador sem a representação dos sistemas de controle. Usualmente, o período de tempo para estudo é o primeiro segundo que se segue a uma falta no sistema. Se as máquinas do sistema mantêm o sincronismo dentro do primeiro segundo, o sistema é dito ser estável. Problemas de estabilidade de multioscilação se estendem sobre um longo período e ainda se deve considerar os efeitos do sistema de controle do gerador que afeta o desempenho da máquina durante o período de tempo considerado. Modelos de máquinas com grande sofisticação devem ser representados com o objetivo de refletir o comportamento apropriado.

Em todos os estudos de estabilidade, o objetivo é determinar se os rotores das máquinas, sendo perturbadas, retornam ou não à operação com velocidade constante. Obviamente, isto significa que as velocidades dos rotores se desviam, pelo menos temporariamente, da velocidade síncrona. Para facilidade de computação, três considerações fundamentais são feitas em *todos* os estudos de estabilidade:

1. Somente correntes e tensões na freqüência síncrona são consideradas nos enrolamentos do estator e no sistema de potência. Conseqüentemente, correntes CC de ajuste e componentes harmônicas são desprezadas.
2. Componentes simétricas são usadas na representação de faltas desequilibradas.
3. A tensão gerada é considerada não afetada pelas variações de velocidade da máquina.

Estas condições permitem o uso da álgebra fasorial para a rede de transmissão e a solução pelas técnicas de fluxo de carga usando os parâmetros de 60-Hz. Também, redes de seqüência negativa e seqüência zero podem ser incorporadas na rede de seqüência positiva no ponto de falta. Como veremos, faltas trifásicas equilibradas são geralmente consideradas. Entretanto, em alguns estudos especiais, operações de disjuntores para eliminação de falta devem ser tais que considerações de condições desequilibradas são inevitáveis†.

14.2 DINÂMICA DO ROTOR E EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO

A equação que descreve o movimento do rotor de uma máquina síncrona está baseada no princípio elementar da dinâmica que diz ser o torque de aceleração igual ao produto do momento de inércia do rotor pela sua aceleração angular. No sistema MKS de unidades, esta equação pode ser escrita para geradores síncronos na forma

$$J\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \qquad \text{N-m} \tag{14.1}$$

onde os símbolos têm os seguintes significados:

- J o momento de inércia total das massas do rotor, em kg-m^2
- θ_m o deslocamento angular do rotor com respeito a um eixo estacionário, em radianos mecânicos
- t tempo, em segundos
- T_m torque do eixo ou torque mecânico suprido pela máquina primária menos o torque de retardo devido às perdas rotacionais, em N-m
- T_e torque elétrico ou eletromagnético resultante, em N-m
- T_a torque de aceleração resultante, em N-m

O torque mecânico T_m e o torque elétrico T_e são considerados positivos para o gerador síncrono. Isto significa que T_m é o torque resultante no eixo do motor que tende a acelerar o rotor no sentido positivo de rotação de θ_m como indicado na Figura 14.1*a*. Nas condições de operação em regime permanente do gerador, T_m e T_e são iguais e o torque de aceleração T_a é zero. Neste caso, não existe aceleração ou desaceleração das massas do rotor e a velocidade constante resultante é a *velocidade síncrona*. As massas rotativas que incluem o rotor do gerador e da

† Para informação além do escopo deste livro, veja P. M. Anderson e A. A. Fouad, *Power System Control and Stability*, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.

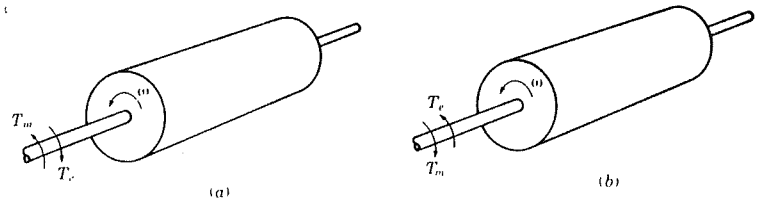


Figura 14.1 Representação de um rotor de máquina comparando direções de rotações e torques mecânicos e elétricos para (*a*) um gerador e (*b*) um rotor.

máquina primária são ditas estarem em sincronismo com as outras máquinas operando na velocidade síncrona no sistema de potência. A máquina primária pode ser uma turbina hidráulica ou uma turbina a vapor para as quais não existem modelos de diferentes níveis de complexidade para representar seus efeitos em T_m. Neste texto, T_m é considerado constante para uma dada condição de operação. Esta consideração é razoável para geradores ainda que a entrada da máquina primária seja controlada por governadores. Os governadores não atuam até que uma variação na velocidade seja sentida e, então, não são considerados efetivos durante o período de tempo no qual as dinâmicas do rotor são de interesse em nossos estudos de estabilidade. O torque elétrico T_e corresponde à potência resultante no entreferro da máquina e leva em conta, então, a potência de saída total do gerador mais perdas $|I|^2R$ no enrolamento da armadura. No motor síncrono, o sentido do fluxo de potência é oposto àquele no gerador. De acordo com isto, para um motor, ambos, T_m e T_e na Equação (14.1), são de sinais inversos como indicado na Figura 14.1*b*. T_e, então, corresponde à potência de entreferro suprida pelo sistema elétrico para acionar o rotor, enquanto T_m representa o torque de oposição da carga e as perdas rotativas tendentes a retardar o rotor.

Como θ_m é medido com respeito a um eixo de referência estacionária sobre o rotor, constitui-se em uma medida absoluta do ângulo do rotor. Conseqüentemente, cresce continuamente com o tempo, embora ainda em velocidade síncrona constante. Como a velocidade do rotor relativa à velocidade síncrona é de interesse, é mais conveniente medir a posição angular do rotor com respeito a um eixo de referência que gira em velocidade síncrona. Portanto, definimos

$$\theta_m = \omega_{sm}t + \delta_m \tag{14.2}$$

onde ω_{sm} é a velocidade síncrona da máquina em radianos mecânicos por segundos e δ_m é o deslocamento angular do rotor, em radianos mecânicos, a partir do eixo de referência da rotação síncrona. As derivadas da Equação (14.2) com respeito ao tempo são

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_{sm} + \frac{d\delta_m}{dt} \tag{14.3}$$

e

$$\frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2} \tag{14.4}$$

A Equação (14.3) indica que a velocidade angular do rotor $d\theta_m/dt$ é constante e igual à velocidade síncrona somente quando $d\delta_m/dt$ é zero. Portanto, $d\delta_m/dt$ representa o desvio de sincronismo da velocidade do rotor e as unidades de medida são radianos mecânicos por segundo. A Equação (14.4) representa a aceleração do rotor medida em radianos mecânicos por segundo-ao-quadrado.

Substituindo a Equação (14.4) na Equação (14.1), obtemos

$$J\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = T_a = T_m - T_e \qquad \text{N-m} \tag{14.5}$$

É interessante, para propósitos de notação, introduzir

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \tag{14.6}$$

para a velocidade angular do rotor. Lembramos da dinâmica elementar que potência é igual ao torque vezes velocidade angular e, então, multiplicando a Equação (14.5) por ω_m, obtemos

$$J\omega_m\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \qquad \text{W} \tag{14.7}$$

onde P_m é a potência de entrada no eixo da máquina menos perdas rotacionais, P_e é a potência elétrica no entreferro e P_a é a potência de aceleração que leva em conta qualquer desequilíbrio entre aquelas duas quantidades. Usualmente, desprezaremos as perdas rotacionais e perdas $|I|^2R$ na armadura, e consideraremos P_m como potência elétrica suprida pela máquina primária e P_e como a potência elétrica na saída.

O coeficiente $J\omega_m$ é o momento angular do rotor; na velocidade síncrona ω_{sm} é representado por M e chamado *constante de inércia* da máquina. Obviamente, as unidades em que M é expressa devem corresponder àquelas de J e ω_m. Uma cuidadosa verificação das unidades em cada termo da Equação (14.7) indica que M é expressa em joule-segundo por radiano mecânico e escreve-se

$$M\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \qquad \text{W} \tag{14.8}$$

Quando usamos M nesta equação, o coeficiente não é constante no sentido restrito porque ω_m não é igual à velocidade síncrona para todas as condições de operação. Entretanto, ω_m na prática não difere significativamente da velocidade síncrona quando a máquina está estável e como potência é mais conveniente que torque em cálculos, a Equação (14.8) é preferida. Em dados de máquinas, fornecidos para estudos de estabilidade, outra constante relacionada à inércia é freqüentemente encontrada. Esta é a chamada *constante H* que é definida por

$$H = \frac{\text{energia cinética armazenada em megajoule na velocidade síncrona}}{\text{potência nominal da máquina em MVA}}$$

e

$$H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_{sm}^2}{S_{\text{maq}}} = \frac{\frac{1}{2}M\omega_{sm}}{S_{\text{maq}}} \qquad \text{MJ/MVA} \tag{14.9}$$

onde S_{maq} é a potência mecânica nominal da máquina em MVA. Resolvendo para M na Equação (14.9), nós obtemos

$$M = \frac{2H}{\omega_{sm}}S_{\text{maq}} \quad \text{MJ/Rad.Mecânicos} \tag{14.10}$$

e substituindo esta equação na (14.8), encontramos

$$\frac{2H}{\omega_{sm}}\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = \frac{P_a}{S_{\text{maq}}} = \frac{P_m - P_e}{S_{\text{maq}}} \tag{14.11}$$

Esta equação leva a um resultado muito simples.

Note que δ_m é expresso em radianos mecânicos no numerador da Equação (14.11), onde ω_{sm} é expresso em radianos mecânicos por segundo no denominador. Podemos, ainda, escrever a equação na forma

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \tag{14.12}$$

providenciando que tanto δ como ω_s tenham unidades consistentes e que possam ser graus ou radianos elétricos ou mecânicos. H e t têm unidades consistentes já que megajoule por megavolt-ampère está em unidade de tempo de segundo e P_a, P_m e P_e deve ser em por-unidade na mesma base de H. Quando o subscrito m é associado a ω, ω_s e δ, significa que são usadas unidades mecânicas; senão unidades elétricas estão implícitas. Em concordância, ω_s é a velocidade síncrona em unidades elétricas. Para um sistema com uma freqüência elétrica de f Hz, a Equação (14.12) torna-se

$$\frac{H}{\pi f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \tag{14.13}$$

onde δ está em radianos elétricos e

$$\frac{H}{180f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_m - P_e \text{ p.u.} \tag{14.14}$$

aplica-se quando δ está em graus elétricos.

A Equação (14.12), chamada *equação de oscilação* da máquina, é a equação fundamental que governa as dinâmicas rotacionais das máquinas síncronas em estudos de estabilidade. Notamos que esta equação é diferencial de segunda ordem e que pode ser escrita como duas equações diferenciais de primeira ordem

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \text{ p.u.} \tag{14.15}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \tag{14.16}$$

nas quais ω, ω_s e δ envolvem radianos ou graus elétricos. Usaremos as várias formas equivalentes de equação de oscilação através deste capítulo para determinar a estabilidade de uma máquina de um sistema de potência. Quando a equação de oscilação é resolvida, obtemos a expressão para δ como uma função do tempo. O gráfico da solução é chamado *curva de oscilação* da máquina e a inspeção das curvas de oscilação de todas as máquinas do sistema indicará se as máquinas permanecem em sincronismo após um distúrbio.

14.3 OUTRAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO

O MVA base usado na Equação (14.11) é o valor nominal da máquina que foi explanado pela definição de H. Num estudo de estabilidade de um sistema de potência com muitas máquinas síncronas, somente um MVA base comum para todas as partes do sistema pode ser escolhido. Como o lado direito da equação de oscilação para cada máquina deve ser expresso em por-unidade nesta base comum para o sistema, é claro que H, do lado esquerdo de cada equação de oscilação, deve ser também consistente com a base do sistema. Isto é conseguido pela conversão da constante H para cada máquina, baseada nas suas próprias potências nominais individuais, para um valor determinado pela base do sistema, S_{sist}. A Equação (14.11), multiplicada em cada lado pela relação $(S_{\text{maq}}/S_{\text{sist}})$, chega à fórmula de conversão

$$H_{\text{sist}} = H_{\text{maq}} \frac{S_{\text{maq}}}{S_{\text{sist}}} \tag{14.17}$$

na qual, o subscrito para cada termo indica a base correspondente que é usada. Em estudos industriais, a base do sistema escolhido é 100 MVA.

A constante de inércia M raramente é usada na prática e as formas da equação de oscilação envolvendo H são mais freqüentemente encontradas. Isto acontece, porque o valor de M varia amplamente com o tamanho e tipo da máquina enquanto H assume uma faixa mais estreita de valores como indicado na Tabela 14.1. Fabricantes de máquina também usam o símbolo WR^2 para especificação das partes rotativas de uma unidade geradora (inclusive a máquina primária), onde o peso é dado em libra e multiplicado pelo quadrado do raio de giração dado em pés. Assim $WR^2/32{,}2$ é o momento de inércia da máquina em slug-pé ao quadrado.

Exemplo 14.1 Desenvolva uma fórmula para calcular a constante H para uma unidade de geração nuclear com valor nominal de 1.333 MVA, 1.800 r/min com $WR^2 = 5.820.000$ lb-pé^2..

Solução A energia cinética de rotação em pé-libra, na velocidade síncrona, é

$$\text{KE} = \frac{1}{2}\frac{WR^2}{32{,}2}\left|\frac{2\pi(\text{r/min})}{60}\right|^2 \quad \text{pés-lb}$$

Como 550 pés-lb/s são iguais a 746 W, segue-se que 1 pé-lb iguala-se a 746/550 J. Assim, convertendo pé-libra para megajoule e dividindo pelo valor nominal da máquina em megavolt-ampère, obtemos

$$H = \frac{\left(\frac{746}{550} \times 10^{-6}\right)\frac{1}{2}\frac{WR^2}{32{,}2}\left|\frac{2\pi(\text{r/min})}{60}\right|^2}{S_{\text{maq}}}$$

Tabela 14.1 Constantes de inércia típicas de máquinas síncronas†

Tipo de Máquina	Constante de Inércia H‡ MJ/MVA
Gerador turbinado:	
Condensação, 1.800 r/min	9–6
130r/min	7–4
Não-condensado, 3.600 r/min	4–3
Gerador roda-d'água	
Baixa-velocidade, 200 r/min	2–3
Alta-velocidade, 200 r/min	2–4
Condensador síncrono: §	
Grande	1,25
Pequeno	1,00
Motor síncrono com carga	
Varia de 1,0 a 5,0 e	
maior para *heavy flywheels*	

† Reimpresso com permissão da Westinghouse Electric Corporation do *Electrical Transmission and Distribution Reference Book.*

‡ Onde é dada uma faixa, o primeiro valor se aplica a máquinas de menores megavolt-ampères nominais.

§ Refrigerado a hidrogênio, 25% menos

Que resulta, após simplificações a

$$H = \frac{2{,}31 \times 10^{-10} WR^2(\text{r/min})^2}{S_{\text{maq}}}$$

Inserindo os dados fornecidos à máquina nesta seção, obtemos

$$H = \frac{2{,}31 \times 10^{-10}(5{,}82 \times 10^6)(1800)^2}{1333}$$

$$= 3{,}27 \text{ MJ/MVA}$$

Convertendo H para uma base do sistema de 100 MVA, obtemos

$$H = 3{,}27 \times \frac{1333}{100} = 43{,}56 \text{ MJ/MVA}$$

Num estudo de estabilidade para um sistema de grande porte com muitas máquinas geograficamente dispersas sobre uma ampla área, é desejável a minimização do número de equações de oscilação a serem resolvidas. Isto pode ser feito se as faltas nas linhas de transmissão ou outros distúrbios sobre o sistema afetarem as máquinas dentro da usina geradora de potência de tal maneira que os rotores oscilem juntos. Em tais casos, as máquinas dentro da usina podem ser combinadas em uma única máquina equivalente de tal maneira, como se considerasse seus rotores mecanicamente acoplados e somente uma equação de oscilação necessitasse ser escrita para elas.

Considere uma usina com dois geradores conectados ao mesmo barramento e que esteja eletricamente remota do local de distúrbio. As equações de oscilação na base comum do sistema são

$$\frac{2H_1}{\omega_s}\frac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{m1} - P_{e1} \quad \text{p.u.} \tag{14.18}$$

$$\frac{2H_2}{\omega_s}\frac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{m2} - P_{e2} \quad \text{p.u.} \tag{14.19}$$

Adicionando estas equações e anotando δ_1 e δ_2 por δ, já que os rotores oscilarão juntos, daí obtemos

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad \text{p.u.} \tag{14.20}$$

onde $H = (H_1 + H_2)$, $P_m = (P_{m1} + P_{m2})$ e $P_e = (P_{e1} + P_{e2})$. Esta equação única, que está na forma da Equação (14.12), pode ser resolvida para representar as dinâmicas da usina.

Exemplo 14.2 Duas unidades geradoras de 60 Hz operam em paralelo dentro da mesma usina e têm os seguintes valores nominais:

Unidade 1: 500 MVA, fator de potência de 0,85; 20 kV; 3600 r/min

$$H_1 = 4{,}8 \text{ MJ/MVA}$$

Unidade 2: 1333 MVA, fator de potência de 0,9; 22 kV; 1800 r/min

$$H_2 = 3{,}27 \text{ MJ/MVA}$$

Calcule a constante H equivalente às duas unidades na base de 100 MVA.

Solução A energia cinética rotativa total das duas máquinas é

$$\text{KE} = (4{,}8 \times 500) + (3{,}27 \times 1333) = 6759 \text{ MJ}$$

Conseqüentemente, a constante H para a máquina equivalente é

$$H = 67{,}59 \text{ MJ/MVA}$$

e este valor pode ser usado numa equação única de oscilação desde que as máquinas oscilem juntas; conseqüentemente os ângulos de seus rotores estão em fase em cada instante de tempo. Máquinas que oscilam juntas são chamadas máquinas *coerentes*. Nota-se que, quando ω_s e δ são expressos em graus ou radianos elétricos, as equações de oscilação para máquinas coerentes podem ser combinadas mesmo que, como no exemplo, as velocidades nominais sejam diferentes. Este fato é freqüentemente usado em estudos de estabilidade envolvendo muitas máquinas com o objetivo de reduzir o número de equaçções de oscilação que necessitam ser resolvidas.

Para *qualquer par* de máquinas não coerentes no sistema, podem ser escritas equações de oscilação semelhantes às (14.18) e (14.19). Dividindo cada equação pelo seu coeficiente ao lado esquerdo da igualdade e subtraindo as equações resultantes, obtemos

$$\frac{d^2\delta_1}{dt^2} - \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2}\left(\frac{P_{m1} - P_{e1}}{H_1} - \frac{P_{m2} - P_{e2}}{H_2}\right) \tag{14.21}$$

Multiplicando cada lado por $H_1H_2/(H_1 + H_2)$ e reordenando, encontramos

$$\frac{2}{\omega_s}\left(\frac{H_1H_2}{H_1 + H_2}\right)\frac{d^2(\delta_1 - \delta_2)}{dt^2} = \frac{P_{m1}H_2 - P_{m2}H_1}{H_1 + H_2} - \frac{P_{e1}H_2 - P_{e2}H_1}{H_1 + H_2} \tag{14.22}$$

que também pode ser escrita mais simplesmente na forma da equação de oscilação básica, Equação (14.12), como segue

$$\frac{2}{\omega_s}H_{12}\frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} = P_{m12} - P_{e12} \tag{14.23}$$

Aqui, o ângulo relativo δ_{12} é igual a $\delta_1 - \delta_2$ e uma inércia equivalente e potências ponderadas de entrada e de saída são definidas por

$$H_{12} = \frac{H_1H_2}{H_1 + H_2} \tag{14.24}$$

$$P_{m12} = \frac{P_{m1}H_2 - P_{m2}H_1}{H_1 + H_2} \tag{14.25}$$

$$P_{e12} = \frac{P_{e1}H_2 - P_{e2}H_1}{H_1 + H_2} \tag{14.26}$$

Uma significativa aplicação destas equações refere-se a um sistema de duas máquinas tendo somente um gerador (máquina um) e um motor síncrono (máquina dois) conectados por uma rede de resistência pura. Qualquer mudança na saída do gerador é então absorvida pelo motor e podemos escrever

$$\begin{aligned} P_{m1} &= -P_{m2} = P_m \\ P_{e1} &= -P_{e2} = P_e \end{aligned} \tag{14.27}$$

Nestas condições, $P_{m12} = P_m$, $P_{e12} = P_e$ e a equação reduz-se a

$$\frac{2H_{12}}{\omega_s}\frac{d^2\delta_{12}}{dt^2} = P_m - P_e$$

que também é do mesmo formato da Equação (14.12), que se aplica para uma única máquina.

A Equação (14.22) demonstra que a estabilidade de uma máquina, dentro de um sistema, é uma propriedade relativa associada com o comportamento dinâmico com respeito às outras máquinas do sistema. O ângulo do rotor de uma máquina, digamos δ_1, pode ser escolhido como comparação com o ângulo do rotor de cada uma das outras, simbolizado por δ_2. Para que seja estável, a diferença angular entre todas as máquinas deve decrescer após a operação final de chaveamento, como por exemplo a abertura de um disjuntor para eliminar uma falta. Quando escolhemos registrar em gráfico os ângulos entre os rotores das máquinas e um eixo de referência girante em sincronismo, são os ângulos relativos entre máquinas que são importantes. Nossa discussão acima enfatiza a natureza relativa da propriedade de estabilidade de um sistema e indica que a característica essencial de um estudo de estabilidade é revelada pela consideração dos problemas duas-máquinas. Tais problemas são de dois tipos; aqueles tendo uma máquina de inércia finita oscilando com respeito a um barramento infinito e aqueles tendo duas máquinas de inércia finita oscilando, uma com respeito à outra. Um barramento infinito pode ser considerado, para fins de estabilidade, como um barramento no qual está localizada uma máquina de tensão interna constante, tendo impedância zero e inércia infinita. O ponto de conexão de um gerador a um sistema de potência de grande porte pode ser considerado como tal barramento. Em todos os casos, a equação de oscilação assume a forma da Equação (14.12), da qual cada termo deve ser explicitamente descrito antes de resolvê-la. A equação para P_e é essencial nesta descrição e agora procederemos a sua caracterização para o caso do sistema duas-máquinas.

14.4 EQUAÇÃO DO ÂNGULO-DE-POTÊNCIA

Na equação de oscilação para o gerador, a potência mecânica de entrada fornecida pela máquina primária P_m será constante. Como havíamos mencionado previamente, isto é uma consideração razoável pois aguardam-se modificações das condições na rede elétrica antes que as ações de controle possam causar reação da turbina. Como P_m na Equação (14.12) é constante, a potência elétrica na saída P_e determinará as condições para que o rotor acelere, desacelere ou permaneça em velocidade síncrona. Quando P_e iguala-se a P_m, a máquina opera na velocidade síncrona em regime permanente; quando P_e muda deste valor, o rotor desvia-se da velocidade síncrona. Mudanças em P_e são determinadas por condições sobre as redes de transmissão, distribuição e cargas do sistema para o qual o gerador fornece potência. Distúrbios na rede elétrica resultante de variações severas de carga, faltas na rede ou operação de circuitos disjuntores podem causar variações rápidas à potência de saída do gerador P_e e, neste caso, existem transitórios eletromecânicos. Nossa consideração fundamental é que o efeito das variações de velocidade de máquina sobre a tensão gerada é desprezível, uma vez que a maneira pela qual P_e varia é determinada pelas equações de fluxo de carga aplicadas ao estado da rede elétrica e pelo modelo escolhido para representar o comportamento elétrico da máquina. Cada máquina é representada, para fins de estudo de estabilidade transitória, pela sua tensão interna E' em série com a reatância transitória X'_d como indicado na Figura 14.2*a*, na qual V_t é a tensão terminal. Isto corresponde à representação em regime permanente, na qual a reatância síncrona X_d está em série com a tensão síncrona interna ou sem a carga E. A resistência da armadura é desprezível na maioria dos casos de tal sorte que o diagrama fasorial da Figura 14.2*b* é aplicável. Como cada máquina deve ser considerada em relação ao sistema do qual faz parte, os ângulos fasoriais das variáveis das máquinas são medidos com respeito à referência comum do sistema.

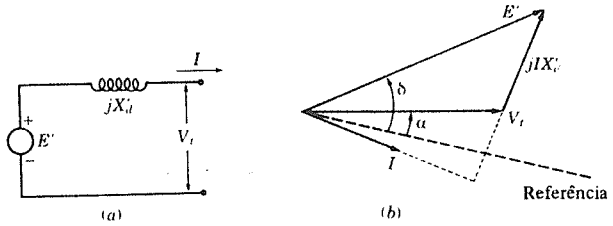


Figura 14.2 Diagrama fasorial de uma máquina síncrona, para estudo de estabilidade transitória.

A Figura 14.3 representa, esquematicamente, um gerador suprindo potência através de um sistema de transmissão de terminal receptor do sistema, no barramento 2. O retângulo representa o sistema de transmissão composto de componentes passivos tais como transformadores, linhas de transmissão, capacitores e inclusive a reatância transitória do gerador. Ainda, a tensão E'_1 representa a tensão transitória interna do gerador no barramento 1. A tensão E'_2 no terminal receptor é considerado aqui como sendo a de um barramento infinito ou como a tensão transitória interna de um motor síncrono, cuja reatância transitória está incluída na rede. Posteriormente, consideraremos o caso de dois geradores que suprem cargas de impedância constante da rede.

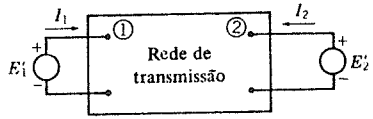


Figura 14.3 Diagrama esquemático para estudos de estabilidade. As reatâncias transitórias associadas com E'_1 e E'_2 estão incluídas na rede de transmissão.

Os elementos da matriz admitância-de-barramento para a rede, reduzida a dois nós somados ao nó de referência, são

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \tag{14.28}$$

Repetindo a Equação (8.7), temos

$$P_k - jQ_k = V_k^* \sum_{n=1}^{N} Y_{kn} V_n \tag{14.29}$$

a qual, fazendo k e n iguais a 1 e 2, respectivamente, e substituindo por E'_2 por V, pode ser escrita

$$P_1 + jQ_1 = E'_1(Y_{11}E'_1)^* + E'_1(Y_{12}E'_2)^* \tag{14.30}$$

ou onde

$$E_1' = |E_1'|\underline{/\delta_1} \qquad E_2' = |E_2'|\underline{/\delta_2}$$
$$Y_{11} = G_{11} + jB_{11} \qquad Y_{12} = |Y_{12}|\underline{/\theta_{12}}$$

obtemos

$$P_1 = |E_1'|^2 G_{11} + |E_1'||E_2'||Y_{11}| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) \tag{14.31}$$
$$Q_1 = -|E_1'|^2 B_{11} + |E_1'||E_2'||Y_{12}| \operatorname{sen}(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12}) \tag{14.32}$$

Equações similares aplicam-se para o barramento 2 pela troca de subscritos nas duas equações acima.

Se fizermos

$$\delta = \delta_1 - \delta_2$$

e definirmos um novo ângulo δ tal que

$$\gamma = \theta_{12} - \frac{\pi}{2}$$

obteremos das Equações (14.31) e (14.32)

$$P_1 = |E_1'|^2 G_{11} + |E_1'||E_2'||Y_{12}| \operatorname{sen}(\delta - \gamma) \tag{14.33}$$
$$Q_1 = -|E_1'|^2 B_{11} - |E_1'||E_2'||Y_{12}| \cos(\delta - \gamma) \tag{14.34}$$

A Equação (14.33) pode ser escrita de maneira mais simples como

$$P_e = P_c + P_{\max} \operatorname{sen}(\delta - \gamma) \tag{14.35}$$

onde

$$P_c = |E_1'|^2 G_{11} \qquad P_{\max} = |E_1'||E_2'||Y_{12}| \tag{14.36}$$

Como P_1 representa a potência elétrica na saída do gerador (com a perda na armadura desprezada) substituímos isto por P_e na Equação (14.35), que é freqüentemente chamada *equação do ângulo-de-potência*; seu gráfico como uma função de δ é chamada *curva de ângulo-de-potência*. Os parâmetros P_e, $P_{\max}$ e γ são constantes para uma dada configuração de rede e magnitudes de tensões constantes $|E_1'|$ e $|E_2'|$. Quando a rede é considerada sem resistência, conseqüentemente todos os elementos de $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ são susceptâncias e, então, tanto G_{11} como γ são zero. A equação de ângulo-de-potência que então aplica-se a redes de reatância pura é simplesmente a familiar equação

$$P_e = P_{\max} \operatorname{sen} \delta \tag{14.37}$$

onde e X é a reatância de transferência entre E_1' e E_2'.

Exemplo 14.3 O diagrama unifilar da Figura 14.4 mostra um gerador conectado através de linhas de transmissão paralelas até um grande sistema metropolitano considerado como uma barra infinita. A máquina está entregando 1,0 por-unidade de potência e tanto a tensão terminal como a tensão na barra infinita são 1,0 por-unidade. Números sobre o diagrama indicam os valores das reatâncias numa base comum ao sistema. A reatância transitória do gerador é 0,20 por-unidade como indicado. Determine a equação do ângulo-de-potência para o sistema aplicado às condições de operação.

Solução O diagrama de reatância para o sistema está indicado na Figura 14.5*a*. A reatância série entre a tensão terminal e o barramento infinito é

$$X = 0{,}10 + \frac{0{,}4}{2} = 0{,}3 \text{ p.u.}$$

e, portanto, a potência em por-unidade de 1,0 na saída do gerador é determinada pela equação do ângulo-de-potência

$$\frac{|V_t||V|}{X} \operatorname{sen} \alpha = \frac{(1{,}0)(1{,}0)}{0{,}3} \operatorname{sen} \alpha = 1{,}0$$

onde V é a tensão do barramento infinito e α é o ângulo da tensão terminal em relação ao do barramento infinito. Resolvendo para α, obtemos

$$\alpha = \operatorname{sen}^{-1} 0{,}3 = 17{,}458°$$

tal que a tensão terminal é

$$V_t = 1{,}0\underline{/17{,}458°} = 0{,}954 + j0{,}300 \text{ p.u.}$$

A corrente de saída do gerador é agora calculada como

$$I = \frac{1{,}0\underline{/17{,}458°} - 1{,}0\underline{/0°}}{j0{,}3}$$
$$= 1{,}0 + j0{,}1535 = 1{,}012\underline{/8{,}729°} \text{ p.u.}$$

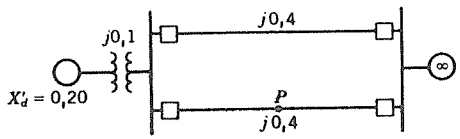


Figura 14.4 Diagrama unifilar para o Exemplo 14.3 e 14.4. O ponto P está no centro da linha.

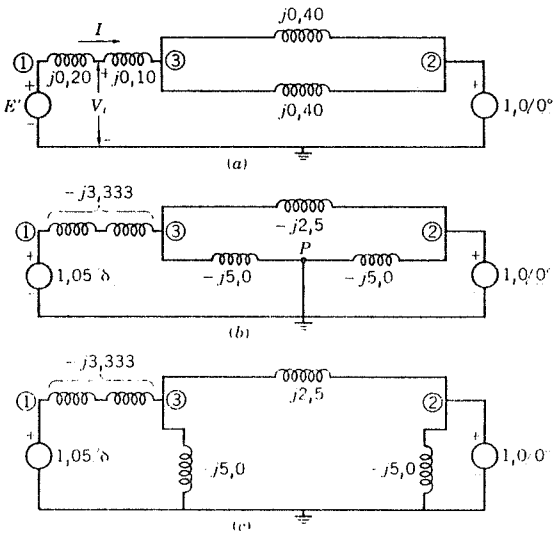


Figura 14.5 Diagrama de reatância (*a*) para rede com configuração de pré-falta para o Exemplo 14.3 com impedâncias em por-unidades e (*b*) e (*c*) para a configuração de falta do Exemplo 14.4 com as mesmas impedâncias convertidas a admitâncias e escritas em por-unidade.

e a tensão interna transitória é então obtida como

$$E' = (0{,}954 + j0{,}30) + j(0{,}2)(1{,}0 + j0{,}1535)$$
$$= 0{,}923 + j0{,}5 = 1{,}050\underline{/28{,}44°} \text{ p.u.}$$

A equação do ângulo-de-potência, relacionando a tensão interna transitória E' e a tensão do barramento infinito V, é determinada pela reatância série *total*

$$X = 0{,}2 + 0{,}1 + \frac{0{,}4}{2} = 0{,}5 \text{ p.u.}$$

Assim, a equação desejada é

$$P_e = \frac{(1{,}050)(1{,}0)}{0{,}5} \operatorname{sen} \delta = 2{,}10 \operatorname{sen} \delta \text{ p.u.}$$

onde δ é o ângulo do rotor da máquina com respeito ao barramento infinito.

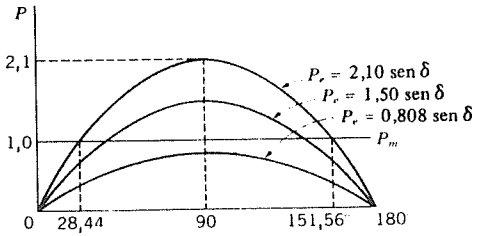


Figura 14.6 Gráfico das curvas de ângulo-de-potência encontradas nos Exemplos 14.3 a 14.5.

Esta equação de ângulo-de-potência está representada na Figura 14.6. Observe que a potência mecânica de entrada P_m é constante e intercepta a curva senoidal do ângulo-de-potência no ângulo de operação $\delta_0 = 28{,}44°$. Esta é a posição angular inicial do rotor do gerador correspondente às condições de operação dadas. A equação de oscilação para a máquina pode ser escrita

$$\frac{H}{180f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = 1{,}0 - 2{,}10 \operatorname{sen} \delta \text{ p.u.} \tag{14.38}$$

onde H está em megajoules por megavolt-ampère, f é a freqüência elétrica do sistema e δ está em graus elétricos. Podemos facilmente chegar aos resultados do exemplo, já que nas condições de operação, $P_e = 2{,}10 \operatorname{sen} 28{,}44° = 1{,}0$ por-unidade que corresponde exatamente à potência mecânica de entrada P_m e a aceleração é zero.

No exemplo seguinte, determinamos a equação do ângulo-de-potência para o mesmo sistema com uma falta trifásica em P, o ponto médio de uma das linhas de transmissão. Uma aceleração positiva é indicada quando a falta está presente.

Exemplo 14.4 O sistema do Exemplo 14.3 está operando nas condições indicadas quando uma falta trifásica ocorre no ponto P na Figura 14.4. Determine a equação do ângulo-de-potência para o sistema nas condições de falta e a correspondente equação de oscilação. Suponha $H = 5$ MJ/MVA.

Solução O diagrama de reatância está indicado na Figura 14.5*b* no caso da falta sobre o sistema no ponto P. Os valores indicados são as admitâncias em por-unidade. O efeito do curto-circuito causado pela falta está claramente mostrado pelo diagrama de reatância da Figura 14.5*c*. Como calculado no Exemplo 14.3, a tensão interna transitória do gerador permanece em $E' = 1{,}05\underline{/28{,}44°}$ baseado na consideração de enlace de fluxo constante na máquina. Continua a necessidade de calcular a admitância de transferência resultante, conectada às fontes de tensão. Os barramentos são numerados como indicado e a $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ é formada por inspeção da Figura 14.5*c* como segue

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} = j\begin{bmatrix} -3{,}333 & 0 & 3{,}333 \\ 0 & -7{,}50 & 2{,}50 \\ 3{,}333 & 2{,}50 & -10{,}833 \end{bmatrix}$$

O barramento 3 não tem conexão com fonte externa e pode ser removido pelo procedimento de eliminação de nós da Seção 7.4, para chegar à matriz de admitância reduzida

$$\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix} = j \begin{vmatrix} -2,308 & 0,769 \\ 0,769 & -6,923 \end{vmatrix}$$

O módulo da admitância de transferência é 0,769 e portanto

$$P_{max} = |E_1||E_2||Y_{12}| = (1,05)(1,0)(0,769) = 0,808 \text{ p.u.}$$

A equação do ângulo-de-potência com o sistema na condição de falta é por anto

$$P_e = 0,808 \text{ sen } \delta \text{ p.u.}$$

e a equação de oscilação correspondente é

$$\frac{5}{180f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = 1,0 - 0,808 \text{ sen } \delta \text{ p.u.} \tag{14.39}$$

Para posterior referência note que, por causa de sua inércia, o rotor não pode mudar a posição instantaneamente na condição de ocorrência de falta. Portanto, o ângulo do rotor δ é inicialmente 28,44° como no Exemplo 14.3 e a potência elétrica de saída é $P_e = 0,808$ sen 28,44° = 0,385. A potência de aceleração inicial é

$$P_a = 1,0 - 0,385 = 0,615 \text{ p.u.}$$

e a aceleração inicial é positiva com o valor dado por

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{180f}{5}(0,615) = 22,14f \text{ graus elétricos/s}^2$$

onde f é a freqüência do sistema.

O sistema de proteção-de-linha sentirá a falta sobre a linha e atuará procurando eliminar a falta pela abertura simultânea dos disjuntores nos terminais da linha. Quando isto ocorre, uma nova equação do ângulo-de-potência é considerada, já que ocorreu mudança na rede.

Exemplo 14.5 A falta sobre o sistema do Exemplo 14.4 é eliminada por simultâneas aberturas dos disjuntores em cada terminal da linha afetada. Determine a equação de ângulo-de-potência e a equação de oscilação para o período pós-falta.

Solução A inspeção da Figura 14.5*a* mostra que, na condição de falta removida, a admitância de transferência resultante através do sistema é

$$Y_{12} = \frac{1}{j(0,2 + 0,1 + 0,4)} = -j1,429 \text{ p.u.}$$

ou na matriz de admitância

$$Y_{12} = j1,429$$

Portanto, a equação do ângulo-de-potência pós-falta é

$$P_e = (1,05)(1,0)(1,429) \text{ sen } \delta = 1,500 \text{ sen } \delta$$

e a equação de oscilação é

$$\frac{5}{180f}\frac{d^2\delta}{dt^2} = 1,0 - 1,500 \text{ sen } \delta$$

A aceleração no instante da eliminação da falta depende da posição angular do rotor naquele tempo. As curvas ângulo-de-potência para os Exemplos 14.3 e 14.5 estão comparadas na Figura 14.6.

14.5 COEFICIENTES DE POTÊNCIA SINCRONIZANTE

No Exemplo 14.3, o ponto de operação sobre a curva senoidal P_e da Figura 14.6 foi encontrado como sendo em δ_0 igual a 28,44°, onde a potência mecânica de entrada P_m iguala a potência elétrica da saída P_e. Na mesma figura, vê-se que P_e iguala-se a P_m em $\delta = 151,56°$ e esta parece ser igualmente um ponto de operação aceitável. Entretanto, será mostrado que agora este não é o caso.

Um requisito, aceito como sendo comum, para um ponto de operação ser aceitável é que o gerador não deve perder sincronismo quando pequenas mudanças temporárias ocorrem na potência elétrica da saída da máquina. Para examinar este requisito, para uma potência mecânica de entrada P_m, consideram-se pequenas variações incrementais nos parâmetros do ponto de operação, isto é, considera-se

$$\delta = \delta_0 + \delta_\Delta \qquad P_e = P_{e0} + P_{e\Delta} \tag{14.40}$$

onde o subscrito zero denota os valores do ponto de operação em regime permanente e o subscrito delta identifica as variações incrementais daquele valores. Substituindo as Equações (14.40) na Equação (14.37), obtemos a equação ângulo-potência para o sistema genérico de duas máquinas na forma

$$\begin{aligned} P_{e0} + P_{e\Delta} &= P_{max} \text{ sen } (\delta_0 + \delta_\Delta) \\ &= P_{max} (\text{sen } \delta_0 \cos \delta_\Delta + \cos \delta_0 \text{ sen } \delta_\Delta) \end{aligned}$$

Como δ_Δ é um pequeno deslocamento incremental de δ_0,

$$\text{sen } \delta_\Delta \cong \delta_\Delta \qquad \text{e} \qquad \cos \delta_\Delta \cong 1 \tag{14.41}$$

e a equação prévia torna-se

$$P_{e0} + P_{e\Delta} = P_{\max} \operatorname{sen} \delta_0 + (P_{\max} \cos \delta_0)\delta_\Delta \tag{14.42}$$

onde uma igualdade restrita é agora usada. No ponto inicial de operação δ_0,

$$P_m = P_{e0} = P_{\max} \operatorname{sen} \delta_0 \tag{14.43}$$

e segue-se, ainda, das duas últimas equações, que

$$P_m - (P_{e0} + P_{e\Delta}) = -(P_{\max} \cos \delta_0)\delta_\Delta \tag{14.44}$$

Substituindo as variáveis incrementais da Equação (14.40) na equação de oscilação básica, Equação (14.12), obtemos

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2(\delta_0 + \delta_\Delta)}{dt^2} = P_m - (P_{e0} + P_{e\Delta}) \tag{14.45}$$

Substituindo o lado direito desta equação pela Equação (14.44) e transpondo os termos, obtemos

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta_\Delta}{dt^2} + (P_{\max} \cos \delta_0)\delta_\Delta = 0 \tag{14.46}$$

pois δ_0 é um valor constante. Oservando que $P_{\max} \cos \delta_0$ é a declividade da curva do ângulo-de-potência para o ângulo δ_0, anotamos esta declividade como S_p e definimos isto como

$$S_p = \left.\frac{dP_e}{d\delta}\right|_{\delta=\delta_0} = P_{\max} \cos \delta_0 \tag{14.47}$$

onde S_p é chamado *coeficiente de potência sincronizante*. Quando S_p é usado na Equação (14.46), a equação de oscilação, governando as variações incrementais do ângulo do rotor, pode ser reescrita na forma

$$\frac{d^2\delta_\Delta}{dt^2} + \frac{\omega_s S_P}{2H}\delta_\Delta = 0 \tag{14.48}$$

Esta é uma equação diferencial linear de segunda ordem, cuja solução depende do sinal algébrico de S_p. Quando S_p é positivo, a solução $\delta_\Delta(t)$ corresponde à do movimento harmônico simples; tal movimento está representado pelas oscilações de um pêndulo, sem amortecimento†.

† A equação de um movimento harmônico simples é $d^2x/dt^2 + \omega_n^2 x = 0$ que tem a solução geral $A \cos \omega_n t + B \operatorname{sen} \omega_n t$ com constantes A e B determinadas pelas condições iniciais. A solução, quando colocada na forma de gráfico, é uma senóide sem amortecimento e de freqüência angular ω.

Quando S_p é negativo, a solução $\delta_\Delta(t)$ cresce exponencialmente sem limite. Portanto, na Figura 14.6 o ponto de operação $\delta = 28{,}44°$ é um ponto de equilíbrio estável, no sentido de que a oscilação do ângulo do rotor é limitada quando submetido a pequenas perturbações. Na situação física o amortecimento restaurará o ângulo do rotor para $\delta_0 = 28{,}44°$ quando submetido a perturbação elétrica temporária. Por outro lado, o ponto $\delta = 151{,}56°$ é um ponto de equilíbrio instável já que S_p é negativo neste caso. Portanto, este ponto não é válido como ponto de operação.

A variação de posição do rotor do gerador, oscilando com respeito ao barramento infinito, pode ser vista por uma analogia. Considere um pêndulo oscilando em torno de um pivô sobre uma armação estacionária, como indicado na Figura 14.7*a*. Os pontos *a* e *c* são os pontos máximos de oscilação do pêndulo em torno do ponto de equilíbrio *b*. O amortecimento, na evntualidade, trará o pêndulo a repousar em *b*. Agora, imagine um disco girando no sentido dos ponteiros do relógio e em torno de pivô do pêndulo, como indicado na Figura 14.7*b*, e sobreponha o movimento do pêndulo ao movimento do disco. Quando o pêndulo se move de *a* para *c*, a velocidade angular combinada é menor que aquela do disco. Quando o pêndulo se move de *c* para *a*, a velocidade angular combinada é mais rápida que a do disco. Nos pontos *a* e *c*, a velocidade angular do disco corresponde à da velocidade síncrona do rotor, e se o movimento do pêndulo só representa a oscilação do rotor com respeito a um barramento infinito, o movimento superposto do pêndulo sobre o disco representa o movimento angular instantâneo do rotor.

Da discussão acima, concluímos que a solução para a Equação (14.8) representa oscilações senoidais, uma vez que o coeficiente de potência sincronizante S_p é positivo. A freqüência angular das oscilações não amortecidas é dada por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_s S_p}{2H}} \text{ radianos elétricos/s} \tag{14.49}$$

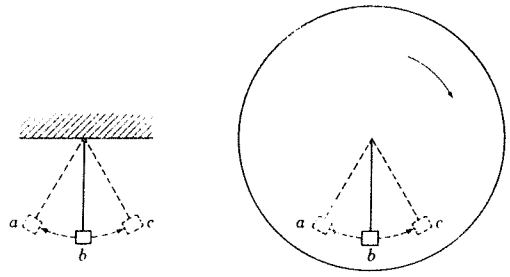
que corresponde a uma freqüência de oscilação dada por

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\omega_s S_P}{2H}} \text{ Hz} \tag{14.50}$$

Exemplo 14.6 A máquina do Exemplo 14.3 está operando em $\delta = 28{,}44°$ quando está sujeita a pequenísimos distúrbios temporários do sistema elétrico. Determine a freqüência e o período da oscilação do rotor da máquina se o distúrbio é removido antes da resposta da máquina primária $H = 5$ MJ/MVA.

Solução A equação de oscilação aplicável é a Equação (14.48) e o coeficiente de potência sincronizante no ponto de operação é

$$S_p = 2{,}10 \cos 28{,}44° = 1{,}8466$$



(a) Pêndulo (b) Pêndulo sobre o disco

Figura 14.7 Pêndulo e disco rotativo para ilustrar uma oscilação do rotor com respeito a um barramento infinito.

A freqüência angular das oscilações, é, portanto,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_s S_P}{2H}} = \sqrt{\frac{377 \times 1{,}8466}{2 \times 5}} = 8{,}343 \text{ rad. elét./S}$$

A freqüência da oscilação correspondente é

$$f_n = \frac{8{,}343}{2\pi} = 1{,}33 \text{ Hz}$$

e o período de oscilação é

$$T = \frac{1}{f_n} = 0{,}753 \text{ s}$$

Este exemplo é muito importante do ponto de vista prático, já que indica a ordem de magnitude das freqüências que podem ser superpostas sobre a freqüência nominal de 60 Hz num sistema de potência de grande porte, tendo muitas máquinas interconectadas. Como a carga do sistema muda randomicamente durante o dia, oscilações entre máquinas envolvendo freqüências da ordem de 1 Hz tendem a crescer mas estas são rapidamente amortecidas pelas várias influências amortecedoras causadas pela máquina primária, cargas do sistema e a própria máquina. É interessante notar que, embora o sistema de transmissão no nosso exemplo contenha resistências, a oscilação do rotor é ainda harmônica e não-amortecida. O Problema 14.8 examina o efeito da resistência sobre o coeficiente de potência sincronizante e na freqüência das oscilações. Numa seção posterior, novamente discutiremos o conceito de coeficientes sincronizantes. Na seção seguinte, examinaremos um método de determinação da estabilidade sobre condições transitórias causadas por grandes distúrbios.

14.6 CRITÉRIO DA IGUALDADE DE ÁREA PARA ESTABILIDADE

Na Seção 14.4 desenvolvemos equações de oscilação que são não-lineares por natureza. A solução formal de tais equações não pode ser explicitamente encontrada. Mesmo no caso de uma simples máquina oscilando com respeito a um barramento infinito é bastante difícil obter soluções na forma literal e, portanto, métodos usando computação digital são normalmente usados. Para examinar a estabilidade de um sistema de duas máquinas sem solucionar a equação de oscilação, é possível uma técnica direta e será agora discutida.

O sistema indicado na Figura 14.8 é o mesmo considerado previamente, exceto pela adição de uma linha curta de transmissão. Inicialmente, o disjuntor A está fechado mas o disjuntor B no terminal oposto da linha curta está aberto. Portanto, as condições iniciais do Exemplo 14.3 podem ser consideradas inalteradas. No ponto P, próximo ao barramento, ocorre uma falta trifásica e é eliminada pelo disjuntor A após um curto período de tempo. Portanto, o sistema de transmissão está inalterado, exceto durante a ocorrência da falta. O curto-circuito causado pela falta efetiva-se sobre o barramento e, portanto, a potência elétrica da saída do gerador é zero até a falta ser eliminada.

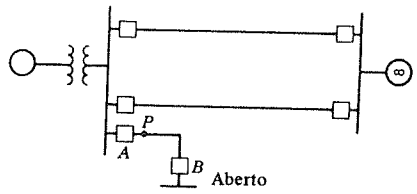


Figura 14.8 Diagrama unifilar do sistema da Figura 14.4 com a adição de uma linha curta.

As condições físicas antes, durante e após a falta podem ser compreendidas a partir das curvas do ângulo-de-potência na Figura 14.9.

Originalmente, o gerador está operando na velocidade síncrona com um ângulo de rotor δ_0 e a potência mecânica de entrada P_m igual à potência elétrica de saída P_e como indicado no ponto a na Figura 14.9a. Quando a falta ocorre, no tempo $t = 0$, a potência elétrica de saída torna-se subitamente nula, enquanto a potência mecânica de entrada se mantém inalterada como indicado na Figura 14.9b. A diferença em potência deve ser levada em conta pela razão da variação de energia cinética armazenada nas massas do rotor. Isto pode ser obtido bastando apenas um aumento na velocidade, que por sua vez resulta da potência de aceleração constante P_m. Se chamarmos o tempo para a eliminação da falta de t_c, então, para o tempo t menor que t_c, a aceleração é constante e é dada por

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2H} P_m \qquad (14.51)$$

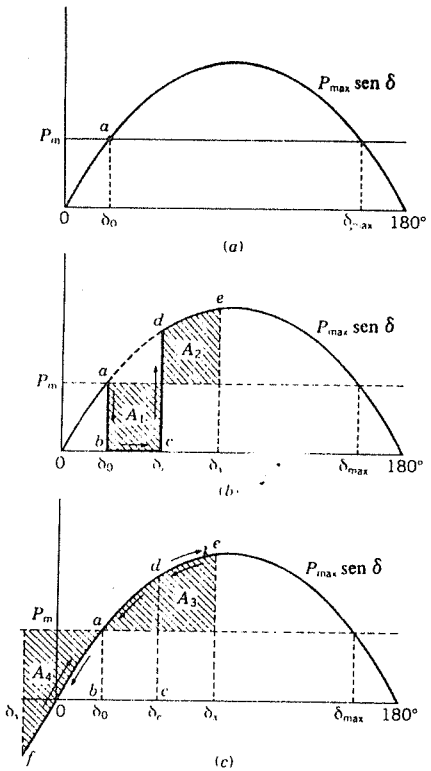


Figura 14.9 Curvas ângulo-potência para o gerador indicado na Figura 14.8. As áreas A_1 e A_2 são iguais às áreas A_3 e A_4.

Quando a falta está presente, a velocidade cresce acima da velocidade de sincronismo e é obtida integrando essa equação para obter

$$\frac{d\delta}{dt} = \int_0^t \frac{\omega_s}{2H} P_m \, dt = \frac{\omega_s}{2H} P_m t \tag{14.52}$$

Uma posterior integração com respeito ao tempo resulta

$$\delta = \frac{\omega_s P_m}{4H} t^2 + \delta_0 \tag{14.53}$$

para a posição angular do rotor.

As Equações (14.52) e (14.53) indicam que a velocidade do rotor, relativa à velocidade síncrona, aumenta linearmente com o tempo quando o ângulo do rotor avança de δ_0 para o ângulo de abertura δ_c; isto é, na Figura 14.9 o ângulo δ vai de b para c. No instante da eliminação da falta, o aumento na velocidade do rotor e a separação angular entre o gerador e o barramento infinito são dados, respectivamente, por

$$\left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_c} = \frac{\omega_s P_m}{2H} t_c \tag{14.54}$$

e

$$\left.\delta(t)\right|_{t=t_c} = \frac{\omega_s P_m}{4H} t_c^2 + \delta_0 \tag{14.55}$$

Quando a falta é eliminada no ângulo δ_c, a potência elétrica de saída abruptamente aumenta para um valor correspondente ao ponto d sobre a curva ângulo-potência. Em d, a potência elétrica de saída excede a potência elétrica de entrada e portanto a potência de aceleração é negativa. Como uma conseqüência, o rotor diminui a velocidade à medida que P_e vai de d para e na Figura 14.9*c*. Em e a velocidade do rotor é novamente síncrona, embora o ângulo do rotor tenha avançado para δ_x. O ângulo δ_x é determinado com base no fato de que as áreas A_1 e A_2 devem ser iguais, como será explanado posteriormente. A potência de aceleração em e é ainda negativa (retardo), e portanto, o rotor não pode permanecer em velocidade síncrona mas deve continuar a diminuir a velocidade. A velocidade relativa é negativa e o ângulo do rotor move-se retornando, a partir de δ_x em e ao longo da curva ângulo-potência da Figura 14.9*c* para o ponto a no qual a velocidade do rotor é menor que a síncrona. De a até f, a potência mecânica excede a potência elétrica e a velocidade do rotor aumenta novamente até alcançar o sincronismo em f. O ponto f está alocado de tal maneira que as áreas A_3 e A_4 sejam iguais. Na ausência de amortecimento o rotor poderia continuar a oscilar na seqüência *f-a-e, e-a-f* etc., com velocidade síncrona ocorrendo em e e f.

Como observado, mostraremos brevemente que as áreas sombreadas, A_1 e A_2, na Figura 14.9*b* devem ser iguais, e, similarmente, as áreas A_3 e A_4 na Figura 14.9*c* devem ser iguais. Num sistema onde uma máquina oscila com respeito a um barramento infinito pode-se usar este princípio de igualdade de áreas, chamado *critério de igualdade-de-áreas*, para determinar a estabilidade do sistema nas condições transitórias sem resolver a equação de oscilação. Embora não aplicável a sistemas multimáquinas, o método ajuda no entendimento de como certos fatores influenciam na estabilidade transitória de um sistema.

A derivação do critério de igualdade-de-áreas é feita para um sistema composto de uma máquina e um barramento infinito, embora as considerações na Seção 14.3 indiquem que o método pode ser rapidamente adaptado ao sistema genérico de duas máquinas. A equação de oscilação para a máquina conectada ao barramento é

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \tag{14.56}$$

Define-se a velocidade angular do rotor, relativo à velocidade síncrona, por

$$\omega_r = \frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \tag{14.57}$$

Diferenciando a Equação (14.57) com respeito a t e substituindo na Equação (14.56), obtemos

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d\omega_r}{dt} = P_m - P_e \tag{14.58}$$

É claro que quando a velocidade do rotor é a síncrona, iguala-se a ω_s e ω_r é zero. Multiplicando ambos os dados da Equação (14.58) por $\omega_r = d\delta/dt$, temos

$$\frac{H}{\omega_s} 2\omega_r \frac{d\omega_r}{dt} = (P_m - P_e)\frac{d\delta}{dt} \tag{14.59}$$

O lado esquerdo da equação pode ser reescrito para dar

$$\frac{H}{\omega_s}\frac{d(\omega_r^2)}{dt} = (P_m - P_e)\frac{d\delta}{dt} \tag{14.60}$$

Multiplicando por dt e integrando, obtemos

$$\frac{H}{\omega_s}(\omega_{r2}^2 - \omega_{r1}^2) = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_m - P_e)\, d\delta \tag{14.61}$$

Os subscritos para os termos ω_r correspondem àqueles dos limites de δ, isto é, a velocidade do rotor ω_{r1} corresponde ao do ângulo δ_1 e ω_{r2} corresponde a δ_2. Como ω_r representa a *partida* da velocidade do rotor desde a velocidade síncrona, facilmente verificamos que se a velocidade do rotor é síncrona em δ_1 e δ_2, então, correspondentemente, $\omega_{r1} = \omega_{r2} = 0$. Nestas condições, a Equação (14.61) torna-se

$$\int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_m - P_e)\, d\delta = 0 \tag{14.62}$$

Esta equação se aplica para quaisquer dois pontos δ_1 e δ_2 no diagrama ângulo-potência, desde que sejam pontos nos quais a velocidade do rotor é síncrona. Na Figura 14.9*b*, estes dois pontos são a e c, correspondendo a δ_0 e δ_x. Se efetuarmos a integração em dois passos, podemos escrever

$$\int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e)\, d\delta + \int_{\delta_c}^{\delta_x} (P_m - P_e)\, d\delta = 0 \tag{14.63}$$

ou

$$\int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e)\, d\delta = \int_{\delta_c}^{\delta_x} (P_e - P_m)\, d\delta \tag{14.64}$$

A integral da esquerda aplica-se ao período de falta enquanto a integral da direita é adequada ao período imediato correspondente à pós-falta, até o ponto de máxima oscilação δ_x. Na Figura 14.9*b*, P_e é zero durante a falta. A área sombreada A_1 é dada pela expressão do lado direito. Portanto, as duas áreas, A_1 e A_2, são iguais.

Já que a velocidade do rotor é a síncrona em δ_x e também δ_y, na Figura 14.9*c*, as mesmas razões, como expressas acima, indicam que A_3 é igual a A_4. As áreas A_1 e A_4 são diretamente proporcionais ao aumento em energia cinética do rotor quando este está acelerando, enquanto as áreas A_3 e A_4 são proporcionais ao decréscimo em energia cinética do rotor, quando este está desacelerando. Isto pode ser visto por inspeção dos dois lados da Equação (14.61). Portanto, o critério de igualdade-de-áreas meramente especifica que a quantidade de energia cinética adicionada ao rotor que se segue a uma falta deve ser removida após a falta, para restabelecer o rotor na velocidade síncrona.

A área sombreada A_1 é dependente do tempo necessário para eliminar a falta. Se houver um atraso na eliminação da falta, o ângulo δ_c é aumentado; conseqüentemente a área A_1 aumenta e o critério de igualdade-de-áreas requererá que a área A_2 também aumente para restabelecer o rotor na velocidade síncrona num ângulo maior de máxima oscilação δ_x. Se o atraso na eliminação é prolongado de tal maneira que o ângulo do rotor δ oscile além do ângulo δ_{max} na Figura 14.9, então a velocidade do rotor naquele ponto sobre a curva ângulo-potência está acima da velocidade síncrona quando a potência de aceleração positiva é novamente encontrada. Sob a influência desta potência de aceleração positiva, o ângulo δ aumentará sem limite e resultará em instabilidade. Portanto, existe um ângulo crítico para eliminação da falta e que satisfaz os requisitos do critério de igualdade-de-áreas para estabilidade. Este ângulo, chamado *ângulo crítico-de-abertura* δ_{cr}, está indicado na Figura 14.10. O tempo crítico correspondente para remover a falta é chamado *tempo crítico-de-abertura* t_{cr}.

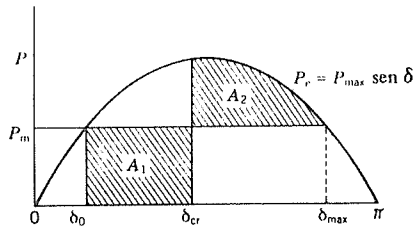


Figura 14.10 *Curva* ângulo-potência indicando o ângulo crítico-de-abertura δ_{cr}. As áreas A_1 e A_2 são iguais.

No caso particular da Figura 14.10, *tanto* o ângulo de abertura *como* o tempo crítico-de-abertura podem ser calculados como segue. A área retangular A_1 é

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} P_m\, d\delta = P_m(\delta_{cr} - \delta_0) \tag{14.65}$$

enquanto a área A_2 é

$$A_2 = \int_{\delta_{cr}}^{\delta_{max}} (P_{max} \operatorname{sen} \delta - P_m)\, d\delta$$
$$= P_{max}(\cos \delta_{cr} - \cos \delta_{max}) - P_m(\delta_{max} - \delta_{cr}) \tag{14.66}$$

Equacionando as expressões para A_1 e A_2, e transpondo os termos, achamos

$$\cos \delta_{cr} = (P_m/P_{max})(\delta_{max} - \delta_0) + \cos \delta_{max} \tag{14.67}$$

Vemos, da curva senoidal ângulo-potência, que

$$\delta_{max} = \pi - \delta_0 \text{ radianos elétricos} \tag{14.68}$$

e

$$P_m = P_{max} \operatorname{sen} \delta_0 \tag{14.69}$$

Substituindo estes valores de δ_{max} e P_m na Equação (14.67), simplificando o resultado e resolvendo para δ_{cr}, obtemos

$$\delta_{cr} = \cos^{-1}[(\pi - 2\delta_0) \operatorname{sen} \delta_0 - \cos \delta_0] \tag{14.70}$$

para o ângulo crítico-de-abertura. O valor para δ_{cr}, calculado por esta equação, quando substituído no lado esquerdo da Equação (14.55), resulta

$$\delta_{cr} = \frac{\omega_s P_m}{4H} t_{cr}^2 + \delta_0 \tag{14.71}$$

do qual é obtido

$$t_{cr} = \sqrt{\frac{4H(\delta_{cr} - \delta_0)}{\omega_s P_m}} \tag{14.72}$$

para o tempo crítico-de-abertura.

Exemplo 14.7 Calcule o ângulo crítico-de-abertura e o tempo crítico-de-abertura para o sistema da Figura 14.8 quando o sistema está sujeito a uma falta trifásica no ponto P sobre a linha curta de transmissão. As condições iniciais são as mesmas do Exemplo 14.3 e H é 5 MJ/MVA.

Solução Do Exemplo 14.3, a equação de ângulo de potência é

$$P_e = P_{max} \operatorname{sen} \delta = 2{,}10 \operatorname{sen} \delta$$

o ângulo inicial do rotor é

$$\delta_0 = 28{,}44° = 0{,}496 \text{ radianos elétricos}$$

e a potência mecânica de entrada P_m é 1,0 por-unidade. Ainda, da Equação (14.70), obtemos

$$\delta_{cr} = \cos^{-1}[(\pi - 2 \times 0{,}496) \operatorname{sen} 28{,}44° - \cos 28{,}44°]$$
$$= 81{,}697° = 1{,}426 \text{ radianos elétricos}$$

para o ângulo crítico-de-abertura. Entrando com este valor e as outras quantidades conhecidas na Equação (14.72), obtemos

$$t_{cr} = \sqrt{\frac{4 \times 5(1{,}426 - 0{,}496)}{377 \times 1}}$$
$$= 0{,}222 \text{ s}$$

Este valor é equivalente ao tempo crítico-de-abertura de 13,3 ciclos com base na freqüência de 60 Hz.

Este exemplo serve para estabelecer o conceito de tempo crítico-de-abertura que é essencial ao projeto do esquema apropriado de relés para eliminação de falta. Em casos mais gerais, o tempo crítico-de-abertura não pode ser explicitamente encontrado sem se resolver as equações de oscilação por simulação em computador digital.

14.7 APLICAÇÕES ADICIONAIS AO CRITÉRIO DE IGUALDADE DE ÁREAS

Embora o critério de igualdade-de-áreas possa ser aplicado somente para o caso de duas máquinas ou uma máquina e um barramento infinito, é um meio útil para começar a ver o que acontece quando uma falta ocorre. O computador digital é o único caminho prático para determinar a estabilidade de um sistema de grande porte. Entretanto, por causa do critério de igualdade-de-áreas ser utilíssimo no entendimento da estabilidade transitória, continuaremos a examinar isto, abreviadamente, antes de discutir a determinação das curvas de oscilação e a técnica com computador digital.

Quando um gerador supre potência a um barramento infinito através de duas linhas de transmissão paralelas, a abertura de uma das linhas pode causar ao gerador perda de sincronismo, embora a carga possa ser suprida pela linha não eliminada nas condições de regime permanente. Se um curto-circuito trifásico ocorre no barramento ao qual as duas linhas estão conectadas, nenhuma potência pode ser transmitida por qualquer das linhas. Este é essencialmente o caso no Exemplo 14.7. Entretanto, se a falta é no terminal de uma das linhas, a abertura de disjuntores em ambas as extremidades da linha isolará a falta do sistema e permitirá a potência fluir através da outra linha paralela a ela. Quando uma falta trifásica ocorrer em algum ponto sobre o duplo-circuito de linhas que não sejam os barramentos ou os extremos da linha, existirá alguma impedância entre os barramentos e a falta. Portanto, alguma potência é transmitida apesar da falta existir sobre o sistema. A equação ângulo-potência no Exemplo 14.4 demonstra este fato.

Quando a potência é transmitida durante a falta, o critério da igualdade-de-área é aplicado como mostrado na Figura 14.11, a qual é similar ao diagrama ângulo-potência da Figura 14.6. Antes da falta, $P_{max} \operatorname{sen} \delta$ é a potência que pode ser transmitida; durante a falta, $r_1 P_{max} \operatorname{sen} \delta$

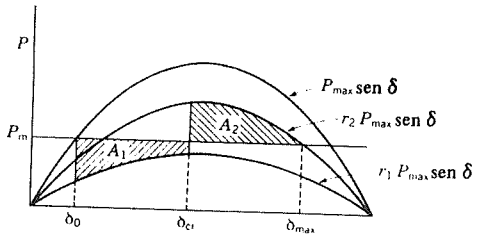


Figura 14.11 Critério de igualdade-de área aplicado para a eliminação de falta quando a potência é transmitida durante a falta. As áreas A_1 e A_2 são iguais.

é a potência que pode ser transmitida; e $r_2 P_{\max} \operatorname{sen}\delta$ é a potência que pode ser transmitida após a falta ser eliminada pelo chaveamento no instante quando $\delta = \delta_{cr}$. Pelo exame da Figura 14.11, neste caso δ_{cr} indica o ângulo crítico-de-abertura. Avaliando as áreas A_1 e A_2 e usando os passos da seção prévia, encontraríamos

$$\cos \delta_{cr} = \frac{(P_m/P_{max})(\delta_{max} - \delta_0) + r_2 \cos \delta_{max} - r_1 \cos \delta_0}{r_2 - r_1} \tag{14.73}$$

Uma forma literal de solução para o tempo crítico-de-abertura t_{cr} não é possível neste caso. Para o sistema e localização de falta indicados na Figura 14.8, os valores são $r_1 = 0$, $r_2 = 0$ e a equação então reduz-se à Equação 14.76.

Independente de suas localizações, as faltas de curto-circuito, não envolvendo todas as três fases, permitem a transmissão de alguma potência, porque elas são representadas conectando alguma impedância, em vez de um curto-circuito entre o ponto de falta e o barramento de referência no diagrama de impedância de seqüência-positiva. Quanto maior a impedância colocada em paralelo com a rede de seqüência-positiva para representar a falta, maior a potência transmitida durante a falta. A soma de potência transmitida durante a falta afeta o valor de A_1 para um dado ângulo de abertura. Então, pequenos valores de r_1 resultam em grandes distúrbios ao sistema, como r_1 pequeno significa pequena potência transmitida durante a falta e grande A_1. Na ordem de severidade (decrescendo $r_1 P_{\max}$), os vários tipos de faltas são:

1. Falta fase-terra
2. Falta entre duas fases
3. Falta entre duas fases e terra
4. Falta trifásica

A falta fase-terra ocorre mais freqüentemente e a falta trifásica é menos freqüente. Para completa confiabilidade, um sistema deve ser projetado levando em conta a estabilidade transitória para uma falta trifásica na pior localização, e isto é virtualmente uma prática universal.

Exemplo 14.8 Determine o ângulo crítico de abertura para a falta trifásica descrita no Exemplo 14.4 e 14.5, quando a configuração inicial do sistema e condições de operações pré-falta são como as descritas no Exemplo 14.3

Solução As equações do ângulo-de-potência obtidas nos exemplos anteriores são

$$\text{Antes da falta:} \quad P_{\max} \operatorname{sen}\delta = 2{,}100 \operatorname{sen}\delta$$
$$\text{Durante a falta:} \quad r_1 P_{\max} \operatorname{sen}\delta = 0{,}808 \operatorname{sen}\delta$$
$$\text{Após a falta:} \quad r_2 P_{\max} \operatorname{sen}\delta = 1{,}500 \operatorname{sen}\delta$$

Assim

$$r_1 = \frac{0{,}808}{2{,}100} = 0{,}385 \qquad r_2 = \frac{1{,}500}{2{,}100} = 0{,}714$$

Pelo Exemplo 14.3, temos

$$\delta_0 = 28{,}44° = 0{,}496 \text{ rad}$$

e da Figura 14.11, calculamos

$$\delta_{\max} = 180° - \operatorname{sen}^{-1}\frac{1{,}000}{1{,}500} = 138{,}190° = 2{,}412 \text{ rad}$$

Portanto, inserindo os valores numéricos na Equação (14.73), obtemos

$$\cos \delta_{cr} = \frac{(1{,}0/2{,}10)(2{,}412 - 0{,}496) + 0{,}714 \cos (138{,}19°) - 0{,}385 \cos (28.44°)}{0{,}714 - 0{,}385}$$

$$= 0{,}127$$

Assim

$$\delta_{cr} = 82{,}726°$$

Para determinar o tempo crítico de abertura, devemos obter a curva de oscilação de δ *versus* t para este exemplo. Na Seção 14.9, discutiremos um método de cálculo para estas curvas de oscilação.

14.8 ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE MULTIMÁQUINAS: REPRESENTAÇÃO CLÁSSICA

O critério de igualdade de área não pode ser usado diretamente em sistemas onde três ou mais máquinas estão representadas. Embora o fenômeno físico observado no problema duas-máquinas basicamente reflita o do caso multimáquina, a complexidade de cálculos das computações numéricas aumenta com o número de máquinas consideradas no estudo de estabilidade transitória.

Quando um sistema multimáquina opera sob condições eletromecânicas transitórias as oscilações inter máquinas ocorrem através do meio de transmissão do sistema que as conecta. Se alguma máquina pode ser considerada atuando sozinha, como o caso de uma só fonte oscilante, esta enviará ao sistema interligado uma oscilação eletromecânica determinada pela sua inércia e potência sincronizante. Uma freqüência típica de tais oscilações é da ordem de 1 a 2 Hz e esta é superposta à freqüência nominal, 60 Hz, do sistema. Quando muitos rotores de máquinas são simultaneamente sujeitos a oscilações transitórias, as curvas de oscilação refletirão a presença combinada de várias dessas oscilações. Portanto, a freqüência do sistema de transmissão não é onduladamente perturbada pela freqüência nominal, e a consideração feita é de que os parâmetros da rede para 60 Hz continuam sendo aplicados. Para facilitar a complexidade na modelagem do sistema e possivelmente limitações computacionais, as seguintes considerações adicionais são comumente feitas em estudos de estabilidade transitória:

(*a*) A potência mecânica de entrada para cada máquina permanece constante durante o período inteiro de computação da curva de oscilação;

(*b*) A potência amortecedora é desprezível.

(*c*) Cada máquina pode ser representada por uma reatância transitória constante em série com uma tensão interna transitória constante.

(*d*) O ângulo mecânico do rotor de cada máquina coincide com δ, o ângulo de fase elétrico da tensão transitória interna.

(*e*) Todas as cargas devem ser consideradas como impedâncias em derivação para terra e com valores determinados pelas condições existentes imediatamente anterior às condições transitórias.

O modelo de sistema para fins de estabilidade, baseado nestas considerações, é chamado *modelo clássico de estabilidade* e estudos que usam este método são chamados *estudos clássicos de estabilidade*. Estas considerações em acréscimo às hipóteses fundamentais adotadas na Seção 14.1, serão as que adotaremos em todo o estudo de estabilidade. Naturalmente, programas computacionais detalhados com modelos de máquinas e cargas mais sofisticados são disponíveis para modificar uma ou mais das considerações de (*a*) e (*e*). Entretanto, através deste capítulo é usado o modelo clássico para estudo de distúrbios de sistemas originados de faltas trifásicas.

Como já vimos, em qualquer estudo de estabilidade transitória, as condições do sistema antes da falta e a configuração da rede durante e após sua ocorrência deve ser conhecida. Conseqüentemente, no caso de multimáquinas, dois passos preliminares são requeridos:

1. As condições pré-faltas em regime permanente para o sistema são calculados usando um programa tipo produção de fluxo-de-carga.
2. A representação da rede pré-falta é determinada e então modificada para levar em consideração as condições de falta e de pós-falta.

Pelo primeiro passo, conhecemos os valores de potência, potência reativa e tensões em cada terminal de gerador e barramento de carga com todos os ângulos medidos com respeito à barra-de-oscilação. A tensão interna transitória de cada gerador é então calculada usando a equação

$$E' = V_t + jX'_d I \tag{14.74}$$

onde V_t é a correspondente tensão terminal e I é a corrente de saída. Cada carga é convertida numa admitância constante para terra no seu barramento usando a equação

$$Y_L = \frac{P_L - jQ_L}{|V_L|^2} \tag{14.75}$$

onde $P_L + jQ_L$ é a carga e $|V_L|$ é a amplitude da tensão do barramento correspondente. A matriz admitância de barramento, usada nos cálculos do fluxo de carga para a condição pré-falta, é aumentada para incluir a reatância transitória de cada gerador e as admitâncias de carga em derivação, como sugerido na Figura 14.12. Note que a corrente injetada é zero em todos os barramentos, com exceção dos três barramentos internos dos geradores. O segundo passo preliminar determina as matrizes admitâncias de barra modificadas, correspondentes às condições de falta e de pós-falta. Como somente os barramentos internos dos geradores têm injeções, todos os outros barramentos podem ser eliminados reduzindo as dimensões das matrizes modificadas até corresponder ao número de geradores. Durante e após a falta, o fluxo de potência, para a rede de cada gerador, é calculado pelas correspondentes equações ângulo-potência. Por exemplo, na Figura 14.12, a potência fora do gerador é dada por

$$\begin{aligned} P_{e1} = |E'_1|^2 G_{11} &+ |E'_1||E'_2||Y_{12}| \cos(\delta_{12} - \theta_{12}) \\ &+ |E'_1||E'_3||Y_{13}| \cos(\delta_{13} - \theta_{13}) \end{aligned} \tag{14.76}$$

onde δ_{12} é igual a $\delta_1 - \delta_2$. Equações similares são escritas para P_{e2} e P_{e3} com os valores Y_{ij} retirados da apropriada matriz-admitância, 3×3, para a condição de falta ou pós-falta. As equações ângulo-potência formam parte das equações de oscilação

$$\frac{2H_i}{\omega_s}\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = P_{mi} - P_{ei} \qquad i = 1, 2, 3 \tag{14.77}$$

para representar o movimento de cada rotor para os períodos de falta e pós-falta. As soluções dependem da localização e duração da falta e de Y_{barra} que resulta quando a linha em falta é removida. Os procedimentos básicos, usados em programas de computação digital para estudos clássicos de estabilidade, são revelados nos exemplos seguintes.

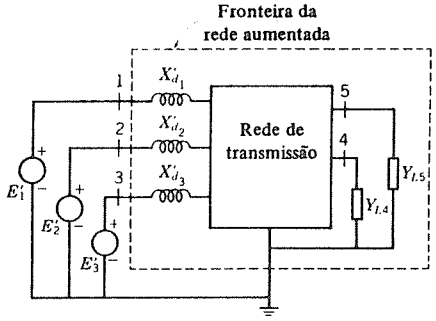


Figura 14.12 Rede aumentada de um sistema de potência.

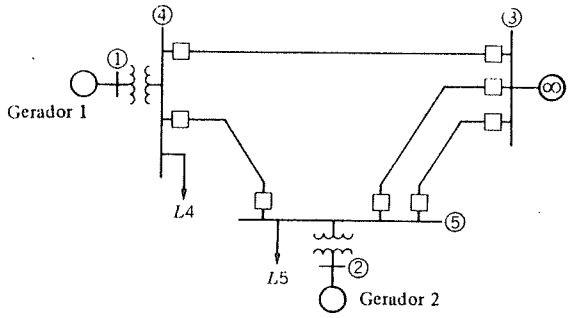


Figura 14.13 Diagrama unifilar para o Exemplo 14.9.

Exemplo 14.9 Um sistema de transmissão de 230 kV, 60 Hz, tem dois geradores e um barramento infinito como indicado na Figura 14.13. Os dados dos transformadores e das linhas estão fornecidos na Tabela 14.2. Uma falta trifásica ocorre sobre a linha 4-5 próxima ao barramento 4. Usando a solução do fluxo de carga para a condição pré-falta indicada na Tabela 14.3, determine a equação de oscilação para cada máquina, durante o período de falta. Os geradores, com valores de reatância e H expressos numa base de 100 MVA, são descritos como segue:

Gerador 1: 400 MVA, 20 kV, X'_d = 0,067 por-unidade, H = 11,2 Mj/MVA
Gerador 2: 250 MVA, 18 kV, X'_d =0,10 por-unidade, h = 8,0 Mj/MVA

Tabela 14.2 Dados de linha e de transformador para o Exemplo 14.9, todos os valores em por-unidade na base 230 kV, 100 MVA

Barramento a barramento	Z série		Y derivação
	R	X	B
Trans 1-4	.....	0,022	
Trans 2-5	.....	0,040	
Linha 3-4	0,007	0,040	0,082
Linha 3-5 (1)	0,008	0,047	0,098
Linha 3-5 (2)	0,008	0,047	0,098
Linha 4-5	0,018	0,110	0,226

Solução Para determinar as equações de oscilação, precisamos achar as tensões transitórias internas. A corrente para a rede e no barramento 1, com base nos dados da Tabela 14.3, é

$$I_1 = \frac{(P_1 + jQ_1)^*}{V_1^*} = \frac{3{,}50 - j0{,}712}{1{,}030\ \underline{/-8{,}88^\circ}} = 3{,}468\ \underline{/-2{,}619^\circ}$$

Tabela 14.3 Dados de barramento e valores de fluxo de potência pré-falta em por-unidade na base 230 kV, 100-MVA

Barra	Tensão	Geração		Carga	
		P	Q	P	Q
1	$1{,}030\underline{/8{,}88^\circ}$	3,500	0,712		
2	$1{,}020\underline{/6{,}38^\circ}$	1,850	0,298		
3	$1{,}000\underline{/0^\circ}$	.....	.....		
4	$1{,}018\underline{/4{,}68^\circ}$	.....	.....	1,00	0,44
5	$1{,}011\underline{/2{,}27^\circ}$	.....	.....	0,50	0,16

e, similarmente

$$I_2 = \frac{1{,}850 - j0{,}298}{1{,}020\ \underline{/-6{,}38^\circ}} = 1{,}837\ \underline{/-2{,}771}$$

então

$$E'_1 = 1{,}030\underline{/8{,}88^\circ} + j0{,}067 \times 3{,}468\ \underline{/-2{,}619} = 1{,}100\underline{/20{,}82^\circ}$$
$$E'_2 = 1{,}020\underline{/6{,}38^\circ} + j0{,}10 \times 1{,}837\ \underline{/-2{,}771} = 1{,}065\underline{/16{,}19^\circ}$$

No barramento infinito

$$E'_3 = E_3 = 1{,}000\underline{/0{,}0^\circ}$$

e então

$$\delta_{13} = \delta_1 \qquad \text{e} \qquad \delta_{23} = \delta_2$$

As cargas nos barramentos 4 e 5 são representadas pelas admitâncias calculadas pela Equação (14.75) que resultam

$$Y_{L4} = \frac{1{,}00 - j0{,}44}{(1{,}018)^2} = 0{,}9649 - j0{,}4246$$
$$Y_{L5} = \frac{0{,}50 - j0{,}16}{(1{,}011)^2} = 0{,}4892 - j0{,}1565$$

Estas admitâncias, junto com as reatâncias, junto com as reatâncias transitórias, são usadas com os parâmetros de linha e de transformador para formar, para o sistema pré-falta, a matriz admitância de barramento aumentada que inclui as reatâncias transitórias das máquinas.

Tabela 14.4 Elementos da matriz-admitância de barramento pré-falta para o Exemplo 14.9, admitâncias em por-unidade.

Barra	1	2	3	4	5
1	$-j11{,}2360$	0,0	0,0	$j11{,}2360$	0,0
2	0,0	$-j7{,}1429$	0,0	0,0	$j7{,}1429$
3	0,0	0,0	11,2841 $-j65{,}4731$	$-4{,}2450$ $+j24{,}2571$	$-7{,}0392$ $+j41{,}3550$
4	$j11{,}2360$	0,0	$-4{,}2450$ $+j24{,}2571$	6,6588 $-j44{,}6175$	$-1{,}4488$ $+j8{,}8538$
5	0,0	$j7{,}1429$	$-7{,}0392$ $+j41{,}3550$	$-1{,}4488$ $+j8{,}8538$	8,9772 $-j57{,}2972$

Portanto, designaremos, agora, como barramentos 1 e 2 os fictícios nós internos entre a tensão interna e a reatância transitória das máquinas. Então, na matriz, por exemplo:

$$Y_{11} = \frac{1}{j0{,}067 + j0{,}022} = -j11{,}236$$

$$Y_{34} = -\frac{1}{0{,}007 + j0{,}040} = -4{,}2450 + j24{,}2571$$

A soma das admitâncias conectadas aos nós 3, 4 e 5 devem incluir as capacitâncias em derivação das linhas de transmissão. Então

$$Y_{44} = -j11{,}236 + \frac{j0{,}082}{2} + \frac{j0{,}226}{2} + 4{,}2450$$
$$-j24{,}2571 + \frac{1}{0{,}018 + j0{,}110} + 0{,}9649 - j0{,}4246$$
$$= 6{,}6587 - j44{,}6175$$

A completa matriz aumentada é mostrada na Tabela 14.4.

Durante a falta, o barramento 4 deve ser curtocircuitado à terra. A linha e coluna 4 da Tabela 14.4 desaparecem porque o nó 4 é fundido com o nó de referência. A nova linha 4 e coluna 4 (nó 5) são eliminadas pela Equação (7.30) para reduzir a matriz admitância de barra da rede em falta, aquela indicada na metade superior da Tabela 14.5. O Y_{barra} do sistema em

falta mostra que o barramento 1 se desacopla dos outros barramentos durante a falta e que o barramento 2 é conectado diretamente ao barramento 3. Isto reflete o fato físico de que o curto-circuito no barramento 4 reduz a zero a potência injetada no sistema a partir do gerador 1 e leva o gerador 2 a entregar sua potência radialmente para o barramento 3. Sob condições de falta, encontramos, usando os valores da Tabela 14.5, para as equações ângulo-potência em por-unidade

$$P_{e1} = 0$$
$$P_{e2} = |E_2'|^2 G_{22} + |E_2'||E_3||Y_{23}| \cos(\delta_{23} - \theta_{23})$$
$$= (1{,}065)^2(0{,}1362) + (1{,}065)(1{,}0)(5{,}1665)\cos(\delta_2 - 90{,}755°)$$
$$= 0{,}1545 + 5{,}5023 \operatorname{sen}(\delta_2 - 0{,}755°)$$

Tabela 14.5 Elementos das matrizes admitância de barra em falta e pós-falta para o Exemplo 14.9, admitância em por-unidade

	Rede em falta		
Barra	1	2	3
1	$0{,}0000 - j11{,}2360$ $(11{,}2360\angle -90°)$	$0{,}0 + j0{,}0$	$0{,}0 + j0{,}0$
2	$0{,}0 + j0{,}0$	$0{,}1362 - j6{,}2737$ $(6{,}2752\angle -88{,}7563°)$	$-0{,}0681 + j5{,}1661$ $(5{,}1665\angle 90{,}7552)$
3	$0{,}0 + j0{,}0$	$-0{,}681 + j5{,}1661$ $(5{,}1665\angle 90{,}7552°)$	$5{,}7986 - j35{,}6299$ $(36{,}0987\angle -80{,}7564)$
Barra	Rede pós-falta		
1	$0{,}5005 - 7{,}7897$ $(7{,}8058\angle -86{,}3237°)$	$0{,}0 + j0{,}0$	$-0{,}2216 + 7{,}6291$ $(7{,}6323\angle 91{,}6638°)$
2	$0{,}0 + 0{,}0$	$0{,}1591 - 6{,}1168$ $(6{,}1189\angle -88{,}5101°)$	$-0{,}0901 + 6{,}0975$ $(6{,}0982\angle 90{,}8466°)$
3	$-0{,}2216 + 7{,}6291$ $(7{,}6323\angle 91{,}6638°)$	$-0{,}0901 - 6{,}0975$ $(6{,}0982\angle 90{,}8466°)$	$1{,}3927 - 13{,}8728$ $(13{,}9426\angle -84{,}2672)$

Portanto, quando a falta está ocorrendo no sistema, as equações de oscilação desejadas (valores de P_{m1} e P_{m2} da Tabela 14.3) são

$$\frac{d^2\delta_1}{dt^2} = \frac{180f}{H_1}(P_{m1} - P_{e1}) = \frac{180f}{H_1} P_{a1}$$
$$= \frac{180f}{11{,}2}(3{,}5) \qquad \text{graus elét/s}^2$$

$$\frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{180f}{H_2}(P_{m2} - P_{e2}) = \frac{180f}{H_2}P_{a2}$$

$$= \frac{180f}{8{,}0}\{\underbrace{1{,}85}_{P_m} - [\underbrace{0{,}1545}_{P_c} + \underbrace{5{,}5023}_{P_{max}} \text{ sen}(\delta_2 - \underbrace{0{,}755°}_{\gamma})]\}$$

$$= \frac{180f}{8{,}0}[\underbrace{1{,}6955}_{P_m - P_c} - \underbrace{5{,}5023}_{P_{max}} \text{ sen}(\delta_2 - \underbrace{0{,}755°}_{\gamma})] \quad \text{graus elét./s}^2$$

Exemplo 14.10 A falta trifásica no Exemplo 14.9 é eliminada pela abertura simultânea dos disjuntores nos terminais da linha em falta. Determine as equações de oscilação para o período pós-falta.

Solução Quando a falta é eliminada pela remoção da linha 4-5, a matriz Y_{barra} da Tabela 14.4 deve novamente ser modificada. Isto é conseguido pela substituição por zeros nos elementos Y_{45} e Y_{54}, e pela subtração das admitâncias séries da linha 4-5 e da metade da susceptância capacitiva da linha aos elementos Y_{44} e Y_{55} da Tabela 14.4. A matriz admitância de barramento reduzida aplicável à rede na situação pós-falta está indicada na metade inferior da Tabela 14.5 e nota-se, ali, que um elemento zero aparece na primeira e segunda linhas. Isto reflete o fato que, fisicamente, os geradores não estão interconectados quando a linha 4-5 é removida. Conseqüentemente, cada gerador está conectado radialmente ao barramento infinito. Portanto, as equações potência-ângulo em por-unidade para as condições pós-falta são

$$P_{e1} = |E_1'|^2 G_{11} + |E_1'||E_3||Y_{13}| \cos(\delta_{13} - \theta_{13})$$
$$= (1{,}100)^2(0{,}5005) + (1{,}100)(1{,}0)(7{,}6323)\cos(\delta_1 - 91{,}664°)$$
$$= 0{,}6056 + 8{,}3955 \text{ sen}(\delta_1 - 1{,}664°)$$

e

$$P_{e2} = |E_2'|^2 G_{22} + |E_2'||E_3||Y_{23}| \cos(\delta_{23} - \theta_{23})$$
$$= (1{,}065)^2(0{,}1591) + (1{,}065)(1{,}0)(6{,}0982)\cos(\delta_2 - 90{,}847°)$$
$$= 0{,}1804 + 6{,}4934 \text{ sen}(\delta_2 - 0{,}847°)$$

Para o período pós-falta, as equações de oscilação aplicáveis são

$$\frac{d^2\delta_1}{dt^2} = \frac{180f}{11{,}2}\{3{,}5 - [0{,}6056 + 8{,}3955 \text{ sen}(\delta_1 - 1{,}664°)]\}$$

$$= \frac{180f}{11{,}2}[2{,}8944 - 8{,}3955 \text{ sen}(\delta_1 - 1{,}664°)] \quad \text{graus elét./s}^2$$

e

$$\frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{180f}{8{,}0}\{1{,}85 - [0{,}1804 + 6{,}4934 \text{ sen}(\delta_2 - 0{,}847°)]\}$$

$$= \frac{180f}{8{,}0}[1{,}6696 - 6{,}4934 \text{ sen}(\delta_2 - 0{,}847°)] \quad \text{graus elét./s}^2$$

Cada uma das equações potência-ângulo obtidas no Exemplo 14.9 e neste exemplo é da forma da Equação (14.35). A equação de oscilação resultante em cada caso assume a forma

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{180f}{H}[P_m - P_c - P_{max} \text{ sen}(\delta - \gamma)] \tag{14.78}$$

onde o termo entre colchetes representa a potência de aceleração sobre o rotor. Em concordância, podemos escrever a equação na forma

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{180f}{H}P_a \quad \text{graus elétricos/s}^2 \tag{14.79}$$

onde

$$P_a = P_m - P_c - P_{max} \text{ sen}(\delta - \gamma) \tag{14.80}$$

Na seção seguinte, discutiremos como resolver equações da forma da Equação (14.79) para obter δ como uma função do tempo para tempos específicos de abertura.

14.9 SOLUÇÃO PASSO A PASSO DA CURVA DE OSCILAÇÃO

Para grandes sistemas, dependemos de um computador digital que determina δ *versus* t para todas as máquinas nas quais estejamos interessados; e δ pode ser registrada contra o t para uma máquina com o objetivo de obter a curva de oscilação daquela máquina. O ângulo δ é calculado como uma função do tempo num período suficientemente longo para determinar se δ aumenta sem limite ou alcança um máximo e inicia a decrescer. Embora o segundo resultado geralmente indique estabilidade, em um sistema onde o número de variáveis é considerável pode ser necessário registrar δ *versus* t por um intervalo suficientemente longo com o fim de ficar assegurado que δ não aumentará novamente sem retornar a um valor menor.

Pela determinação das curvas de oscilação para vários tempos de abertura, pode ser obtida a amplitude máxima de tempo permitida para que a falta seja eliminada sem trazer problemas de estabilidade. Os tempos padronizados de interrupções para circuitos disjuntores e seus relés associados são geralmente 8, 5, 3 ou 2 ciclos após a falta ocorrer e, portanto, as velocidades dos disjuntores podem ser especificadas. Cálculos devem ser feitos para uma falta na posição que acarretará maior transferência de potência da máquina e para o tipo mais severo de falta para o qual a proteção contra perda de estabilidade é justificada.

Vários métodos estão hoje disponíveis para avaliação numérica das equações diferenciais de segunda ordem usando a computação passo a passo e para pequenos incrementos da variável independente. Os mais elaborados métodos são práticos somente quando as computações são efetuadas em um computador digital. O método passo a passo usado para cálculos manuais é necessariamente simples comparado com alguns dos recomendados para computadores digitais. No método usado com cálculos manuais, a mudança na posição angular do rotor durante um curto intervalo de tempo é computada fazendo as seguintes considerações:

1. A potência de aceleração P_a computada no início de um intervalo é constante desde a metade do intervalo precedente até a metade do intervalo considerado.

2. A velocidade angular é constante através de qualquer intervalo no valor computado para a metade do intervalo. Claro que nenhuma das considerações são verdadeiras, já que δ muda constantemente e tanto P_a como ω são funções de δ. À medida que o intervalo decresce, a curva de oscilação aproxima-se da curva verdadeira.

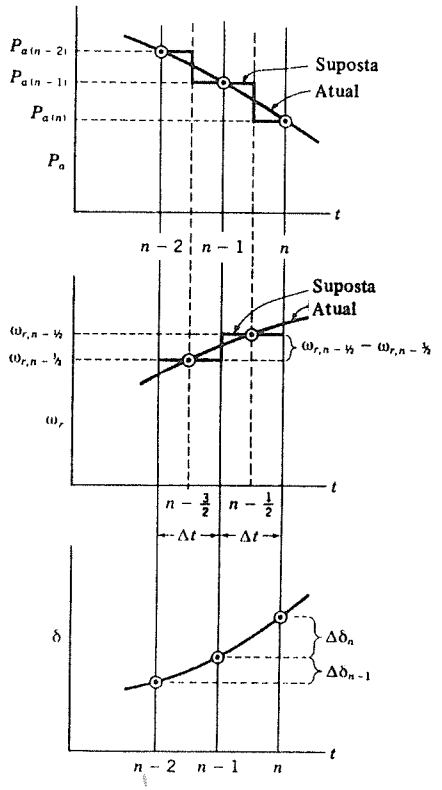


Figura 14.14 Valores reais e valores supostos de P_a, ω_{ro} e δ como funções do tempo.

A Figura 14.14 auxiliará na visualização destas considerações. A potência acelerante é computada para os pontos circundados nos finais dos intervalos n-2, n-1 e n, que são os inícios dos intervalos n-1, n e $n+1$. A curva em degrau P_a na Figura 14.14, resulta do fato que P_a é considerada constante entre os pontos médios dos intervalos. De forma similar, ω_r, o excesso da velocidade angular ω sobre a velocidade angular síncrona ω_s, está indicada como

uma curva em degrau que é constante durante o intervalo, com valor igual ao computado no ponto médio desse intervalo. Entre as ordenadas $n-\frac{3}{2}$ e $n-\frac{1}{2}$ existe uma variação de velocidade causada pela potência acelerante constante. A variação na velocidade é obtida pelo produto entre a aceleração e o intervalo de tempo, daí

$$\omega_{r,\,n-1/2} - \omega_{r,\,n-3/2} = \frac{d^2\delta}{dt^2}\,\Delta t = \frac{180f}{H}\,P_{a,\,n-1}\,\Delta t \tag{14.81}$$

A variação em δ num intervalo é obtida pelo produto de ω_r para o intervalo e o tempo correspondente ao intervalo. Então, a variação em δ durante o intervalo n-1 é

$$\Delta\delta_n = \delta_n - \delta_{n-1} = \Delta t\omega_{r,\,n-1/2} \tag{14.82}$$

e durante o intervalo de ordem $n^{\text{ésima}}$

$$\Delta\delta_{n-1} = \delta_{n-1} - \delta_{n-2} = \Delta t\omega_{r,\,n-3/2} \tag{14.83}$$

Subtraindo a Equação (14.82) da (14.83) e substituindo a Equação (14.81) na equação resultante com o objetivo de eliminar ω_r, resulta

$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + kP_{a,\,n-1} \tag{14.84}$$

onde

$$k = \frac{180f}{H}(\Delta t)^2 \tag{14.85}$$

A Equação (14.84) é importantíssima na solução passo a passo da equação de oscilação somada às necessárias considerações previamente numeradas, já que indicam como calcular a variação em δ durante um intervalo de tempo se a variação de δ do intervalo prévio e a potência acelerante para o intervalo em questão são conhecidos. A Equação (14.84) indica que, sujeita às considerações postas, a mudança no ângulo de torque durante um dado intervalo é igual à mudança no ângulo acelerante no início do intervalo. A solução progride em tantos intervalos quantos são necessários para obter um desenho da curva de oscilação. Maior precisão é obtida quando a duração dos intervalos é menor. Um intervalo de 0,05 é usualmente satisfatório.

A ocorrência de uma falta causa uma descontinuidade na potência acelerante P_a que é zero antes da falta e assume um valor definido imediatamente à ocorrência da falta. A descontinuidade ocorre no início do intervalo, quando $t = 0$. Com referência à Figura 14.14, esta indica que nosso método de cálculo supõe que a potência acelerante computada no início de um intervalo é constante desde a metade do intervalo precedente até a metade do intervalo considerado. Quando a falta ocorre, temos dois valores de P_a para o início de um intervalo e tomamos a média destes dois valores como nossa potência acelerante constante. O procedimento está ilustrado no seguinte exemplo.

Exemplo 14.11 Prepare uma tabela indicando os passos para desenhar a curva de oscilação para a máquina 2 e para a falha sobre o sistema 60 Hz dos Exemplos 14.9 e 14.10. A falha é eliminada por aberturas simultâneas dos circuitos disjuntores nos terminais da linha com falha em 0,225 segundos.

Solução Sem perda de generalidades, consideraremos com detalhe os cálculos para a máquina 2. Os cálculos para desenhar a curva de oscilação para a máquina 1 são deixados para o estudante. De acordo com o exposto, suprimimos o subscrito 2 como indicação do número da máquina de todos os símbolos no que se segue. Todos os nossos cálculos estão feitos em por-unidade, na base de 100 MVA. Para o intervalo de tempo $\Delta t = 0{,}05$ segundos, o parâmetro k aplicável à máquina 2 é

$$k = \frac{180f}{H}(\Delta t)^2 = \frac{180 \times 60}{8{,}0} \times 25 \times 10^{-4} = 3{,}375 \text{ graus elétricos}$$

Quando a falha ocorre em $t = 0$, o ângulo do rotor da máquina 2 muda instantaneamente. Assim, do Exemplo 14.9

$$\delta_0 = 16{,}19°$$

e durante a falta

$$P_e = 0{,}1545 + 5{,}5023 \text{ sen } (\delta - 0{,}755°)$$

Portanto, como já vimos no Exemplo 14.9

$$P_a = P_m - P_e = 1{,}6955 - 5{,}5023 \text{ sen } (\delta - 0{,}755°)$$

No começo do primeiro intervalo existe uma descontinuidade na potência acelerante de cada máquina. Imediatamente antes da ocorrência da falha, $P_a = 0$ e imediatamente após a ocorrência da falha

$$P_a = 1{,}6955 - 5{,}5023 \text{ sen } (16{,}19° - 0{,}755°) = 0{,}231 \text{ p.u.}$$

O valor médio de P_a para $t = 0$ é $\frac{1}{2} \times 0{,}2310 = 0{,}1155$ por-unidade. Então, encontramos

$$kP_a = 3{,}375 \times 0{,}1155 = 0{,}3898°$$

e, conseqüentemente, onde identificamos agora o intervalo pelo subscrito numérico

$$\Delta\delta_1 = 0 + 0{,}3898 = 0{,}3898°$$

é a mudança do ângulo do rotor da máquina 2 à medida que o tempo avança para o *primeiro intervalo*, de 0 a Δt. Portanto, no fim do primeiro intervalo de tempo

$$\delta_1 = \delta_0 + \Delta\delta_1 = 16{,}19 + 0{,}3898 = 16{,}5798°$$

e

$$\delta_1 - \gamma = 16{,}5798 - 0{,}755 = 15{,}8248°$$

Então, encontramos em $t = \Delta t = 0{,}05$ segundos

$$kP_{a,1} = 3{,}375[(P_m - P_c) - P_{max} \text{ sen } (\delta_1 - \gamma)]$$
$$= 3{,}375[1{,}6955 - 5{,}5023 \text{ sen } (15{,}8248)] = 0{,}6583°$$

e disto segue-se que o aumento no ângulo do rotor durante o segundo intervalo é

$$\Delta\delta_2 = \Delta\delta_1 + kP_{a,1} = 0{,}3898 + 0{,}6583 = 1{,}0481°$$

Assim, no fim do segundo intervalo de tempo

$$\delta_2 = \delta_1 + \Delta\delta_2 = 16{,}5798 + 1{,}0481 = 17{,}6279°$$

Os passos subseqüentes na computação estão indicados na Tabela 14.6. Observe que a equação pós-falta encontrada no Exemplo 14.10 é necessária.

Na Tabela 14.6, os termos $P_{max}\text{sen}(\delta-\gamma)$, P_a e δ_n são valores computados no tempo t indicado na primeira coluna mas $\Delta\delta_n$ é a *mudança* no ângulo do rotor *durante* o intervalo que começa no tempo indicado. Por exemplo, na linha para $t = 0{,}10$ segundos, o ângulo de 17,6279° é o primeiro valor calculado e é encontrado pela adição da variação em ângulo durante o intervalo-de-tempo precedente (0,05 a 0,10 segundos) para o ângulo em $t = 0{,}05$ segundos. A seguir, $P_{max}\text{sen}(\delta-\gamma)$ é calculado para $\delta > 17{,}6279°$. Então, $P_a = (P_m - P_e) - P_{max}\text{sen}(\delta-\gamma)$ e kP_a são calculados. O valor de kP_a é 0,3323°, o qual é adicionado à variação angular de 1,0481 ocorrido durante o intervalo que inicia em $t = 0{,}10$ segundos. Este valor adicionado a 17,6279° dá o valor $\delta = 19{,}0083$ em $t = 0{,}15$ segundos. Note que em 0,25 segundos o valor de $P_m - P_c$ mudou porque a falha foi eliminada em 0,225 segundos. O ângulo γ mudou também de 0,755 para 0,847°.

Sempre que uma falha é eliminada, uma descontinuidade ocorre na potência acelerante P_a. Quando a eliminação é em 0,225 segundos, como no caso para os cálculos da Tabela 14.6, nenhuma técnica especial é requerida já que nosso procedimento considera uma descontinuidade no meio do intervalo. No começo do intervalo que se segue à eliminação da falha, o valor constante assumido a P_a é aquele determinado por δ no começo do intervalo que se segue à eliminação da falha.

Quando a eliminação da falha é no início de um intervalo, tal como em três ciclos (0,05 segundos), dois valores de potência acelerante resultam das duas expressões (uma durante a falha e outra após a eliminação da falha) para a potência de saída do gerador no início do intervalo. Para o sistema do Exemplo 14.11, se a descontinuidade ocorrer em 0,05 segundos, a média dos valores é considerada como um valor constante de P_a de 0,025 a 0,075 segundos. O procedimento será o mesmo se a ocorrência da falha for em $t = 0$, como demonstrado na Tabela 14.6.

Da mesma maneira como na preparação da Tabela 14.6, podemos determinar δ contra t para a máquina 1 para a eliminação da falha em 0,225 segundos e para ambas as máquinas se a eliminação for em 0,05 segundos. Na próxima seção, veremos listagens computacionais de δ contra t para as máquinas calculadas para eliminação de falha em 0,05 e 0,225 segundos. As curvas de oscilação estão desenhadas para as duas máquinas na Figura 14.15 para uma eliminação em 0,225 segundos. Evidentemente, a máquina 1 é instável neste caso.

Tabela 14.6 Computação da curva de oscilação para a máquina 2 do Exemplo 14.11 e para eliminação da falha aos 0,225 segundos.

$k = (180f/H)(\Delta t)^2 = 3{,}375$ graus elétricos. Antes da eliminação, $P_m - P_c = 1{,}6955$ p.u., $P_{max} = 5{,}5023$ p.u. e $\gamma = 0{,}755°$. Após a eliminação, estes valores tornam-se 1,6696, 6,4934 e 0,847, respectivamente.

t, s	$\delta_n - \gamma$ graus elét.	$P_{max}\,\text{sen}(\delta_n - \gamma)$ por-unidade	P_a por-unidade	kP_a graus elét.	$\Delta\delta_n$ graus elét.	δ_n, graus elét.
0−	.....	.....	0,00	.....		16,19
0+	15,435	1,4644	0,2310	.....		16,19
0 av	.....	.....	0,1155	0,3898	.....	16,19
					0,3898	
0,05	15,8248	1,5005	0,1950	0,6583	.....	16,5798
					1,0481	
0,10	16,8729	1,5970	0,0985	0,3323	.....	17,6279
					1,3804	
0,15	18,2533	1,7234	−0,0279	−0,0942	.....	19,0083
					1,2862	
0,20	19,5395	1,8403	−0,1448	−0,4886	.....	20,2945
					0,7976	
0,25	20,2451	2,2470	−0,5774	−1,9487	.....	21,0921
					−1,1511	
0,30	19,0940	2,1241	−0,4545	−1,534	.....	19,9410
					−2,6852	
0,35	16,4088	1,8343	−0,1647	−0,5559	.....	17,2558
					−3,2410	
0,40	13,1678	1,4792	0,1904	0,6425	.....	14,0148
					−2,5985	
0,45	10,5693	1,1911	0,4785	1,6151	.....	11,4163
					−0,9833	
0,50	9,5860	1,0813	0,5883	1,9854	.....	10,4330
					1,0020	
0,55	10,5880	1,1931	0,4765	1,6081	.....	11,4350
					2,6101	
0,60	13,1981	1,4826	0,1870	0,6312	.....	14,0451
					3,2414	
0,65	16,4395	1,8376	−0,1680	−0,5672	.....	17,2865
					2,6742	
0,70	19,1137	2,1262	−0,4566	−1,5411	.....	19,9607
					1,1331	
0,75	20,2468	2,2471	−0,5775	−1,9492	.....	21,0938
					−0,8161	
0,80	19,4307	2,1601	−0,4905	−1,6556	.....	20,2777
					−2,4716	
0,85	.....	.....	.....	.....	.....	17,8061

Curvas de oscilações para eliminação em 0,20 segundos poderiam indicar o sistema como estável. Como a saída da máquina instável é zero durante a falta, o critério de igualdade-de-área pode ser aplicado para resolver o Problema 14.16 com o objetivo de encontrar o tempo crítico de abertura (eliminação da falha) e que estará entre 0,20 e 0,255 segundos.

Nota-se das curvas de oscilações da Figura 14.15 que, supondo que a eliminação da falha não ocorra até 13,5 ciclos após o surgimento da falha, a variação do ângulo do rotor da máquina 2 é relativamente pequena. Conseqüentemente, é interessante calcular a freqüência aproximada da oscilação do rotor com base no procedimento de linearização apresentado na Seção 14.5. O coeficiente de potência-ângulo pós-falha para a máquina 2 é dado por

$$S_P = \frac{dP_e}{d\delta} = \frac{d}{d\delta}[0{,}1804 + 6{,}4934 \text{ sen } (\delta - 0{,}847°)]$$

$$= 6{,}4934 \cos (\delta - 0{,}847°)]$$

Notamos que, para os pontos calculados para a Tabela 14.6, o ângulo δ para a máquina 2 varia entre 10,43 e 21,09°. Usando qualquer um dos ângulos, resulta pequena diferença nos valores encontrados para S_p. Se usarmos o valor médio que equivale a 15,76, encontraremos

$$S_p = 62{,}74 \text{ por-unidade potência/rad-elétrico}$$

e pela Equação (14.50) a freqüência de oscilação é

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{377 \times 6{,}274}{2 \times 8}} = 1{,}935 \text{ Hz}$$

e o período de oscilação é

$$T = \frac{1}{1{,}935} = 0{,}517 \text{ segundos}$$

O exame da Figura 14.15 ou Tabela 14.6 confirma a aplicabilidade destes cálculos para a máquina 2 quando a falha permanece por 0,225 segundos. Para falhas de menor duração, resultados similares podem ser esperados já que a oscilação do ângulo-do-rotor é correspondentemente menor.

É possível calcular as curvas de oscilações separadamente para cada máquina nos exemplos anteriores por causa da localização da falha considerada. Quando outras localizações de falha são escolhidas, as oscilações entre máquinas ocorrem entre os dois geradores porque não há desacoplamento das máquinas. Os cálculos das curvas de oscilações são mais cansativos. Para tais casos, cálculos manuais consomem muito tempo e podem ser evitados. Programas para computador digital de grande versatilidade são geralmente disponíveis e podem ser usados.

14.10 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

Hoje em dia, programas para computadores digitais e para estudos de estabilidade transitória têm surgido devido a duas necessidades básicas (*a*) a necessidade de estudar sistemas interligados de grande porte com muitíssimas máquinas e (*b*) a necessidade de representar as máquinas e os respectivos sistemas de controle associados à finalidade de obter modelos mais detalhados. A

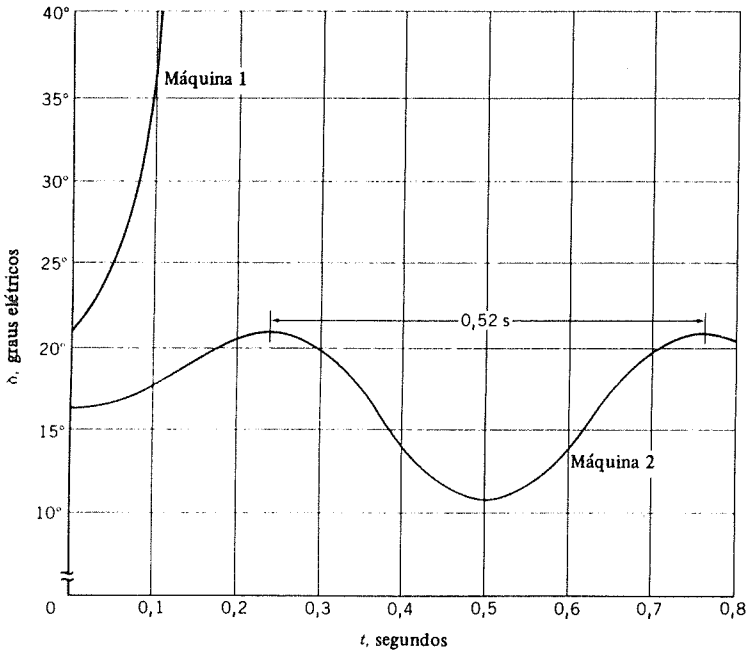


Figura 14.15 Curvas de oscilações para as máquinas 1 e 2 dos Exemplos 14.9 a 14.11 para a eliminação da falha em 0,225 segundos.

representação da máquina clássica é satisfatória para muitos estudos. Entretanto, modelos mais elaborados podem ser requeridos para representar modernos turbo-alternadores com características dinâmicas determinadas por muitos avanços tecnológicos em projeto de máquinas e controle de sistemas.

O modelo mais simples possível de máquina síncrona é o usado no estudo clássico de estabilidade. Modelos mais complicados, considerando os dois eixos da máquina, são disponíveis e fornecem condições de fluxo para os eixos direto e quadratura durante os períodos transitório e subtransitório que se seguem a um distúrbio no sistema. Por exemplo, a menos que o modelo da máquina explicitamente forneça o comportamento das variações dos enlaces de fluxo do enrolamento do campo no eixo direto, não é possível representar a ação da atuação contínua do sistema regulador automático de tensão e excitação com o qual todas as máquinas modernas estão equipadas. Os sistemas de controle de turbina, que governam automaticamente a potência mecânica de entrada da unidade de geração, também têm características de resposta dinâmica que podem influenciar as dinâmicas do rotor. Se este esquema de controle tem que ser representado, o modelo da unidade de geração deve ser expandido. Os modelos mais complexos de geradores fornecem um grande número de equações diferenciais e algébricas para cada máquina.

Em estudos de sistemas de grande porte, vários geradores são interligados com centros de cargas amplamente dispersos por um sistema extenso de transmissão cujo desempenho também pode ser representado por um grande número de equações algébricas. Portanto, dois conjuntos de equações devem ser resolvidos simultaneamente para cada intervalo que se segue à ocorrência de um distúrbio no sistema. Um conjunto consiste em equações *algébricas* para um comportamento em *regime permanente* da rede e suas cargas e as equações algébricas relacionando V_t e E das máquinas síncronas. O outro conjunto consiste em equações *diferenciais* que descrevem o desempenho *dinâmico* das máquinas e sistemas de controle associados.

O procedimento para o cálculo de fluxo de potência usando Newton-Raphson, descrito no Capítulo 8, é provavelmente a técnica mais comumente usada para as equações das redes. Qualquer um dos vários procedimentos passo a passo bem conhecidos podem ser escolhidos para a integração numérica das equações diferenciais. O método de Runge-Kutta de quarta ordem é freqüentemente usado em programas de estabilidade transitória do tipo de produção. Outros métodos conhecidos como método de Euler, método de Euler-modificado, método trapezoidal e métodos com predição-correção como o método passo a passo desenvolvido na Seção 14.9, são alternativos. Cada um destes métodos tem vantagens e desvantagens associadas à estabilidade numérica, tamanho do intervalo de tempo, esforço computacional por passo de integração e acuracidade da solução obtida†.

A Tabela 14.7 mostra a listagem, imprimindo os resultados referentes às curvas de oscilações das máquinas 1 e 2 do Exemplo 14.11 para eliminação da falha em 0,225 e 0,05 segundos, obtida pelo uso de um programa de estabilidade do tipo de produção que acopla um programa de fluxo de carga, baseado em Newton-Raphson, com um procedimento baseado em Runge-Kutta de quarta ordem. É interessante comparar a aproximação de nossos valores por cálculos manuais na Tabela 14.6 com aqueles para a máquina 2 na Tabela 14.7 quando a falha é eliminada em 0,225 segundos.

Nossas considerações de admitância constante das cargas permite-nos absorver essas admitâncias em $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ e evitar cálculos de fluxo de potência necessários quando são desejadas soluções mais precisas usando cálculos com Runge-Kutta. Este, sendo de quarta ordem, requer quatro computadores iterativos de fluxo de potência por passo de tempo.

14.11 FATORES QUE AFETAM A ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

Existem dois fatores que podem atuar como critério de referência para a estabilidade relativa de uma unidade geradora em um sistema de potência. Estes são a oscilação angular da máquina durante e a seguir às condições de falha e o tempo crítico de abertura (eliminação da falha). É evidente, das equações que desenvolvemos neste capítulo, que a constante H e a reatância transitória X'_d da unidade geradora têm um efeito direto em ambos estes critérios.

† Para maiores informações, veja G. W. Stagg e A. H. El-Abiad, *Computer Methods in Power System Analysis*, Capítulos 9 e 10, McGraw-Hill Book Company, N.Y., 1968.

Tabela 14.7 Listagem das curvas de oscilações para as máquinas 1 e 2 dos Exemplos 14.9 e 14.11 e para a eliminação da falha em 0,225 e 0,05 segundos.

ELIMINAÇÃO EM 0,225 S			ELIMINAÇÃO EM 0,05 S		
	MÁQ. 1	MÁQ. 2		MÁQ. 1	MÁQ. 2
TEMPO	ÂNGULO	ÂNGULO	TEMPO	ÂNGULO	ÂNGULO
0.00	20.8	16.2	0.00	20.8	16.2
0.05	25.1	16.6	0.05	25.1	16.6
0.10	37.7	17.6	0.10	32.9	17.2
0.15	58.7	19.0	0.15	37.3	17.2
0.20	88.1	20.3	0.20	36.8	16.7
0.25	123.1	20.9	0.25	31.7	15.9
0.30	151.1	19.9	0.30	23.4	15.0
0.35	175.5	17.4	0.35	14.6	14.4
0.40	205.1	14.3	0.40	8.6	14.3
0.45	249.9	11.8	0.45	6.5	14.7
0.50	319.3	10.7	0.50	10.1	15.6
0.55	407.0	11.4	0.55	17.7	16.4
0.60	489.9	13.7	0.60	26.6	17.1
0.65	566.0	16.8	0.65	34.0	17.2
0.70	656.4	19.4	0.70	37.6	16.8
0.75	767.7	20.8	0.75	36.2	16.0

Uma inspeção nas Equações (14.84) e (14.85) indica que, quanto menor for a constante H, maior será a oscilação angular durante qualquer intervalo de tempo. Por outro lado, a Equação (14.36) indica que $P_{\max}$ diminui à medida que a reatância transitória da máquina aumenta. Isto resulta porque a reatância transitória forma parte da reatância série total do sistema e que é a recíproca da admitância de transferência. Examinando a Figura 14.11, observa-se que todas as três curvas de potência são diminuídas quando $P_{\max}$ é decrescido. Em concordância, para uma dada potência no eixo P_m, o ângulo inicial do rotor δ_0 é aumentado, $\delta_{\max}$ diminuído e uma menor diferença entre δ_0 e δ_{cr} existe para uma menor $P_{\max}$. O resultado líquido é que uma $P_{\max}$ diminuída restringe uma máquina a oscilar com um menor ângulo desde a sua posição original antes de alcançar o ângulo crítico de abertura. Então, qualquer procedimento que diminua a constante H e aumente a reatância transitória de uma máquina causa um decréscimo no tempo crítico de abertura, diminuindo a probabilidade de sustentação da estabilidade sob condições transitórias. Como sistemas de potência estão continuamente crescendo em tamanho, existe uma correspondente necessidade de utilizar unidades de geração cada vez maiores. Estas grandes unidades têm avançados sistemas de refrigeração que permitem maiores

capacidades de potência nominal sem comparável aumento em tamanho do rotor. Como resultado, a constante H continua a diminuir com potencial impacto adverso sobre a estabilidade da unidade de geração. Ao mesmo tempo, este processo de aumento de valores nominais tende a resultar em maiores reatâncias transitórias e síncronas que tornam a tarefa de projetar sistemas confiáveis e estáveis cada vez mais competitivos.

Felizmente, técnicas de controle da estabilidade e projeto de sistemas de transmissão também têm evoluído com o objetivo de aumentar a estabilidade geral do sistema. Os esquemas de controle incluem

Sistema de excitação
Controle da válvula da turbina
Circuitos disjuntores com operação de um único pólo
Rápidos tempos de eliminação de falta.

A estratégia de projeto de sistemas, buscando a diminuição da reatância dos sistemas, inclui

Mínimas reatâncias para transformadores
Capacitores para compensação série das linhas
Linhas de transmissão adicionais.

Quando uma falha ocorre num sistema, as tensões em todos os barramentos são reduzidas. Nos terminais do gerador, as tensões reduzidas são sentidas pelos reguladores automáticos de tensão que atuam no sistema de excitação para restaurar as tensões nos terminais do gerador. O efeito geral do sistema de excitação é reduzir o ângulo de oscilação inicial do rotor logo a seguir à falha. Isto é compensado pela elevação da tensão aplicada ao enrolamento de campo do gerador, através da ação dos amplificadores no caminho logo adiante aos reguladores de tensão. O aumento do fluxo do entreferro produz um torque freiante sobre o rotor que tende a baixar seu movimento. Sistemas modernos de excitação empregando controle por tiristores rapidamente respondem à redução da tensão de barramento e podem obter um ganho de meio a um-e-meio ciclos no tempo crítico de abertura para falhas trifásicas no barramento-de-alta do transformador de ajuste do gerador.

Sistemas modernos de governo de turbinas eletrohidráulicas têm a habilidade de fechar as válvulas das turbinas para reduzir a aceleração da unidade durante falhas severas do sistema próximas da unidade. Imediatamente à detecção da diferença entre entrada mecânica e saída elétrica, a ação de controle inicia o fechamento da válvula que reduz a potência de entrada. O ganho de um a dois ciclos no tempo crítico de abertura pode ser conseguido.

Reduzindo a reatância do sistema durante condições de falha, aumenta $r_1 P_{\max}$, decrescendo a área de aceleração da Figura 14.11 e conseqüentemente melhorando a possibilidade de manter a estabilidade. Como falhas monofásicas ocorrem mais freqüentemente que falhas trifásicas, esquemas de relés permitindo operação independente ou seletiva de pólos de disjuntores podem ser usados para eliminar a fase em falha, mantendo as fases sem falha intactos. Sistemas separados de relés, bobinas de disparo e mecanismos de operação podem ser providos para cada pólo, tal que contingências de travamento de disjuntor logo após uma falha trifásica podem ser reduzidas em efeito. A operação com pólo independente de disjuntores críticos pode estender o tempo crítico de abertura por 2 a 5 ciclos dependendo se 1 ou 2 pólos falham em abrir em

condição de falta. Tais ganhos em tempo crítico de abertura podem ser importantes, especialmente se os tempos de eliminação de falha de retaguarda são problemas para a estabilidade do sistema.

A redução da reatância de uma linha de transmissão é um outro caminho para aumentar P_{max}. A compensação de reatância de linha por capacitores séries é também econômica para aumentar a estabilidade. Aumentando o número de linhas paralelas entre dois pontos é um meio comum de reduzir a reatância. Quando linhas de transmissão paralelas são usadas no lugar de uma só linha, alguma potência é transferida sobre a linha em funcionamento, até durante uma falha trifásica em uma das linhas, a menos que a falha ocorra no barramento do paralelismo. Para outros tipos de falhas sobre uma linha, mais potência é transferida durante a falha se existirem duas linhas em paralelo do que é transferida sobre a linha simples com falha. Para mais de duas linhas em paralelo, a potência transferida durante a falha é ainda maior. A potência transferida é subtraída da potência de entrada para obter a potência de aceleração. Então, o aumento na potência transferida durante uma falha significa menos potência de aceleração para a máquina e aumento de chance de estabilidade.

PROBLEMAS

14.1 Um turbogerador de 60 Hz e quatro pólos com valores nominais de 500 MVA e 22 kV tem uma constante de inércia de $H = 7{,}5$ MJ/MVA. Encontre (*a*) a energia cinética armazenada no rotor na velocidade síncrona e (*b*) a aceleração angular se a potência elétrica desenvolvida é 400 MW quando a entrada a menos das perdas rotativas é 740.000 HP.

14.2 Se a aceleração calculada para o gerador descrito no Problema 14.1 é constante para um período de 15 ciclos, encontre a mudança em δ em graus elétricos naquele período e a velocidade em rotações por minuto no fim dos 15 ciclos. Suponha que o gerador está sincronizado com um sistema de grande porte e não tem torque de aceleração antes do início do período correspondente aos 15 ciclos.

14.3 O gerador do Problema 14.1 está entregando os megavolts-ampère nominais com um fator de potência de 0,8 atrasado quando uma falha reduz a potência elétrica de saída em 40%. Determine o torque de aceleração em Newton-metro no momento em que a falha ocorre. Despreze as perdas e considere a potência de entrada no eixo como constante.

14.4 Determine o WR^2 do gerador do Problema 14.1.

14.5 Um gerador tendo $H = 6$ MJ/MVA está conectado a um motor síncrono tendo $H = 4$ MJ/MVA através de uma rede de reatâncias. O gerador está entregando uma potência de 1,0 por unidade ao motor quando uma falha ocorre, reduzindo a potência entregue. No momento em que a potência entregue fica reduzida de 0,6 por unidade, determine a aceleração angular do gerador com respeito à do motor.

14.6 Um sistema é idêntico àquele do Exemplo 14.3 com exceção da impedância de cada uma das linhas de transmissão que é de $j0{,}5$ e a potência entregue que é 0,8 por-unidade quando tanto a tensão nos terminais da máquina como a tensão do barramento infinito são 1,0 por-unidade. Determine a equação do ângulo de potência do sistema durante as condições de operação especificadas.

14.7 Se uma falha trifásica ocorre sobre o sistema de potência do Problema 14.6 num ponto sobre uma das linhas de transmissão a uma distância de 30% do comprimento da linha a partir do terminal de alimentação da linha, determine (*a*) a equação do ângulo de potência durante a falha e (*b*) a equação de oscilação. Considere que o sistema está operando sob as condições especificadas no Problema 14.6, quando da ocorrência de falta. Faça $H = 50$ MJ/MVA como no Exemplo 14.4.

14.8 Resistências série numa linha de transmissão resultam em valores positivos para P_c e γ na Equação (14.80). Indique, para uma dada potência de saída, os efeitos da resistência sobre o coeficiente de sincronização S_p, na freqüência das oscilações do rotor e no amortecimento das oscilações.

14.9 Um gerador tendo $H = 6{,}0$ MJ/MVA está entregando uma potência de 1,0 por-unidade a um barramento infinito através de uma rede puramente reativa quando a ocorrência de uma falha reduz a potência de saída do gerador a zero. A potência máxima que poderia ser entregue é 2,5 por-unidade. As condições originais da rede são restauradas quando a falha é eliminada. Determine o ângulo crítico de abertura.

14.10 Um gerador de 60 Hz está suprindo 60% da P_{max} a um barramento infinito e através de uma rede reativa. Uma falha ocorre aumentando a reatância da rede entre a tensão interna do gerador e o barramento infinito de 400%. A máxima potência que pode ser entregue quando a falha ocorre é de 80% do valor máximo original. Determine o ângulo crítico de abertura para as condições descritas.

14.11 Se o gerador do Problema 14.10 tem uma constante $H = 6$ MJ/MVA e P_m (igual a $0{,}6\,P_{max}$) é uma potência de 1,0 por-unidade, encontre o tempo crítico de abertura para as condições do Problema 14.10. Use $\Delta t = 0{,}05$ segundos para traçar a necessária curva de oscilação.

14.12 Para o sistema e para as condições de falha descritas nos Problemas 14.6 e 14.7 determine a equação potência-ângulo se a falta é eliminada pela abertura simultânea dos disjuntores em ambos os terminais da linha em falha aos 4,5 ciclos após a ocorrência da falha. Então, trace a curva de oscilação do gerador até $t = 0{,}25$ segundos.

14.13 Amplie a Tabela 14.6 para encontrar δ para $t = 1{,}00$ segundo.

14.14 Calcule a curva de oscilação para a máquina 2 dos Exemplos 14.9 a 14.11 para uma falha eliminada aos 0,05 segundos e pelo método descrito na Seção 14.9. Compare o resultado com os valores obtidos pelo programa tipo-produção e listado na Tabela 14.7.

14.15 Se ocorre uma falha trifásica sobre a linha 4-5, próxima ao barramento 5 do sistema do Exemplo 14.9 e é eliminada pela abertura simultânea dos disjuntores em ambos os terminais da linha após 4,5 ciclos a ocorrência da falha, para esta situação prepare uma tabela como a Tabela 14.6 para traçar a curva de oscilação da máquina 2 até o $t = 0{,}30$ segundos.

14.16 Aplicando o critério de igualdade-de-áreas nas curvas de oscilação obtidas nos Exemplos 14.9 e 14.10 e para a máquina 1, (*a*) derive uma equação para o ângulo crítico de abertura, (*b*) resolva a equação por tentativa-e-erro para obter o δ_{cr} e (*c*) use a Equação (14.72) para achar o tempo crítico de abertura.

Tabela A.1 Características elétricas de condutores de alumínio nu com alma de aço (ASCR)*

Palavra-código	Área de alumínio, cmil	Número de fios, Al/Aço	Camadas de alumínio	Diâmetro externo, pol	Resistência			RMG D_s, pés	Reatância por condutor, 1 pé de espaçamento, 60 Hz	
					CC, 20°C, M/1.000 pés	CA, 60 Hz				
						20°, Ω/mi	50°, Ω/mi		Indutiva X_a, Ω/mi	Capacitiva X'_a, MΩ/mi
Waxwing	266.800	18/1	2	0,609	0,0646	0,3488	0,3831	0,0198	0,476	0,1090
Partridge	266.800	26/7	2	0,642	0,0640	0,3452	0,3792	0,0217	0,465	0,1074
Ostrich	300.000	26/7	2	0,680	0,0569	0,3070	0,3372	0,0229	0,458	0,1057
Merlin	336.400	18/1	2	0,684	0,0512	0,2767	0,3037	0,0222	0,462	0,1055
Linnet	336.400	26/7	2	0,721	0,0507	0,2737	0,3006	0,0243	0,451	0,1040
Oriole	336.400	30/7	2	0,741	0,0504	0,2719	0,2987	0,0255	0,445	0,1032
Chickadee	397.500	18/1	2	0,743	0,0433	0,2342	0,2572	0,0241	0,452	0,1031
Ibis	397.500	26/7	2	0,783	0,0430	0,2323	0,2551	0,0264	0,441	0,1015
Pelican	477.000	18/1	2	0,814	0,0361	0,1957	0,2148	0,0264	0,441	0,1004
Flicker	477.000	24/7	2	0,846	0,0359	0,1943	0,2134	0,0284	0,432	0,0992
Hawk	477.000	26/7	2	0,858	0,0357	0,1931	0,2120	0,0289	0,430	0,0988
Hen	477.000	30/7	2	0,883	0,0355	0,1919	0,2107	0,0304	0,424	0,0980
Osprey	556.500	18/1	2	0,879	0,0309	0,1679	0,1843	0,0284	0,432	0,0981
Parakeet	556.500	24/7	2	0,914	0,0308	0,1669	0,1832	0,0306	0,423	0,0969
Dove	556.500	26/7	2	0,927	0,0307	0,1663	0,1826	0,0314	0,420	0,0965
Rook	636.000	24/7	2	0,977	0,0269	0,1461	0,1603	0,0327	0,415	0,0950
Grosbeak	636.000	26/7	2	0,990	0,0268	0,1454	0,1596	0,0335	0,412	0,0946
Drake	795.000	26/7	2	1,108	0,0215	0,1172	0,1284	0,0373	0,399	0,0912
Tern	795.000	45/7	3	1,063	0,0217	0,1188	0,1302	0,0352	0,406	0,0925
Rail	954.000	45/7	3	1,165	0,0181	0,0997	0,1092	0,0386	0,395	0,0897
Cardinal	954.000	54/7	3	1,196	0,0180	0,0988	0,1082	0,0402	0,390	0,0890
Ortolan	1.033.500	45/7	3	1,213	0,0167	0,0924	0,1011	0,0402	0,390	0,0885
Bluejay	1.113.000	45/7	3	1,259	0,0155	0,0861	0,0941	0,0415	0,386	0,0874
Finch	1.113.000	54/19	3	1,293	0,0155	0,0856	0,0937	0,0436	0,380	0,0866
Bittern	1.272.000	45/7	3	1,345	0,0136	0,0762	0,0832	0,0444	0,378	0,0855
Pheasant	1.272.000	54/19	3	1,382	0,0135	0,0751	0,0821	0,0466	0,372	0,0847
Bobolink	1.431.000	45/7	3	1,427	0,0121	0,0684	0,0746	0,0470	0,371	0,0837
Plover	1.431.000	54/19	3	1,465	0,0120	0,0673	0,0735	0,0494	0,365	0,0829
Lapwing	1.590.000	45/7	3	1,502	0,0109	0,0623	0,0678	0,0498	0,364	0,0822
Falcon	1.590.000	54/19	3	1,545	0,0108	0,0612	0,0667	0,0523	0,358	0,0814
Bluebird	2.156.000	84/19	4	1,762	0,0080	0,0476	0,0515	0,0586	0,344	0,0776

* Condutores de várias camadas mais usados.

** Dados retirados, com a autorização da Aluminum Association, de *Aluminum Electrical Conductor Handbook*, New York, 1971.

Tabela A.2* Fator de espaçamento da reatância indutiva X_d em 60 Hz (ohms por milha por condutor).

Pés	Separação em polegadas											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	.....	−0,3015	−0,2174	−0,1682	−0,1333	−0,1062	−0,0841	−0,0654	−0,0492	−0,0349	−0,0221	−0,0106
1	0	0,0097	0,0187	0,0271	0,0349	0,0423	0,0492	0,0558	0,0620	0,0679	0,0735	0,0789
2	0,0841	0,0891	0,0938	0,0984	0,1028	0,1071	0,1112	0,1152	0,1190	0,1227	0,1264	0,1299
3	0,1333	0,1366	0,1399	0,1430	0,1461	0,1491	0,1520	0,1549	0,1577	0,1604	0,1631	0,1657
4	0,1682	0,1707	0,1732	0,1756	0,1779	0,1802	0,1825	0,1847	0,1869	0,1891	0,1912	0,1933
5	0,1953	0,1973	0,1993	0,2012	0,2031	0,2050	0,2069	0,2087	0,2105	0,2123	0,2140	0,2157
6	0,2174	0,2191	0,2207	0,2224	0,2240	0,2256	0,2271	0,2287	0,2302	0,2317	0,2332	0,2347
7	0,2361	0,2376	0,2390	0,2404	0,2418	0,2431	0,2445	0,2458	0,2472	0,2485	0,2498	0,2511
8	0,2523											
9	0,2666											
10	0,2794											
11	0,2910											
12	0,3015											
13	0,3112											
14	0,3202											
15	0,3286											
16	0,3364											
17	0,3438											
18	0,3507											
19	0,3573											
20	0,3635											
21	0,3694											
22	0,3751											
23	0,3805											
24	0,3856											
25	0,3906											
26	0,3953											
27	0,3999											
28	0,4043											
29	0,4086											
30	0,4127											
31	0,4167											
32	0,4205											
33	0,4243											
34	0,4279											
35	0,4314											
36	0,4348											
37	0,4382											
38	0,4414											
39	0,4445											
40	0,4476											
41	0,4506											
42	0,4535											
43	0,4564											
44	0,4592											
45	0,4619											
46	0,4646											
47	0,4672											
48	0,4697											
49	*0,4722											

A 60 Hz, em Ω/mi por condutor

$X_d = 0{,}2794 \log d$

d = separação, pé

Para linhas trifásicas

$d = D_{eq}$

1 pé = 12 polegadas

* Reproduzida da "Electrical Transmission and Distribution Reference Book", por permissão da Westinghouse Electric Corporation.

Tabela A.3 Fator de espaçamento da reatância capacitiva em paralelo X_d, a 60 Hz* (megohm-milhas por condutor).

Pés	Separação em polegadas											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	.....	−0,0737	−0,0532	−0,0411	−0,0326	−0,0260	−0,0206	−0,0160	−0,0120	−0,0085	−0,0054	−0,0026
1	0	0,0024	0,0046	0,0066	0,0085	0,0103	0,0120	0,0136	0,0152	0,0166	0,0180	0,0193
2	0,0206	0,0218	0,0229	0,0241	0,0251	0,0262	0,0272	0,0282	0,0291	0,0300	0,0309	0,0318
3	0,0326	0,0334	0,0342	0,0350	0,0357	0,0365	0,0372	0,0379	0,0385	0,0392	0,0399	0,0405
4	0,0411	0,0417	0,0423	0,0429	0,0435	0,0441	0,0446	0,0452	0,0457	0,0462	0,0467	0,0473
5	0,0478	0,0482	0,0487	0,0492	0,0497	0,0501	0,0506	0,0510	0,0515	0,0519	0,0523	0,0527
6	0,0532	0,0536	0,0540	0,0544	0,0548	0,0552	0,0555	0,0559	0,0563	0,0567	0,0570	0,0574
7	0,0577	0,0581	0,0584	0,0588	0,0591	0,0594	0,0598	0,0601	0,0604	0,0608	0,0611	0,0614
8	0,0617											
9	0,0652											
10	0,0683											
11	0,0711											
12	0,0737											
13	0,0761											
14	0,0783											
15	0,0803											
16	0,0823											
17	0,0841											
18	0,0858											
19	0,0874											
20	0,0889											
21	0,0903											
22	0,0917											
23	0,0930											
24	0,0943											
25	0,0955											
26	0,0967											
27	0,0978											
28	0,0989											
29	0,0999											
30	0,1009											
31	0,1019											
32	0,1028											
33	0,1037											
34	0,1046											
35	0,1055											
36	0,1063											
37	0,1071											
38	0,1079											
39	0,1087											
40	0,1094											
41	0,1102											
42	0,1109											
43	0,1116											
44	0,1123											
45	0,1129											
46	0,1136											
47	0,1142											
48	0,1149											
49	0,1155											

A 60 Hz, em mΩ . mi por condutor

$X_d = 0{,}06831 \log d$

d = separação, pé

Para linhas trifásicas

$d = D_{eq}$

* Reproduzida da "Electrical Transmission and Distribution Reference Book", por permissão da Westinghouse Electric Corporation.

Tabela A.4 Reatâncias típicas das máquinas síncronas trifásicas*

Os valores são em por-unidade. Para cada reatância, uma faixa de valores é listada abaixo do valor típico**.

	Turbogeradores					
	2 pólos		4 pólos		Geradores com pólos salientes	
	Refrigeração convencional	Refrigeração nos condutores	Refrigeração convencional	Refrigeração nos condutores	Com amortecedores	Sem amortecedores
X_d	1,76 1,7 1,82	1,95 1,72 2,17	1,38 1,21 1,55	1,87 1,6 2,13	1 0,6-1,5	1 0,6 1,5
X_q	1,66 1,63-1,69	1,93 1,71-2,14	1,35 1,17-1,52	1,82 1,56-2,07	0,6 0,4-0,8	0,6 0,4 0,8
X'_d	0,21 0,18-0,23	0,33 0,264-0,387	0,26 0,25-0,27	0,41 0,35-0,467	0,32 0,25-0,5	0,32 0,25-0,5
X''_d	0,13 0,11-0,14	0,28 0,23-0,323	0,19 0,184-0,197	0,29 0,269-0,32	0,2 0,13-0,32	0,30 0,2-0,5
X_2	$=X''_d$	$=X''_d$	$=X''_d$	$=X''_d$	0,2 0,13-0,32	0,40 0,30-0,45
X_0§						

* Dados fornecidos pela Westinghouse Electric Corporation.

** As reatâncias de máquinas mais antigas geralmente estarão próximas dos valores mínimos.

§ X_0 varia de modo tão crítico com o passo do enrolamento da armadura que fica difícil ser dado um valor médio. A variação é de 0,1 a 0,7 de X''_d.

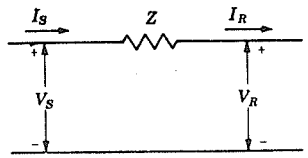
Tabela A.5 Valores típicos de reatâncias de transformadores*.

Transformadores de potência de 25.000kVA para cima.

Tensão nominal do sistema, kV	Refrigeração forçada a ar, %	Refrigeração forçada a óleo, %
34.5	5–8	9–14
69	6–10	10–16
115	6–11	10–20
138	6–13	10–22
161	6–14	11–25
230	7–16	12–27
345	8–17	13–28
500	10–20	16–34
700	11–21	19–35

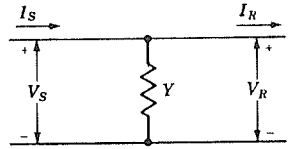
* Em percentagem de kVA nominal. Os transformadores típicos, atualmente, são projetados para o valor mínimo de reatância, mostrado. Os transformadores de distribuição têm a reatância consideravelmente menor. As resistências de transformadores, geralmente, são menores que 1%.

Tabela A.6 Constantes *ABCD* para vários tipos de rede



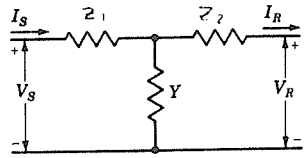
Impedância em Série

$A = 1$
$B = Z$
$C = 0$
$D = 1$



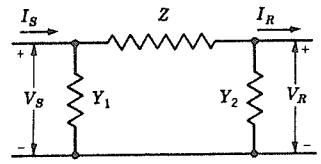
Impedância em Paralelo

$A = 1$
$B = 0$
$C = Y$
$D = 1$



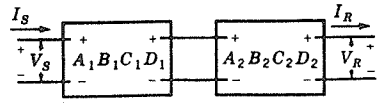
T assimétrico

$A = 1 + YZ_1$
$B = Z_1 + Z_2 + YZ_1Z_2$
$C = Y$
$D = 1 + YZ_2$



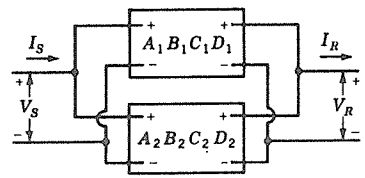
π assimétrico

$A = 1 + Y_2Z$
$B = Z$
$C = Y_1 + Y_2 + ZY_1Y_2$
$D = 1 + Y_1Z$



Redes em série

$A = A_1A_2 + B_1C_2$
$B = A_1B_2 + B_1D_2$
$C = A_2C_1 + C_2D_1$
$D = B_2C_1 + D_1D_2$



Redes em paralelo

$A = (A_1B_2 + A_2B_1)/(B_1 + B_2)$
$B = B_1B_2/(B_1 + B_2)$
$C = C_1 + C_2 + (A_1 - A_2)(D_2 - D_1)/(B_1 + B_2)$
$D = (B_2D_1 + B_1D_2)/(B_1 + B_2)$

ÍNDICE ANALÍTICO

Admitância:
  mútua, dos nós, 181
    como dados em estudos de fluxo de carga, 206, 207
    medidas de, 191
  própria dos nós, 181
    como dados em estudos de fluxo de carga, 206, 207
    medidas de, 191
Admitância própria de nós (*Veja* Admitância).
Alternador (*Veja* Máquinas Síncronas)
American National Standards Institute (ANSI):
  guia para aplicações de disjuntores, 310
  símbolos gráficos para diagramas, 166
Análise de transitórios em linhas de transmissão:
  coeficientes de reflexão, 125, 127
  diagrama de treliças, 127
  incidentes, 125-127
  ondas viajantes, 120-125
  refletidas, 125-127
  reflexões, 125-127
  velocidade das, 123
Ângulo crítico-de-abertura, 421-424
Ângulo de conjugado (*Veja* Ângulo de potência)
Ângulo de potência, 146, 220-222
  (*Veja também* Equações do ângulo de potência, curvas do ângulo de potência)
Autotransformadores, 155-156

Barra de oscilação, 207, 211
Barra infinita, 146
  em estudos de estabilidade, 406
Cabos de cobertura, 88, 120
Cabos múltiplos, 64
  reatância capacitiva de, 88-90
  reatância indutiva de, 64-65
Capacitância:
  ao neutro, 77, 78
  cálculo pelo método da distância média geométrica modificada, 89-90
  definição, 39, 72
  de linhas a dois fios, 75-79
  de linhas trifásicas com circuito em paralelo, 90
  de linhas trifásicas:
    com espaçamento assimétrico, 82-85
    com espaçamento eqüilátero, 80-82
  efeito da distribuição não uniforme de cargas, 78
  efeito da terra sobre a, 85, 88
  efeito de condutores encordoados, 78
  sumário de cálculo, 90-91
  transposição para equilibrar, 82-83
    (*Veja também* Reatância)
Capacitores:
  como geradores de potência reativa, 17
  para compensação em série, 116-117
  para controlar tensão da barra, 193-194 225-228
Cargas monofásicas, 356
Carregamento de impedância de surto, 103-104
Circuitos de corrente alternada (CA):
  notação de dupla subscrita para, 12, 13
  notação de subscrito simples para, 11-12

  potência em, monofásicos, 14-18
  potência em, trifásicos equilibrados, 30-31
  trifásicos equilibrados, 23-31
Circuito equivalente:
  da linha de transmissão curta, 95
  da linha de transmissão longa, 110-112
  da linha de transmissão média, 98
  para a matriz impedância de barra, 283-284, 350-353
Circuito equivalente:
  das máquinas síncronas, 142-146
  dos transformadores, 152-155
Circuitos trifásicos:
  potência em, 30, 31
  tensão e corrente em, 23-30
Coeficiente das perdas (*Veja* Coeficientes *B*)
Coeficiente de reflexão, 125
Coeficientes *B*, 250-260
  cálculos de, 250-253, 258-260
Coeficientes de potência de sincronismo, 413-415
Compensação reativa de linhas de transmissão:
  em derivação, 116, 18
  em série, 116, 117
Componentes de seqüência negativa, 296, 298, 301
Componentes de seqüência zero, 296, 298-301
  de elementos do circuito, 314-315
  de máquinas síncronas, 314
    tabela de, 450
Componentes simétricos:
  defasagem de, em transformadores y-Δ, 301-308
  de fasores assimétricos, 295-297, 298-301
  definição de, 295-297
  potência em termos de, 308-310
Comprimento de onda, 105
Computador digital:
  no cálculo de falhas, 356
  no estudo de estabilidade, 439-441
  no estudo de fluxo de carga, 216-219
  para controle automático de geração, 260-262
Computador (*Veja* Computador digital)
Condensador síncrono, 227
Condutância, 39, 72
Condutores:
  tabela das características de CAA ou de ACSR, 447
  tipos, 40-41
Condutores-imagem, 86
Constante de atenuação, 102
Constante de fase, 102
Constante de inércia, 400
  (*Veja também* Constantes *H*)
Constante de propagação, 102
Constantes *ABCD*, 99
  em equações de diagrama de círculo, 113-116
  em equações de fluxo de potência, 113
  tabelas de, para redes, 451
Constantes generalizadas de circuitos (*Veja* Constantes *ABCD*)
Constantes *H*:
  como elemento de controle automático de geração, 260-262
Controle:
  de intercâmbio de potência entre áreas, 260-262
  de *P* e *Q* nas linhas de transmissão:
    de geração de usina, 260-262
    por ajuste de geradores, 146-147, 220-222
    por capacitores, 227
    por transformadores, 228-238
Controle automático de geração, 260-262
Controle de fluxo de carga por transformadores, 228-238
Corona, 40, 72
Corrente:
  em máquinas síncronas, 268-270
  equações da:
    para linha curta, 96
    para linha longa, 101-102, 105
    para linha média, 98-99
  momentânea, em disjuntores, 286
  onda incidente da, 103, 125, 126, 127
  onda refletida da, 103, 126, 127
  sentido da, 12
  subtransitória, 269-279
  transitória, em circuitos *RL*, 266
Corrente de carregamento, 72, 82
Curva entrada-saída, 254
Curvas de oscilação, 402
  solução computacional das, 439-441
Curvas do ângulo de potência, 408
  na análise da igualdade de áreas, 417-424
  (*Veja também* Equações do ângulo de potência)
Custo de combustível, 243-250, 254-258
Custo incremental de combustível, 243-247

Defasagem em transformadores trifásicos, 301-308
Descargas atmosféricas:
  cabos de cobertura para proteção contra, 93, 120
  pára-raios, 129-130
Despacho de carga (*Veja* Distribuição econômica de carga)
Despacho econômico (*Veja* Distribuição econômica de carga)
Diagramas de cálculo *P* e *Q* de linhas de transmissão, 114-116

Diagramas de reatância, 167-169
Diagramas unifilares, 165-167
Diagrama unifilar, 165-167
Discrepâncias nos estudos de fluxo de carga, 217
Disjuntores, 3, 6, 310-314, 361-363
Distância média geométrica (DMG)
  condutor a condutor, 57
  método para cálculo de capacitâncias, 88-91
  método para cálculo de indutâncias, 57-58
  mútua, 57
  própria (*Veja* Raio médio geométrico)
Distribuição econômica de carga:
  entre unidades de uma usina, 243-250
    conceito intuitivo, 245
    desenvolvimento matemático, 246
    economia causada pela, 249
    exemplo de, 247-249
  entre usinas:
    desenvolvimento matemático, 254-256
    economia causada pela, 257-258
    exemplo de, 256-257

Efeito pelicular, 44
Energia cinética, 402
Equação de nós, 179-183
  para problemas de fluxo de carga, 207-208
Equações de linha longa:
  formação hiperbólica das, 105-110
  interpretação das, 102-105
  solução das, 99-102
Equações de oscilação, 400-402
  (*Veja também* Curvas de oscilação)
Equações do ângulo de potência, 406-413, 427
  definição, 408
  exemplos de, 409-413, 428-433
Equivalência de fontes, 177-179
Erro de controle da estação (SCE), 262
Erro de controle de área (ACE), 261
Espaçamento eqüilátero equivalente D eq, 63, 84
Estabilidade:
  definição de, 396
  dinâmica do rotor para, 398-402
  fatores que afetam a, 441-444
  tipos de, 396-397
  (*Veja também* Estudos de estabilidade)
Estabilidade transitória, 396-398
  fatores que afetam a, 441-442
  (*Veja também* Estudos de estabilidade)
Estudos de estabilidade, 8-9
  dedução da equação de oscilação, 295-299
  dinâmica do rotor, 398-402
  hipóteses para o modo clássico de máquina, 426
  hipóteses para todos os, 398
  tipos de, 396-397
Estudos de fluxo de carga:
  dados para, 206-207, 216
  em computador digital: dados para, 216
    informação obtida, 217
    resultados numéricos, 217-219
  pelo método de Gauss-Seidel, 207-209
  pelo método de Newton-Raphson, 209-214
Falta entre duas fases (*Veja* Faltas)
Falta entre duas fases e terra:
  através de uma impedância, 353-356
  em geradores em vazio, 334-337
  num sistema de potência, 341
Falta entre fase e terra (*Veja* Faltas)
Faltas:
  através de impedâncias, 353-356
  cálculo usando Z_{barra}, 279-285, 350-353
  definição, 6
  entre duas fases, 331-334, 341
  entre duas fases e terra, 334-337, 341
  entre fase e terra, 327-330, 340
  trifásicas:
    em máquinas síncronas, 267-273
    em sistemas de potência, 279-285
  vários tipos:
    aumento de intensidade de, 424
    ocorrência de, 7
Faltas assimétricas (*Veja* Faltas)
Faltas trifásicas, 265-285
Fator de compensação:
  em paralelo, 119
  em série, 116
Fator de penalidade, 255
Fator de potência, 16, 17
Fatores de aceleração, 209
Fluxo concatenado:
  com um condutor em um grupo de condutores, 53-55
  de bobinas, 45
  interno, 47-49
  parcial, 47-49
Fontes:
  de potência elétrica, 3-4
  equivalência de, 177-179
Fontes de energia, 3, 4
Fortescue, C. L., 295
Freqüência de oscilação, 415-416, 440
Funções hiperbólicas, 105-107

Grandezas por unidade (pu):
  definição de, 31
  escolha da base, 157, 169
  mudança de base, 35
  para valores trifásicos, 33-34
  vantagens de, 169, 172

Impedância:
  características (*Veja* Impedância característica)
  de seqüência negativa (*Veja* Impedância de seqüência negativa)
  de seqüência positiva (*Veja* Impedância de seqüência positiva)
  de seqüência zero (*Veja* Impedância de seqüência zero)
  (*Veja também* Reatância)
  de surto, 104
  de transferência de nós, 190
    medida da, 192
  de transformadores, 153-155
    tabela de, 450
  diagramas de, 167-169
  própria de nós, 190
    medida através de transformadores, 151
    medida de, 192
Impedância característica, 102-103, 124
  terminação de linha por, 104, 125
Impedância de transferência de nós, 190
  medida da, 192
Impedância, matriz (*Veja* Matriz impedância de barra)
Impedância própria de nós, 190
  medida de, 192
Impedâncias assimétricas em série, 310-311
Impedâncias de seqüência dos elementos do circuito, 314-315
Inclinação da característica de freqüência, 261
Indicação de polaridade:
  para tensões, 11-12
  para transformadores, 150, 301-305
Índice de precisão, 208-211, 216
Indutância:
  cálculo pelo método da distância média geométrica (DMG), 57-68
  definição, 45-46
  de linha monofásica a dois fios, 53
  de linha trifásica:
    com espaçamento assimétrico, 60-64
    com espaçamento eqüilátero, 60
  de linha trifásica de circuito em paralelo, 65-67
  devida ao fluxo interno, 47-49
  mútua, 47
  sumário de cálculos, 67-68
  transposição para equilíbrio, 62
  (*Veja também* Reatância)
Indutiva, reatância (*Veja* Reatância)
Intensidade de campo:
  elétrico, 74
  magnético, 47-48
Intercâmbio de potência, 261-262
Interligação de sistemas de potência, 3
  como elemento de controle automático de geração, 260-262

Limite de estabilidade, 9
Linha de transmissão curta, 96-98
Linha de transmissão média, 98-99
Linha infinita, 103, 125
Linhas de transmissão:
  classificação das, pelo comprimento, 95, 96
    curtas, 96-98
    longas, 99-113
    médias, 98-99
  reatância de seqüência zero das, 314-315
  transitórios nas, 120-130

Máquinas síncronas, 136-147
  ângulo de potência das, 146, 220-222
  circuito equivalente das, 142-145
  construção das, 137-140
  diagrama fasorial das, 142-144
  excitação das, 137, 146-147
  fmm nas, devido à corrente de armadura, 141-144
  freqüência das, 139
  reação de armadura, 140-144
  reatância:
    de seqüência (positiva, negativa e zero), 312
    dispersão, 143
    potência reativa, dependência da excitação, 146-147
    síncrona, 144, 268
    subtransitória, 269
    tabela de, 450
    transitória, 268
  velocidade, 139
Matriz (*Veja* Matriz admitância de barra, matriz impedância de barra, partição de matriz)
Matriz admitância (*Veja* Matriz admitância de barra)
Matriz admitância de barra,
  definição de, 183
  medida de valores dos elementos, 191
Matriz impedância de barra,
  definição de, 190
  formação da, 190, 200-203
  medida de valores dos elementos, 192
  modificação da, 195-199

na análise de faltas assimétricas, 350-353
na análise de faltas trifásicas, 279-282
para faltas assimétricas, 350-353
rede equivalente: para faltas trifásicas, 283-284
Método de Gauss-Seidel para estudo de fluxo de carga, 207-209
Método de Newton-Raphson para estudos de fluxo de carga, 209-216
Multiplicadores de Lagrange, 246
Mútua dos nós, admitância (*Veja* admitância)
MVA de curto-circuito, 281-282

Nó:
definição, 179
eliminação de, 185-190
principal, 179
Notação com subscrito único, 11-12
Notação de subscrito duplo, 12-13

Ondas incidentes e refletidas, 103, 125-127
Operação econômica de sistemas de potência (*Veja* Distribuição econômica de carga)

Pára-raios de surto, 129-130
Partição de matriz, 184-185
eliminação de nós por, 185, 190
Perdas como função da geração da usina, 250-254
Perdas por correntes parasitas, 152
Perdas por histerese, 152
Potência:
complexa, 19
controle de fluxo pelos transformadores, 228-238
em circuitos monofásicos, 14-18
em circuitos trifásicos, 23-30
instantânea, 14
por componentes simétricos, 283-285
reativa, sinal da, 17, 22
sentido do fluxo de, 20-23
transmitida em linhas de transmissão, 113-116 (*Veja também* Potência reativa)
valor médio, 16
Potência complexa, 19
Potência reativa:
controle de fluxo:
pela excitação da máquina, 146, 147
por transformadores de regulação, 228-238
definição, 16
de máquinas síncronas:
com sobre-excitação, 146-147
com sub-excitação, 146-147
gerada por capacitores, 17-18
sentido do fluxo, 20-23
sinal da, 17, 22
Proteção:
de barras, 375
de gerador e de motor, 373-375
de linhas de transmissão: AT e EAT, 382-388
com relés de fio piloto, 388-389
de retaguarda, 375-377, 380-382
de transformadores, 389-393
Proteção:
de linhas de subtransmissão, 377-382 (*Veja também* Sistemas de proteção, relés)
Proteção do sistema (*Veja* Proteção, sistemas de proteção)

Raio médio geométrico (RMG)
de cabos múltiplos, 63, 64, 88-90
definição, 57
exemplos de cálculo:
modificação para determinar a capacitância, 88-91
para determinar a indutância, 57-68
tabela de, para CAA (ou ACSR), 447
Reação da armadura, 140-144, 267-268
Reatância:
capacitiva: com um pé de espaçamento, 79
tabela de, para CAA (ou ASCR), 447
de cabos múltiplos: capacitiva, 88-90
indutiva, 64-65
de dispersão de transformadores, 153
em máquinas síncronas, 143
de seqüência (positiva, negativa e zero), 312
de elementos em circuito, 314-315
de máquinas síncronas, 314
tabela de, 450
eixo direto, 146, 268
fator de espaçamento, 79
tabela de, 449
fator de espaçamento, 60
tabela de, para CAA (ou ACSR), 448
indutiva: com um pé de espaçamento, 59
tabela de, para CAA (ou ACSR), 447
síncrona, 268
subtransitória, 269
transitória, 268
(*Veja também* Capacitância, Indutância)
Reatância capacitiva (*Veja* Reatância)
Reatância por unidade:
de máquinas síncronas, tabela de, 450
de transformadores de três enrolamentos, 163-165
de transformadores, tabela de, 450
(*Veja também* Grandezas por unidade)
Retardo coordenado de tempo, 376-378

Redes:
constantes *ABCD* de, tabela de, 451 (*Veja também* Redes de seqüência)
Redes de seqüência, 311-314, 316-323
interconexão para cálculos de faltas, 337-344, 350-356
Redes de seqüência zero:
de cargas ligadas em delta, 319
de cargas ligadas em estrela, 318-319
de geradores em vazio, 312-313
de transformadores trifásicos, 319-320
ponto de seqüência das, 317
Redução de redes, 185-190
Regulação (*Veja* Regulação de tensão)
Regulação de tensão:
definição da, 96
equação usando a constante *A*, 99
redução por compensação de reativos, 118-119
Relé:
alcance do, 363 (*Veja também* Proteção)
de admitância, 373, 386
de distância, 370-372, 382-388
de fase, 385
de fio piloto, 373
de impedância, 370-372, 382-388
de relação, 370, 372
diferencial percentual, 375
não direcional de magnitude, 368-370
sobre-corrente, 368-370, 380-382
Relé de fase, 385
Relés, 8
curvas características do TC, 56, 371
definição de, 361
diferencial, 373-375
direcional, 370-372
Resistência, 42-45
tabela de, para CAA ou ACSR, 447

Seqüência de fase, 24-26
Seqüência negativa, impedância de, 312
de elementos do circuito, 314, 315
de máquinas síncronas, 314
tabela de, 450
Seqüência negativa, redes de (*Veja* Redes de seqüência)
Seqüência positiva, componentes de, 296, 298-301
Seqüência positiva, impedância de, 312
de elementos do circuito, 314-315
Seqüência positiva, redes de (*Veja* Diagramas de reatância, redes de seqüência)
Sistemas de proteção, 360
subsistemas de, 361-363 (*Veja também* Proteção, Relés).
TC (*Veja* Transformadores de corrente)
Tempo crítico de abertura, 421, 423
Tensão:
efeito da especificação de, nas barras, 222-225
efeito dos capacitores sobre a, 116-117, 193-194, 225-228
níveis de:
em circuito trifásico, 23-30
em geradores, 4
em linhas de transmissão, 4
em sistemas de distribuição, 5
interna subtransitória, 274
interna transitória, 274
marcação da polaridade para, 11-12
onda refletida da, 103, 125, 127
onda incidente de, 103, 124, 125, 127
Tensão e corrente incidentes, 103, 125-127
Tensão e corrente refletidas, 103, 125-127
Teorema de Thèvenin:
na representação de sistemas de potência, 193, 222-225
no cálculo de corrente de falta trifásica, 274, 276-278, 282
Terra efeito sobre a capacitância, 85-88
TPC (*Veja* Transformador potencial para proteção de sistema)
Transdutores, 361, 362
transformadores de corrente (TC), 365-366
transformadores de tensão, 367
Transformador:
autotransformadores, 155-156
circuitos equivalentes do, 152-155
para correntes de seqüência zero, 319-323
convenção do ponto para, 149
defasagem em Y-Δ, 301-308
de três enrolamentos, 163-165
ensaio de curto-circuito, 155
ensaio em circuito aberto, 155
ideal, 147-152
impedância vista pelo, 151
marcação da polaridade no, 149, 301-305
mudança de derivação sob carga, 228
mudança de derivação sob carga (TCUL), 228
mudança de magnetização no, 152-155
perda por histerese no, 152
perdas parasitas no, 152
proteção do, 389-392
reatância de dispersão do, 153
reatância, tabela de, 450
regulação (do), 228-238
para ajuste do ângulo de fase da tensão, 228-229, 236-238
para reajuste da amplitude de tensão, 228-229, 232-236

relação de transformação fora de valor nominal, 229-231
trifásicos, 159-162
Transformadores Δ-y:
defasagem em, 301-308
impedância em valores por unidade de, 161
proteção de, 390-392
Transformadores de corrente, 365-367
ajuste de partida, 369
ajuste de tap, 369
relações de transformação do TC, 367
Transformadores de tensão para sistema de proteção, 367
Transitórios nas linhas de transmissão, 120-130
Transmissão de corrente contínua (CC), 2, 130, 131
Transmissão subterrânea, 7
cabos de, 41-42
Transposição das linhas de transmissão:
para equilibrar capacitâncias, 82-85
para equilibrar indutâncias, 62
Triângulo de potência, 19-20

Velocidade de propagação, 104, 123

Y_{barra} (*Veja* Matriz admitância de barra)
Y-Δ, transformadores (*Veja* Transformadores Y-)

Z_{barra} (*Veja* Matriz impedância de barra)
Zonas de proteção, 363-365, 388
sobre-alcance, 383
subalcance, 383